

Дискретная математика

**Части графа. Операции
над частями графа.**

Часть графа

Пусть $G = (V, E)$ – n -граф.

Частью (подграфом) графа G

называется граф $H = (V', E')$,

где $V' \subseteq V$, $E' \subset E$,

причем все ребра множества E'

входят в граф H вместе со

своими концами.

Суграф

Подграф $H = (V', E')$, называется **суграфом**, если $V' = V$.

Суграф называется **покрывающим**, если каждая вершина инцидентна хотя бы одному ребру графа G .

Подграф, порожденным множеством вершин

Подграф $H = (V', E')$, называется
*подграфом, порожденным
множеством вершин $A \subset V$,*
если $V' = A$, E' состоит из ребер
множества E , соединяющих
вершины множества A .

Звездный граф

Подграф $H = (V', E')$, называется
звездным графом вершины

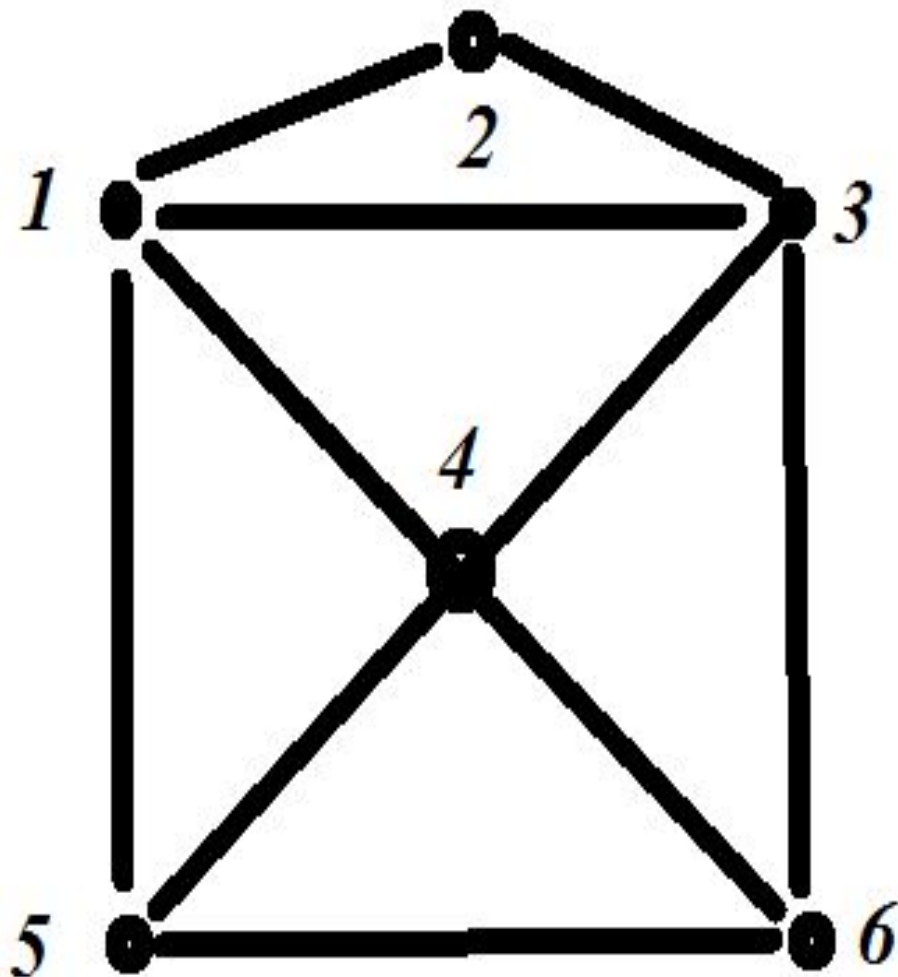
$$v \in V$$

если V' составляют вершина v и
все смежные ей вершины,

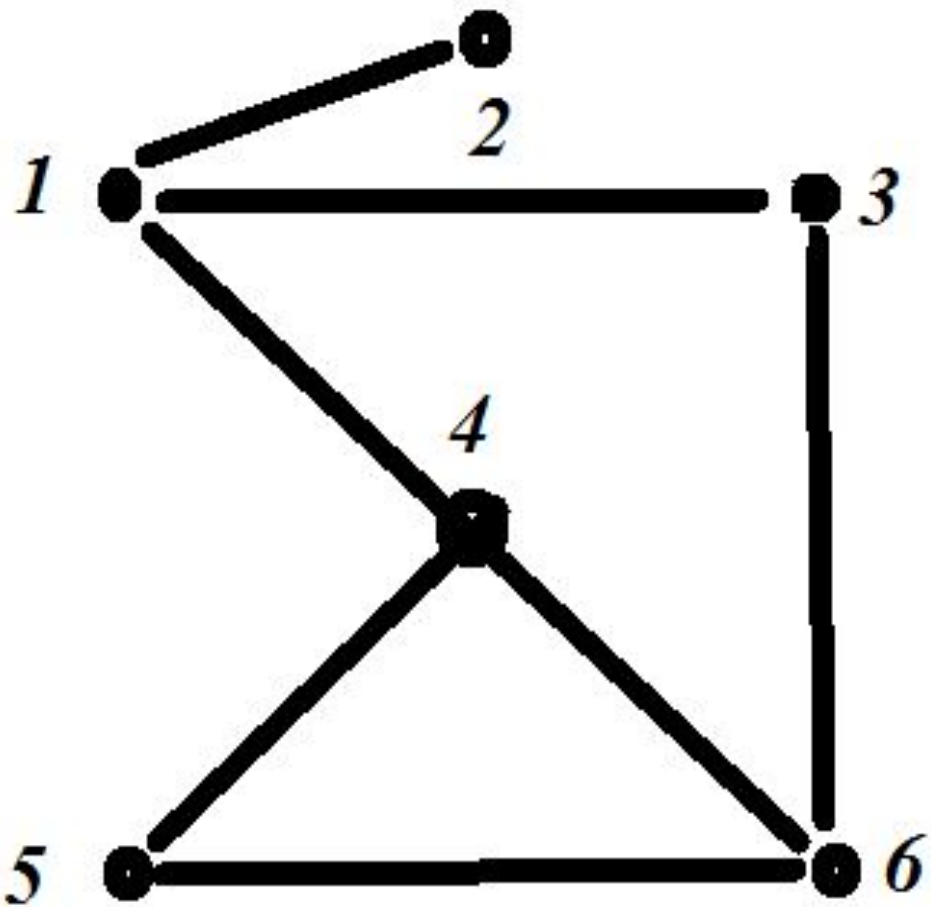
E' состоит из ребер множества
 E , инцидентных вершине v .

Пример покрывающего суграфа

$G(V, E)$

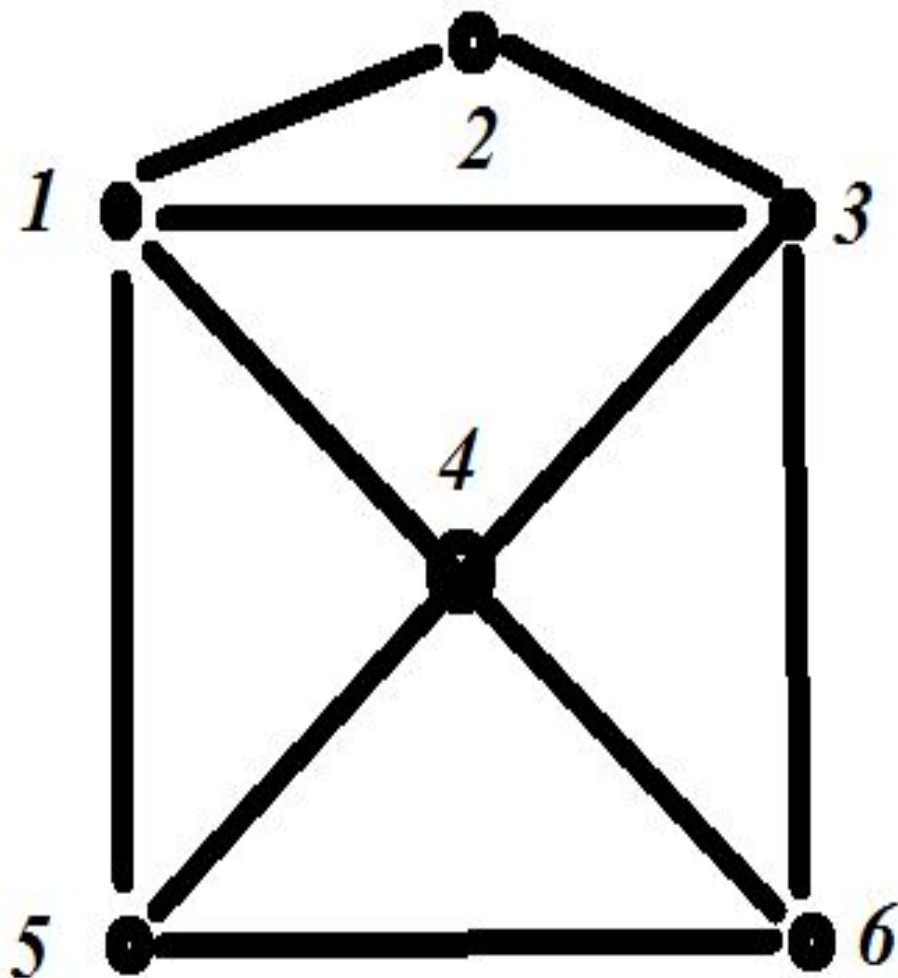


$H_1 = (V', E')$

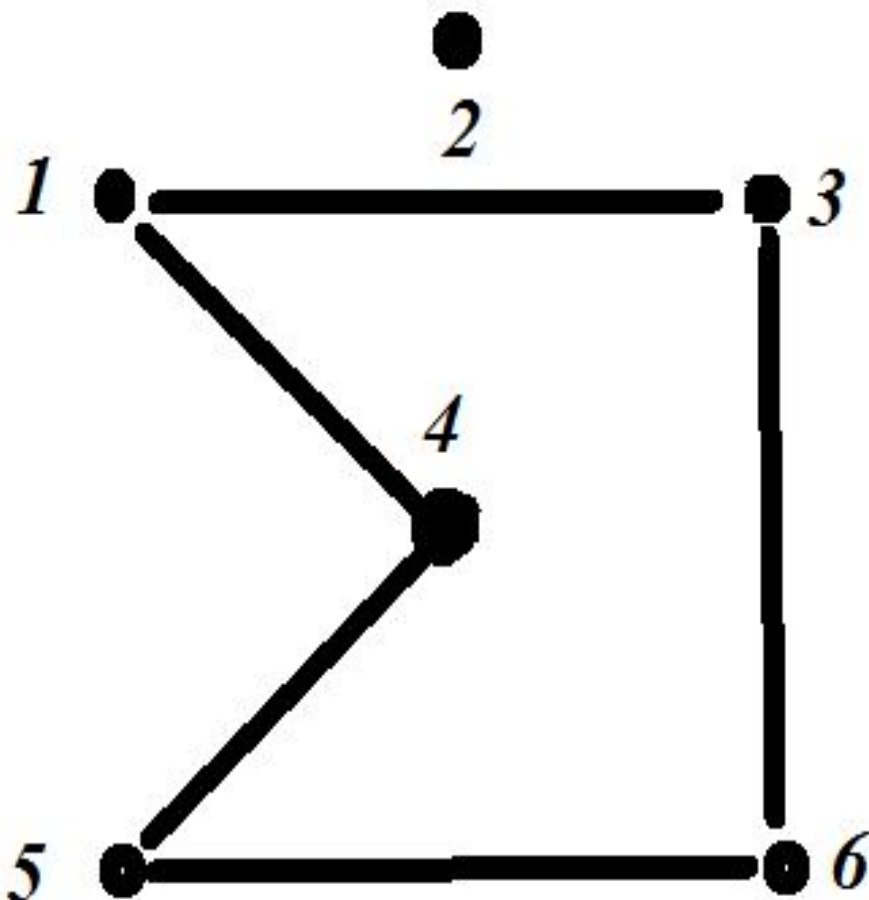


Пример непокрывающего суграфа

$G(V, E)$

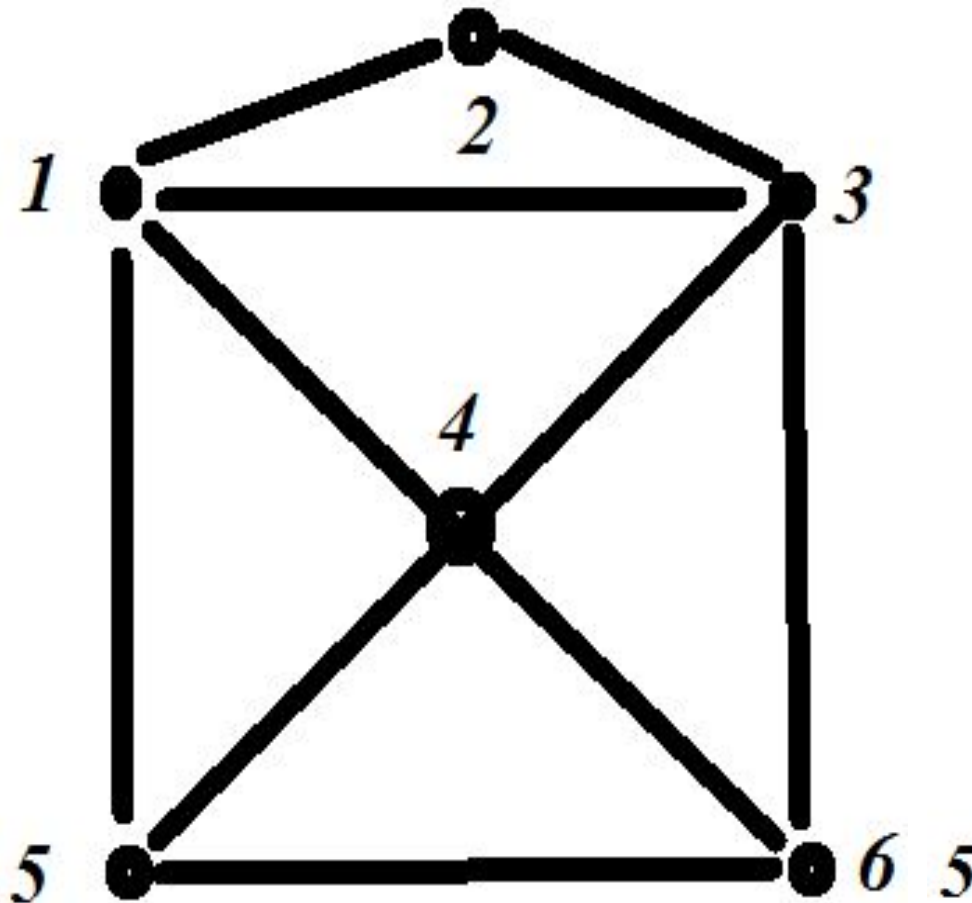


$H_2 = (V', E')$



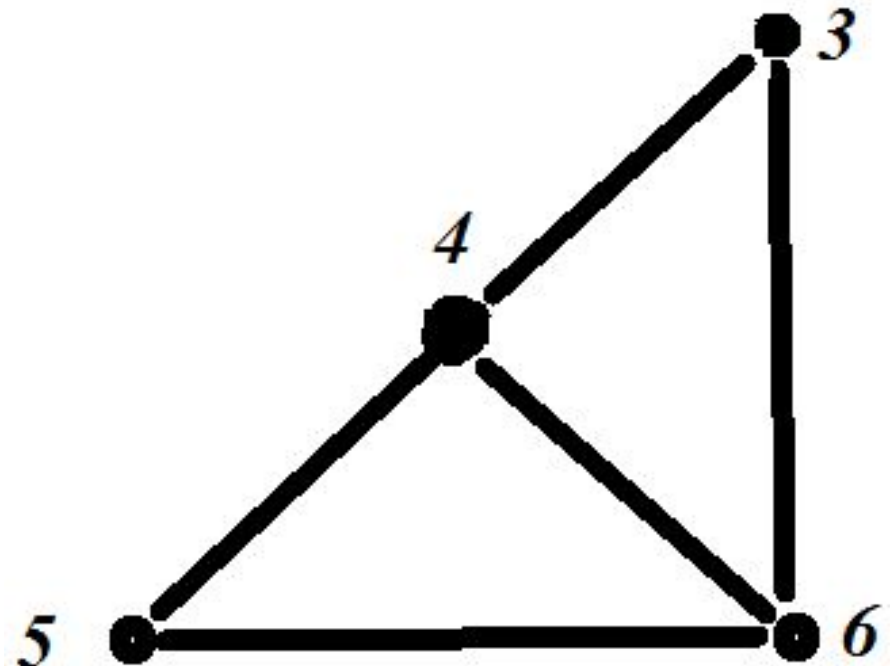
Пример подграфа, порожденного множеством A

$G(V, E)$



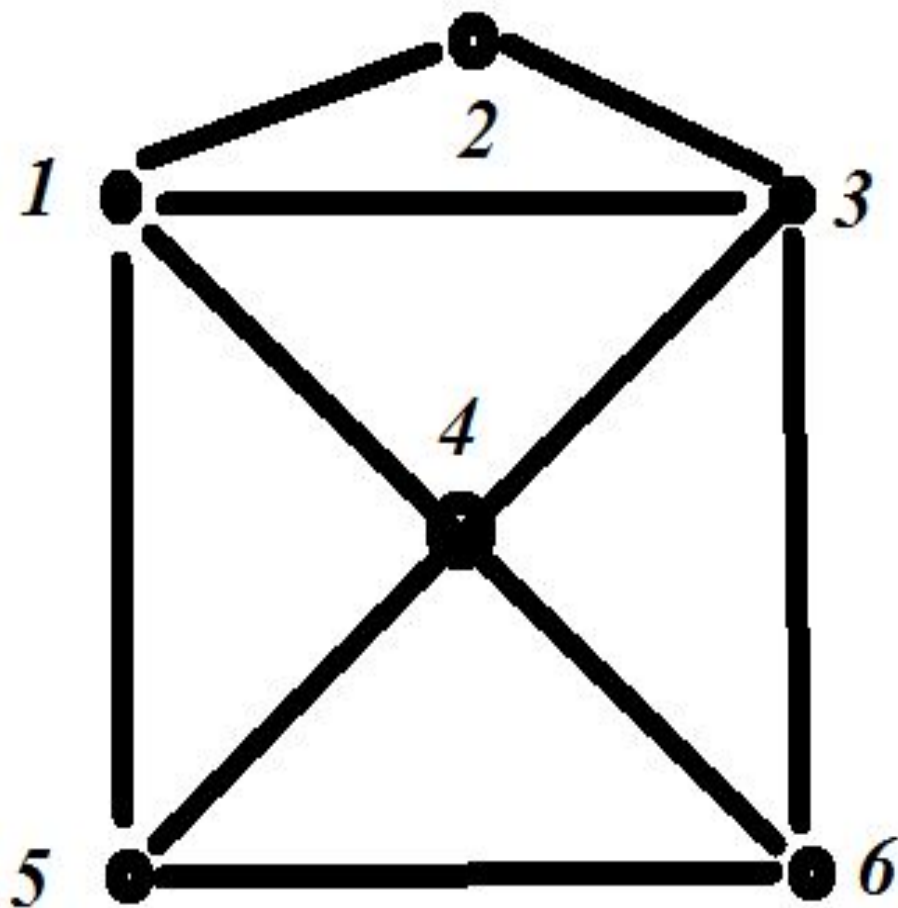
$H_3 = (A, E')$

$A = \{3, 4, 5, 6\}$

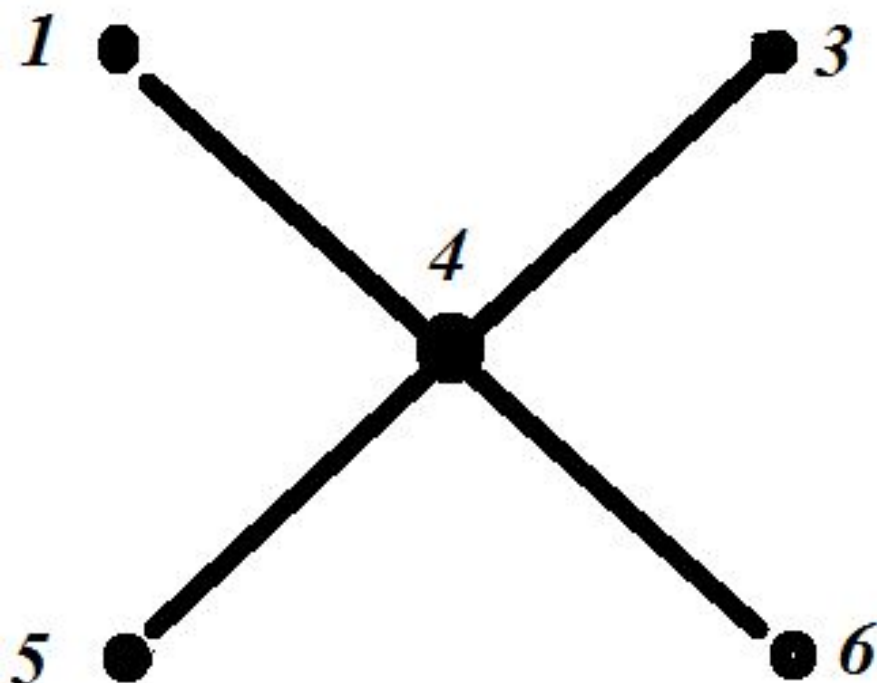


Пример звездного графа

$G(V, E)$



$H_4 = (V', E') = Z(4)$



Операции над частями графа

Суммой подграфов

$H_1 = (V_1, E_1)$ и $H_2 = (V_2, E_2)$
называется граф $H = (V, E)$,
такой что

$V = V_1 \cup V_2, \quad E = E_1 \cup E_2.$
Обозначается: $H = H_1 \cup H_2.$

Операции над частями графа

Пересечением подграфов

$H_1 = (V_1, E_1)$ и $H_2 = (V_2, E_2)$
называется граф $D = (V, E)$,
такой что

$$V = V_1 \cap V_2, \quad E = E_1 \cap E_2.$$

Обозначается: $D = H_1 \cap H_2.$

Операции над частями графа

Сумма подграфов

$H_1 = (V_1, E_1)$ и $H_2 = (V_2, E_2)$

называется *прямой по ребрам*,
если у них нет общих ребер:

$$E_1 \cap E_2 = \emptyset.$$

Операции над частями графа

Сумма подграфов

$$H_1 = (V_1, E_1) \text{ и } H_2 = (V_2, E_2)$$

называется **прямой по вершинам**,
если у них нет общих вершин:

$$V_1 \cap V_2 = \emptyset.$$

Операции над частями графа

Дополнением подграфа

$H = (V_1, E_1)$ до графа $G = (V, E)$

называется подграф $\bar{H} = (V_2, E_2)$,

где множество его ребер:

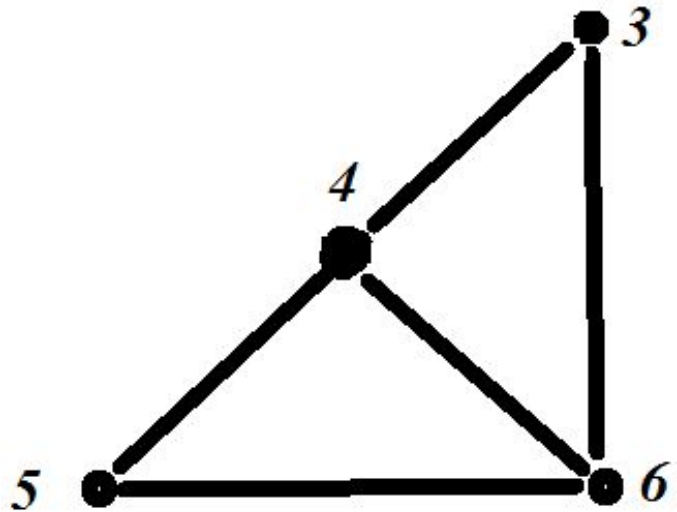
$$E_2 = E - E_1,$$

Операции над частями графа

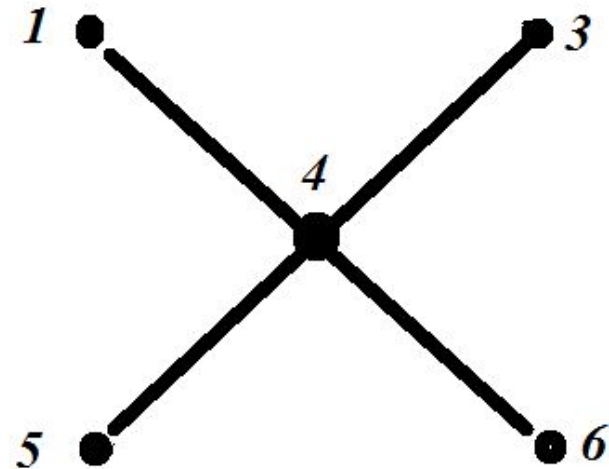
а множество вершин V_2 состоит из всех вершин множества V , инцидентных ребрам из E_2 и всех изолированных вершин, не попавших в множество V_1 .

Пример суммы подграфов

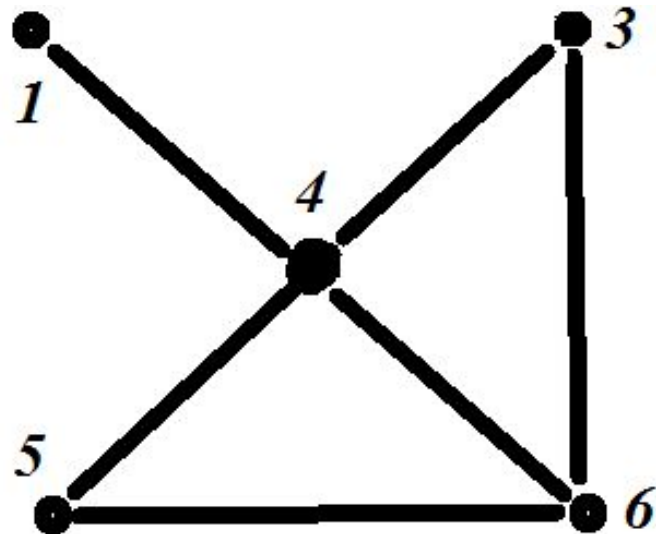
$$H_1 = (V_1, E_1)$$



$$H_2 = (V_2, E_2)$$

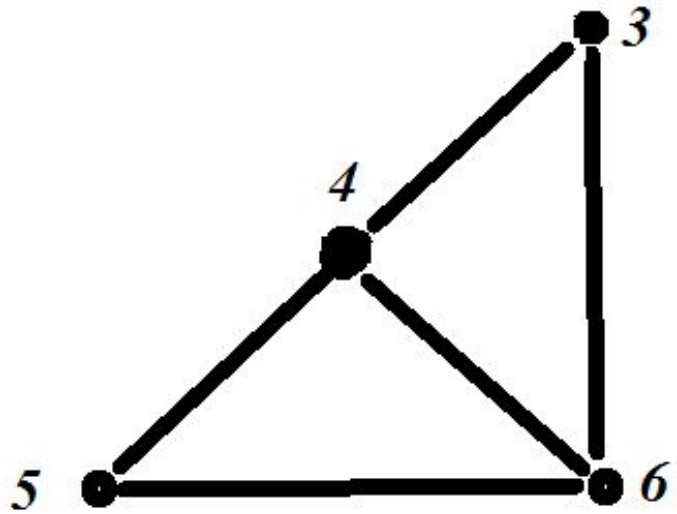


$$H = H_1 \cup H_2$$

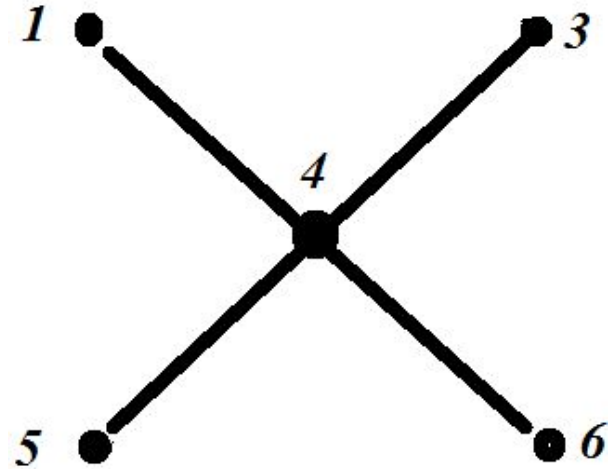


Пример пересечения подграфов

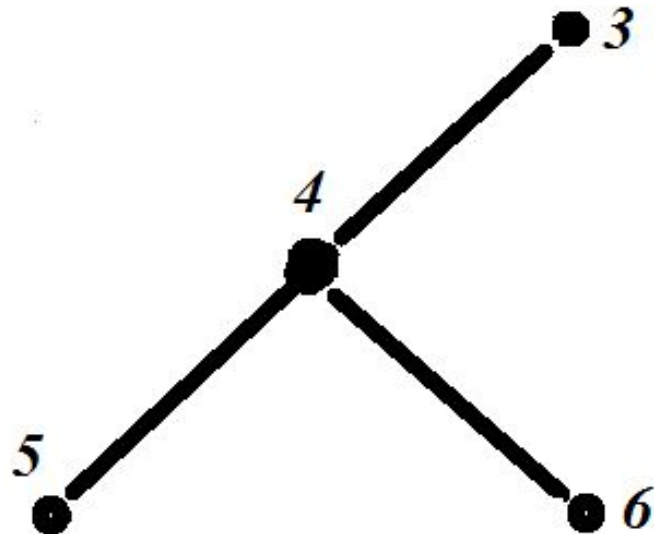
$$H_1 = (V_1, E_1)$$



$$H_2 = (V_2, E_2)$$

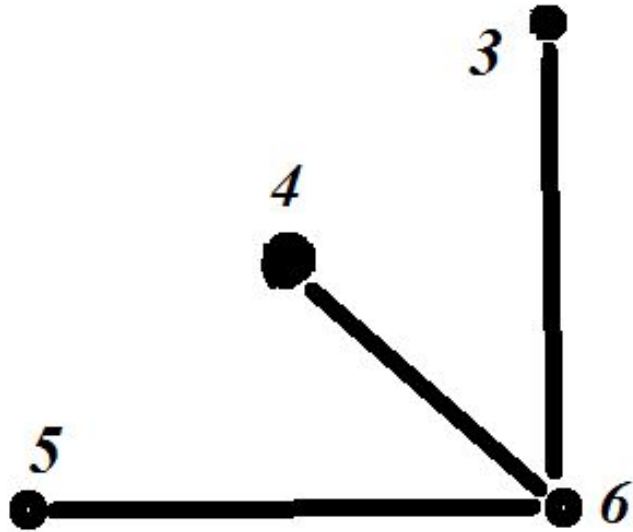


$$H = H_1 \cap H_2$$

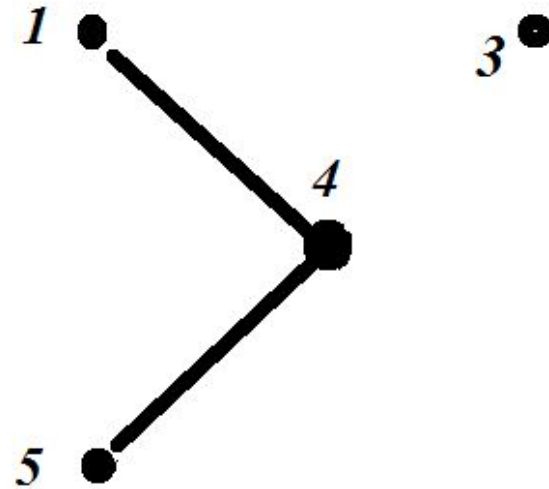


Пример суммы, прямой по ребрам

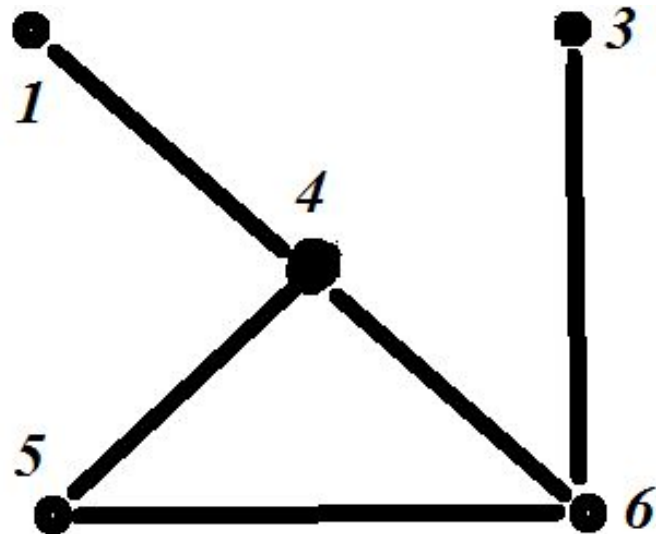
$$H_1 = (V_1, E_1)$$



$$H_2 = (V_2, E_2)$$

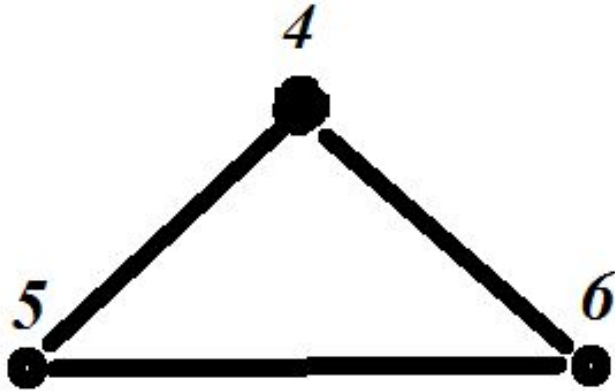


$$H = H_1 \cup H_2$$



Пример суммы, прямой по вершинам

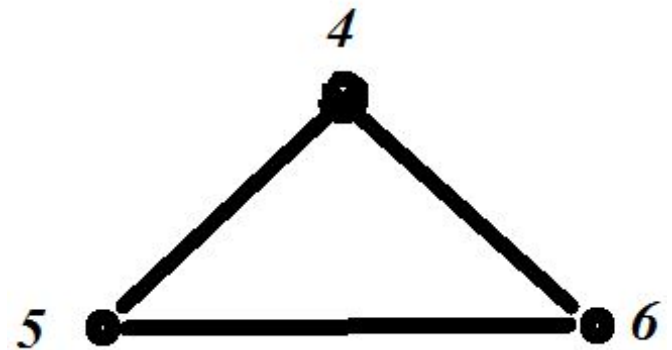
$$H_1 = (V_1, E_1)$$



$$H_2 = (V_2, E_2)$$

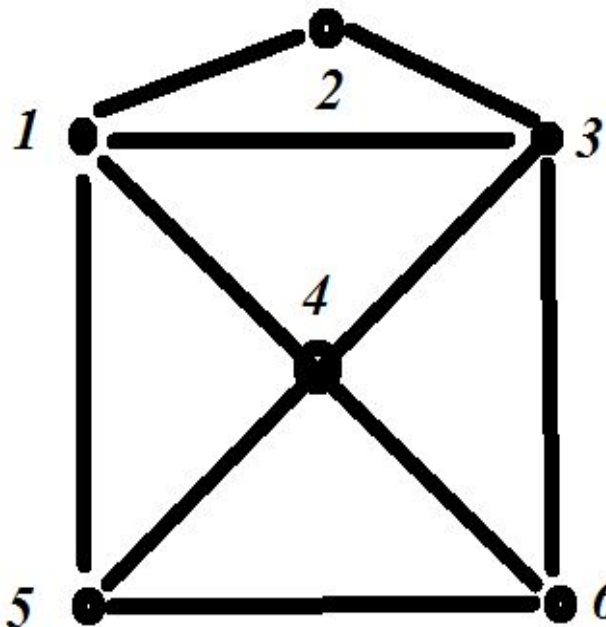


$$H = H_1 \cup H_2$$



Пример дополнения

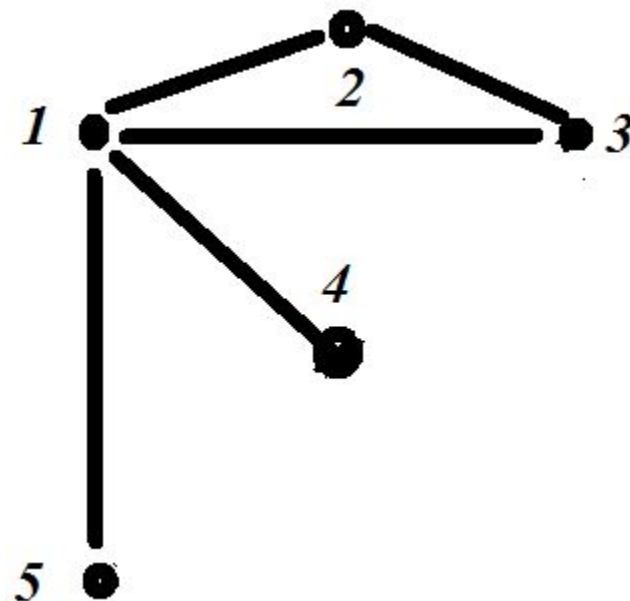
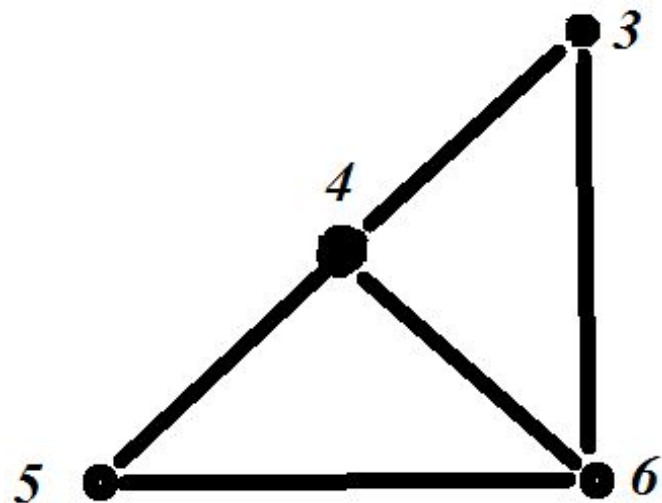
$G(V, E)$



$H = (V_1, E_1)$



$\overline{H} = (V_2, E_2)$



Замечание

Подграф и его дополнение
являются прямой суммой по
ребрам:

$$H \cup \overline{H} = G$$