

Разбор задач ЕГЭ

Кодирование чисел.
Системы счисления.



Задача 1.

В системе счисления с некоторым основанием десятичное число 18 записывается в виде 30. Укажите это основание.

Решение.

Пусть x – неизвестное основание системы, тогда справедливо равенство:

$$3 \cdot x^1 + 0 \cdot x^0 = 18;$$

$$3 \cdot x = 18;$$

$x = 6$, основание системы 6.

Ответ 6

Задача 1.

Укажите через запятую в порядке возрастания все основания систем счисления, в которых запись числа 71 оканчивается на 13.

Решение.

Минимально возможная система счисления – 4, т.к. у нас есть цифра 3.

Пусть основание искомой системы = X , тогда

$X^2 * c + 1 * X^1 + 3 * X^0 = 71$, где c – натуральное число либо 0.

Зная что $X^0 = 1, X^1 = X$, получим $X^2 * c + X + 3 = 71$.

Отсюда

$$c = \frac{\frac{(71 - 3)}{x} - 1}{x} = \frac{68 - x}{x^2}$$

Чем больше X , тем меньше c , поэтому значения c не превышают $(68-4)/(4*4)=4$. Переменная c [0..4]

Задача 1.

Получаем:

а) при $c=0$, $X=68$.

б) при $c=1,2,3$ решения — не целые числа;

в) при $c=4$, $X_1=4$ и $X_2=-4.25$ условию натуральности соответствует только первое решение.

Ответ 4,68

Задача 2.

Укажите, сколько всего раз встречается цифра 2 в записи чисел 10, 11, 12, ..., 17 в системе счисления с основанием 5.

Решение.

Переведем числа 10 и 17 (первое и последнее) в систему с основанием пять:

$10_{10} = 20_5$, $17_{10} = 32_5$, затем выпишем все числа,

находящиеся между этими двумя и содержащие двойку:

$20_5, 21_5, 22_5, 23_5, 24_5, 32_5$ – всего 7 двоек.

Ответ 7

Задача 3.

Запись числа 180 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 0. Перечислите в порядке возрастания все возможные основания системы счисления.

Решение.

$$N^2 * x + N^1 * y + 0 * N^0 = 180$$

$$N * (N * x + y) = 180$$

Максимальное N достигается при $x=1, y=0$, т.е. $N_{\max} = 13$.

Почему x не равен 0? Ответ прост, тогда бы мы имели двузначное число, а это противоречит условию.

Почему $N_{\max} = 13$? Потому что мы выбираем ближайшее целое значение $< \text{либо} = \sqrt{180}$.

Так как последняя цифра 0, выходит что 180 разделилось на основание системы нацело и в остатке вышел 0. Следовательно основание системы – делитель числа 180 и этот делитель не превышает 13. Делители:

2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12

Задача 3.

Не все делители подойдут. Можно проверить их подстановкой, окажется, что подойдут только 6,9,10,12.

Ответ 6,9,10,12

Задача 3.

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата выражения:

$$2^{2014} - 2^{512}$$

Решение.

2^{2014} в двоичной записи будет иметь вид: $\underbrace{100000\dots000}_{2014 \text{ нулей}}$

2^{512} в двоичной записи будет иметь вид: $\underbrace{1000\dots00}_{512 \text{ нулей}}$

$$\begin{array}{r} 10000\dots00000\dots00 \\ - 0 \\ \hline 1111\dots11000\dots000 \end{array}$$

Ответ 1502

Вопросы.

Запись числа 23 в некоторой системе счисления выглядит так: 212_q Найдите основание системы счисления q .

Ответ 3

Вопросы.

Укажите наименьшее основание системы счисления, в которой запись числа 70 трехзначна.

Ответ 5

Вопросы.

Найдите основание системы счисления, в которой выполнено сложение: $144 + 24 = 201$.

Ответ 7

Вопросы.

Запись числа 338 в системе счисления с основанием N содержит 3 цифры и оканчивается на 2. Чему равно максимально возможное основание системы счисления?

Ответ 16

Вопросы.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 25, запись которых в двоичной системе счисления оканчивается на 101?

Ответ 5,13,21

Вопросы.

Укажите через запятую в порядке возрастания все десятичные числа, не превосходящие 30, запись которых в системе счисления с основанием 5 начинается на 3?

Ответ 3,15,16,17,18,19

2014г. Кирсанов Илья Андреевич ©

Вопросы.

Решите уравнение: $100_7 + x = 210_5$. Ответ запишите в шестеричной системе (основание системы счисления в ответе писать не нужно).

Ответ 10

Вопросы.

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата выражения:

$$(32 * 10_{16})^{333} - 2^{2012} - 4^{999}$$

Ответ 986

Вопросы.

Докажите что $N^3 \cdot x + N^2 \cdot y + N + 3$ можно представить в виде $N^2 \cdot z + N + 3$, где z целое число.

Ответ:

$N^3 \cdot x + N^2 \cdot y + N + 3 = N^2 \cdot (N \cdot x + y) + N + 3$, где N , x и y – целые числа.

Произведение и сумма целых чисел есть целое число.

А

При каких натуральных значениях параметров x и y , переменная N в функции $N^2 \cdot y + N \cdot x = 200$, принимает своё максимальное значение?

Ответ:

$x=1, y=1$.