

Программирование на языке C++

§ 54. Простейшие программы

§ 55. Вычисления

§ 56. Ветвления

§ 57. Циклические алгоритмы

§ 58. Циклы по переменной

§ 59. Процедуры

§ 60. Функции

§ 61. Рекурсия

Программирование на языке C++

§ 54. Простейшие программы

Простейшая программа

результат –
целое число

это основная
программа

```
int main()
```

```
{
```

```
    // это основная программа
```

```
    /* здесь записывают
```

```
        операторы */
```

```
}
```

комментарии после `//`
не обрабатываются

это тоже комментарий



Что делает эта программа?

Вывод на экран

```
int main()
```

```
{
```

```
    cout << "2+";
```

```
    cout << "2=?\n";
```

```
    cout << "Ответ: 4";
```

```
}
```

character output – **ВЫХОДНОЙ ПОТОК** [СИМВОЛОВ] на консоль

"\n" – новая строка

Протокол:

2+

Ответ: 4

Подключение библиотечных функций

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    cout << "2+";
    cout << "2=?\n";
    cout << "Ответ: 4";
    cin.get();
}
```

стандартные потоки
ввода и вывода

стандартное
пространство имен

ждать нажатия любой
клавиши

character input – **ВХОДНОЙ**
ПОТОК [СИМВОЛОВ] С КОНСОЛИ

Если не подключить пространство имён...

```
#include <iostream>
int main()
{
    std::cout << "2+";
    std::cout << "2=?\n";
    std::cout << "Ответ: 4";
    std::cin.get();
}
```

пространство имен std

Вывод в поток

```
cout << "2+" << "2=?" << "\n"  
      << "Ответ: 4";
```

```
cout << "2+" << "2=?" << endl  
      << "Ответ: 4";
```

end of line – конец строки

Задания

«В»: Вывести на экран текст «лесенкой»

Вася

пошел

гулять

«С»: Вывести на экран рисунок из букв

```
  Ж
 ЖЖЖ
 ЖЖЖЖЖ
 ЖЖЖЖЖЖЖ
 НН НН
 ZZZZZ
```


Сложение чисел

Задача. Ввести с клавиатуры два числа и найти их сумму.

Протокол:

Введите два целых числа

компьютер

25 30

пользователь

25+30=55

компьютер считает сам!

?

1. Как ввести числа в память?
2. Где хранить введенные числа?
3. Как вычислить?
4. Как вывести результат?

Сумма: псевдокод

```
int main()  
{  
    // ввести два числа  
    // вычислить их сумму  
    // вывести сумму на экран  
}
```

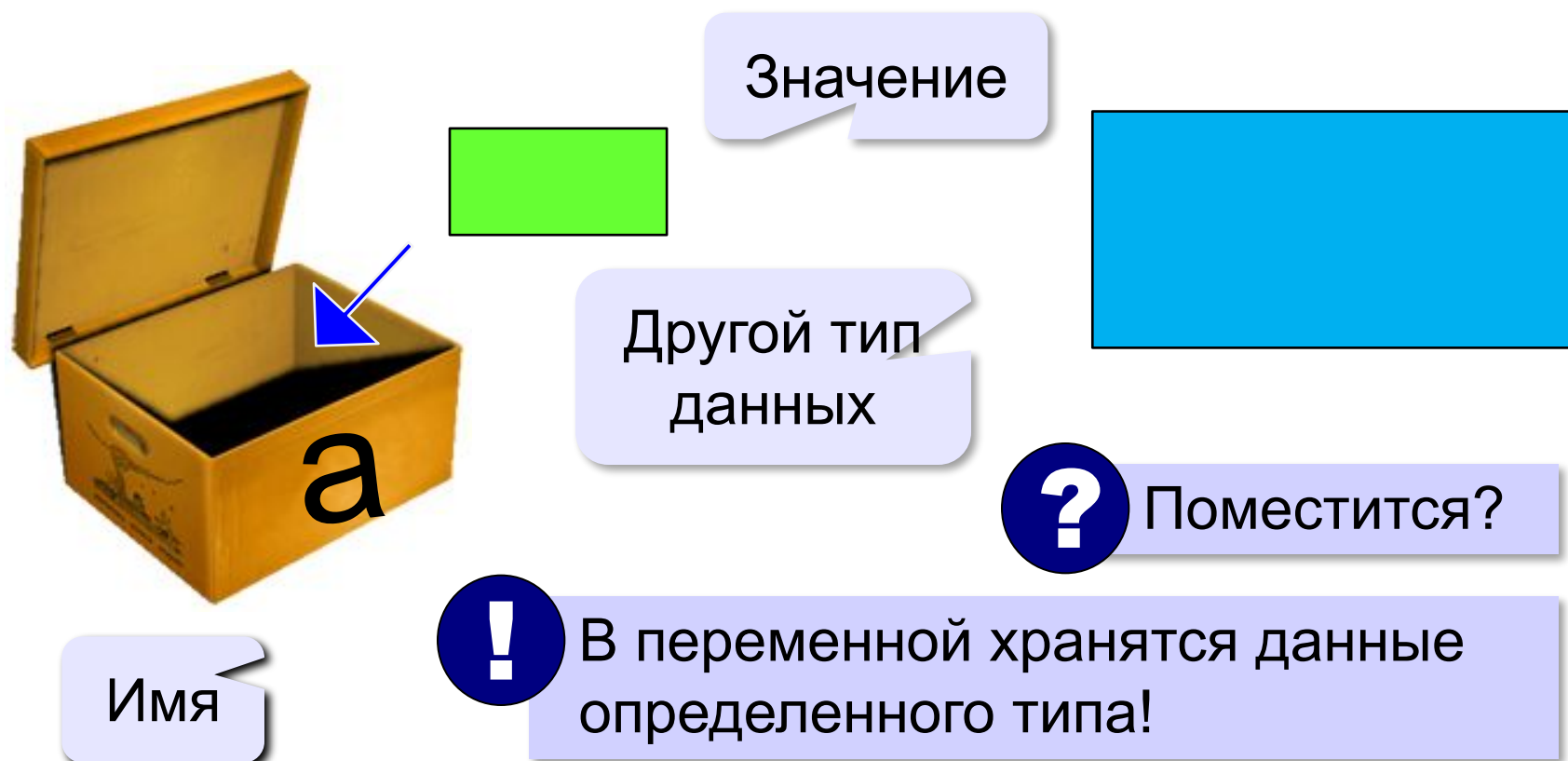
Псевдокод – алгоритм на русском языке с элементами языка программирования.



Компьютер не может исполнить псевдокод!

Переменные

Переменная – это величина, имеющая имя, тип и значение. Значение переменной можно изменять во время работы программы.



Имена переменных

МОЖНО использовать

- латинские буквы (A-Z, a-z)

заглавные и строчные буквы **различаются**

- цифры

имя не может начинаться с цифры

- знак подчеркивания _

НЕЛЬЗЯ использовать

~~• русские буквы~~

~~• скобки~~

~~• знаки +, =, !, ? и др.~~

Какие имена правильные?

AXby R&B 4Wheel Вася “PesBarbos”

TU154 [QuQu] _ABBA A+B

Объявление переменных

тип – целые

список имен
переменных

```
int a, b, c;
```

выделение
места в памяти

Начальные значения:

```
int a, b = 1, c = 55;
```

?

Что в переменной a?

«мусор»!
не использовать!

Типы данных

- `int` // целое
- `long int` // длинное целое
- `float` // вещественное
- `double` // веществ. двойной точности
- `bool` // логические значения
- `char` // символ
- `string` // символьная строка
- и др.

Тип переменной

- область допустимых значений
- допустимые операции
- объём памяти
- формат хранения данных
- для предотвращения случайных ошибок

Как записать значение в переменную?

оператор
присваивания

```
a = 5;
```



При записи нового
значения старое
стирается!

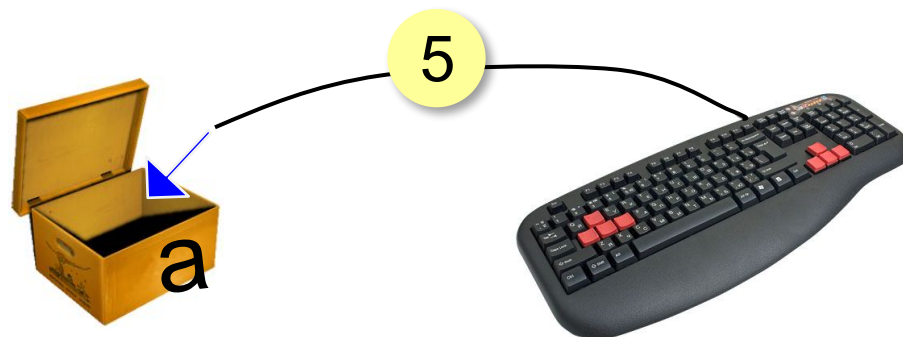
Оператор – это команда языка программирования (инструкция).

Оператор присваивания – это команда для записи нового значения в переменную.

Ввод значения с клавиатуры

ввести значение **a** из
входного потока

```
cin >> a;
```

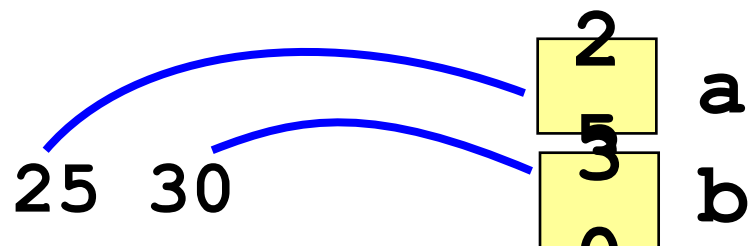


1. Программа ждет, пока пользователь введет значение и нажмет *Enter*.
2. Введенное значение записывается в переменную **a**.

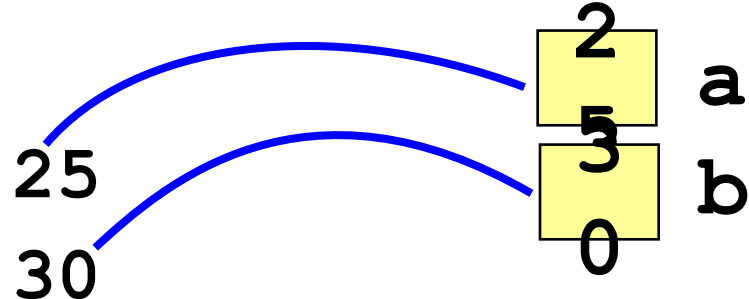
Ввод значений двух переменных

```
cin >> a >> b;
```

через пробел:



через *Enter*:



Изменение значений переменной

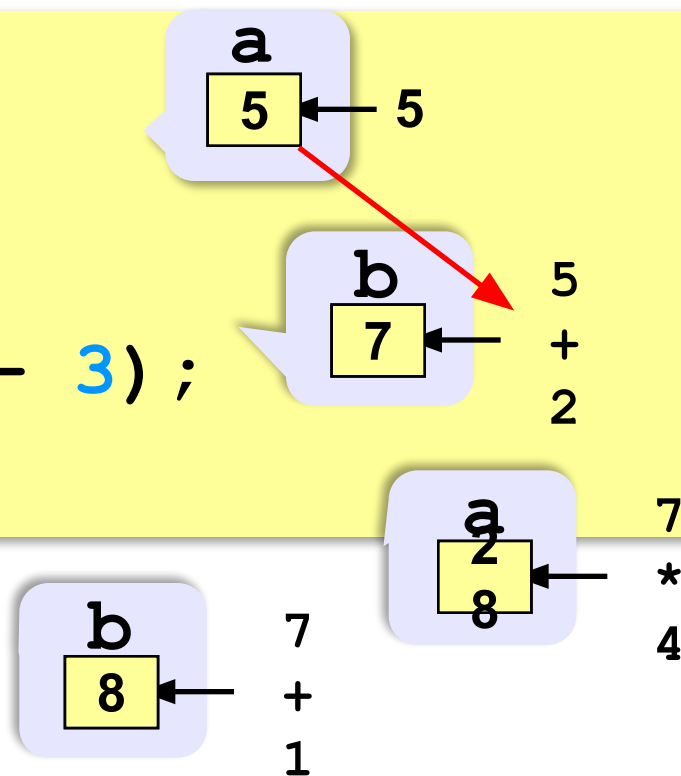
```
int a, b;
```

```
a = 5;
```

```
b = a + 2;
```

```
a = (a + 2) * (b - 3);
```

```
b = b + 1;
```



Вывод данных

```
cout << a; //вывод значения  
           //переменной a
```


```
cout << a << endl; //...и переход  
                  //на новую строку
```

```
cout << "Привет!"; //вывод текста
```

```
cout << "Ответ: " << c;
```

//вывод текста и значения переменной c

```
cout << a << "+" << b << "=" << c;
```



2+3=5

Сложение чисел: простое решение

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int a, b, c;
    cin >> a >> b;
    c = a + b;
    cout << c;
}
```

далее эта «шапка» в слайдах не повторяется



Что плохо?

Сложение чисел: полное решение

подсказка

```
int a, b, c;  
cout << "Введите два целых числа\n";  
cin >> a >> b;  
c = a + b;  
cout << a << "+" << b << "=" << c;
```

компьютер

Протокол:

Введите два целых числа

25 30

пользователь

25+30=55

Снова про оператор вывода

Вычисление выражений:

```
cout << a << "+" << b << "=" << a+b;
```

Форматный вывод:

```
#include <iomanip>
...
a = 123;
cout << setw(5) << a;
```

манипуляторы для
управления потоками

123
5 знаков

set width – установить
ширину поля

Программирование на языке C++

§ 55. Вычисления

Арифметическое выражения

3 1 2 4 5 6

```
a = (c + b*5*3 - 1) / 2 * d;
```

Приоритет (*старшинство*):

- 1) скобки
- 2) умножение и деление
- 3) сложение и вычитание

$$a = \frac{c + b \cdot 5 \cdot 3 - 1}{2} \cdot d$$

Деление

Результат деления целого на целое – **целое** число (остаток отбрасывается):

```
int a = 3, b = 4;
```

```
float x;
```

```
x = 3 / 4;
```

```
x = 3. / 4;
```

```
x = 3 / 4.;
```

```
x = a / 4;
```

```
x = a / 4.;
```

```
x = a / b;
```

```
x = float(a) / 4;
```

```
x = a / float(b);
```



Что запишется в **x**?

Остаток от деления

% – остаток от деления

```
int a, b, d;  
d = 85;  
b = d / 10;  
a = d % 10;  
d = a % b;  
d = b % a;
```

Для отрицательных чисел:

```
int a = -7;  
b = a / 2;  
d = a % 2;
```



В математике не так!

остаток ≥ 0

$$-7 = (-4) * 2 + 1$$

Сокращенная запись операций

```
int a, b;
```

```
...
```

```
a ++;      // a = a + 1;
```

```
a --;      // a = a - 1;
```

```
a += b;    // a = a + b;
```

```
a -= b;    // a = a - b;
```

```
a *= b;    // a = a * b;
```

```
a /= b;    // a = a / b;
```

```
a %= b;    // a = a % b;
```

Вещественные числа



Целая и дробная части числа разделяются точкой!

Форматы вывода:

```
float x = 123.456;  
cout.width(10);  
cout.precision(5);  
cout << x << endl;
```

5 значащих цифр

123.46

```
cout.width(10);  
cout.precision(2);  
cout << x << endl;
```

всего 10 знаков

1.2e+002

$1,2 \cdot 10^2$

Вещественные числа

Формат с фиксированной точкой:

```
#include <iomanip>
```

```
...
```

```
float x = 123.4567890123;
```

```
cout << fixed << setprecision(3)  
      << x;
```

в дробной части

фиксированный

123.456

Вещественные числа

Экспоненциальный (научный) формат:

```
float x;  
x = 1./30000;  
cout << x;  
x = 12345678.;  
cout << x;
```

$3,33333 \cdot 10^{-5}$

3.33333e-005

1.23457e+007

```
float x = 123.456;  
cout.width(10);  
cout.precision(2);  
cout << scientific << x;
```

$1,23457 \cdot 10^7$

в дробной части

1.23e+002

научный

Стандартные функции

```
#include <cmath>
```

подключить
математическую
библиотеку

abs (x) — модуль целого числа
fabs (x) — модуль вещественного числа
sqrt (x) — квадратный корень
sin (x) — синус угла, заданного **в радианах**
cos (x) — косинус угла, заданного **в радианах**
exp (x) — экспонента e^x
ln (x) — натуральный логарифм
pow (x, y) — x^y : возведение числа x в степень y
floor (x) — округление «вниз»
ceil (x) — округление «вверх»

```
float x;  
x = floor(1.6) ; // 1  
x = ceil(1.6) ; // 2
```

```
x = floor(-1.6) ; // -2  
x = ceil(-1.6) ; // -1
```


Случайные числа

Случайно...

- встретить друга на улице
- разбить тарелку
- найти 10 рублей
- выиграть в лотерею

Случайный выбор:

- жеребьевка на соревнованиях
- выигравшие номера в лотерее

Как получить случайность?



Случайные числа на компьютере

Электронный генератор



- нужно специальное устройство
- нельзя воспроизвести результаты

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

зерно

564321

в квадрате

• малый период
(последовательность
повторяется через 10^6 чисел)

318458191041

209938992481

Линейный конгруэнтный генератор

$X = (a * X + b) \% c$ | интервал от 0 до $c-1$

$X = (X + 3) \% 10$ | интервал от 0 до 9

$X = 0 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8$

$8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 0$

зерно

зацикливание



Важен правильный выбор параметров a , b и c !

Компилятор GCC:

$a = 1103515245$

$b = 12345$

$c = 2^{31}$

Генератор случайных чисел

```
#include <random>
```

англ. *random* – случайный

Генератор на отрезке [0,RAND_MAX]:

```
int X, Y;  
X = rand(); // псевдослучайное число  
Y = rand(); // это уже другое число!
```

Целые числа на отрезке [a,b]:

```
int X, Y;  
X = a + rand() % (b - a + 1);  
Y = a + rand() % (b - a + 1);
```



Почему так?

[0, b-a]

Задачи

«А»: Ввести с клавиатуры три целых числа, найти их сумму, произведение и среднее арифметическое.

Пример:

Введите три целых числа:

5 7 8

$$5+7+8=20$$

$$5*7*8=280$$

$$(5+7+8)/3=6.667$$

«В»: Ввести с клавиатуры координаты двух точек (А и В) на плоскости (вещественные числа). Вычислить длину отрезка АВ.

Пример:

Введите координаты точки А:

5.5 3.5

Введите координаты точки В:

1.5 2

$$\text{Длина отрезка АВ} = 4.272$$

Задачи

«С»: Получить случайное трехзначное число и вывести через запятую его отдельные цифры.

Пример:

Получено число 123.

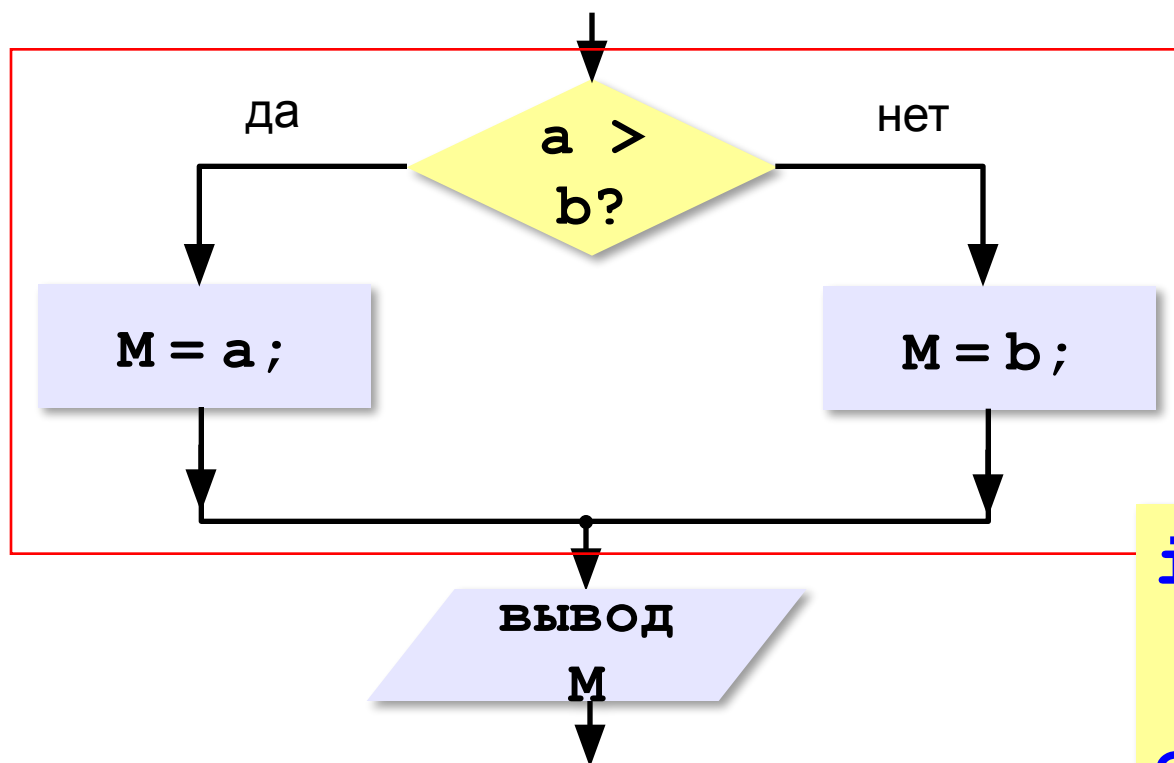
Его цифры 1, 2, 3.

Программирование на языке C++

§ 56. Ветвления

Условный оператор

Задача: **изменить порядок действий** в зависимости от выполнения некоторого условия.



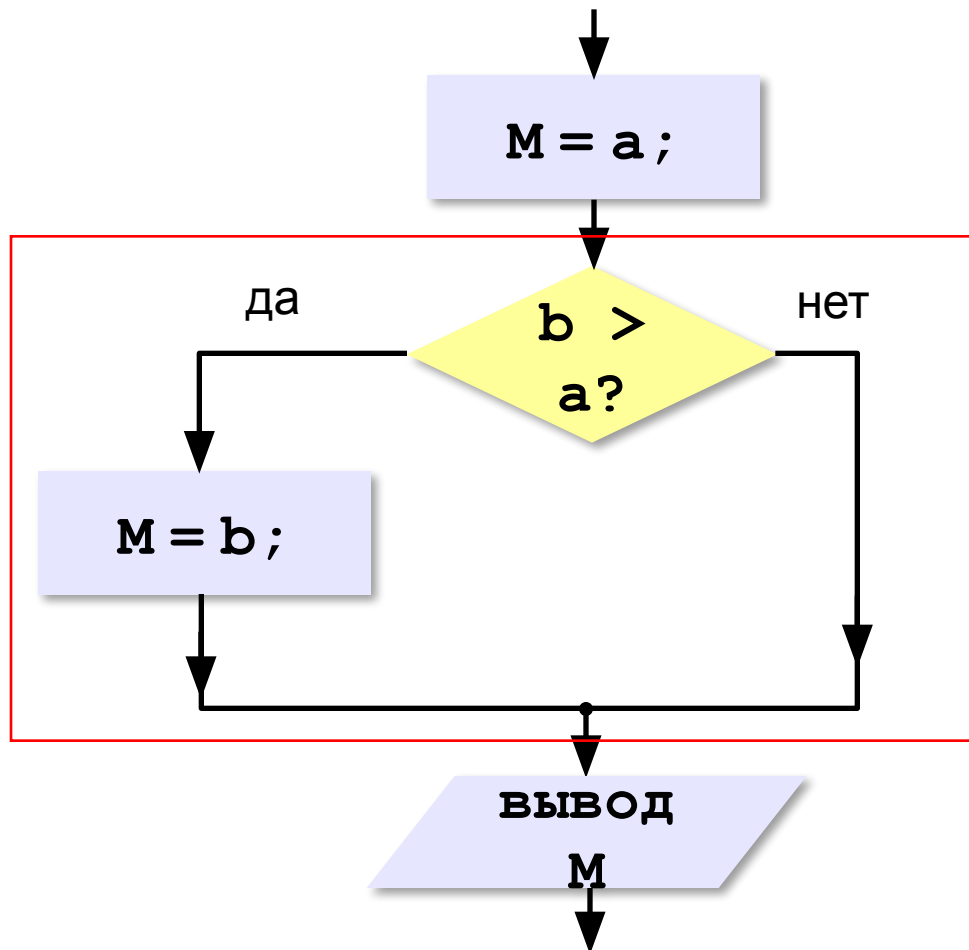
полная
форма
ветвления



Если $a = b$?

```
if ( a > b )  
    M = a;  
else  
    M = b;
```


Условный оператор: неполная форма



```
M = a;  
if ( b > a )  
    M = b;
```

неполная
форма
ветвления

Условный оператор

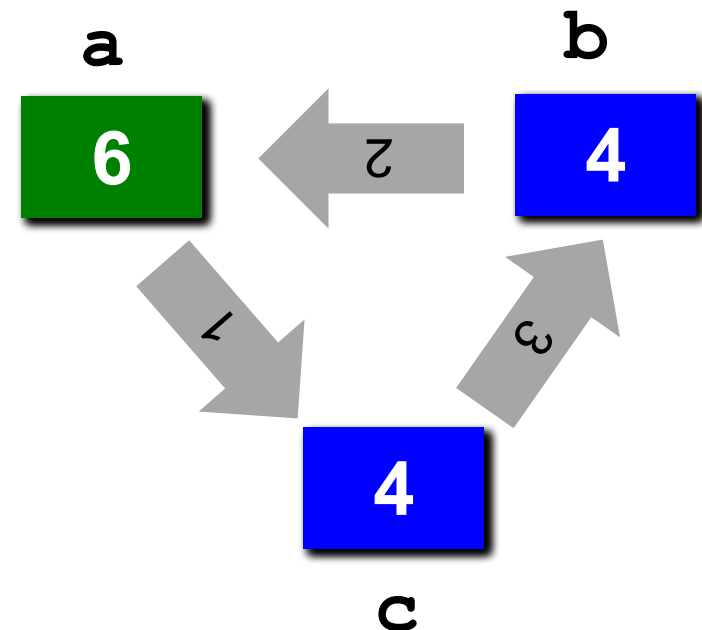
```
if ( a < b )
```

```
{  
  c = a;  
  a = b;  
  b = c;  
}
```

блок
(составной
оператор)



Что делает?



Можно ли обойтись
без переменной **c**?

Знаки отношений

>

<

больше, меньше

>=

больше или равно

<=

меньше или равно

==

равно

!=

не равно

Вложенные условные операторы

Задача: в переменных **a** и **b** записаны возрасты Андрея и Бориса. Кто из них старше?



Сколько вариантов?

```
if ( a == b )  
    cout << "Одного возраста";  
else  
    if ( a > b )  
        cout << "Андрей старше";  
    else  
        cout << "Борис старше";
```



Зачем нужен?

вложенный
условный оператор

Задачи

«А»: Ввести три целых числа, найти максимальное из них.

Пример:

Введите три целых числа:

1 5 4

Максимальное число 5

«В»: Ввести пять целых чисел, найти максимальное из них.

Пример:

Введите пять целых чисел:

1 5 4 3 2

Максимальное число 5

Задачи

«С»: Ввести последовательно возраст Антона, Бориса и Виктора. Определить, кто из них старше.

Пример:

Возраст Антона: 15

Возраст Бориса: 17

Возраст Виктора: 16

Ответ: Борис старше всех.

Пример:

Возраст Антона: 17

Возраст Бориса: 17

Возраст Виктора: 16

Ответ: Антон и Борис старше Виктора.

Сложные условия

Задача: набор сотрудников в возрасте **25-40 лет**
(включительно).

сложное условие

```
if ( v >= 25 && v <= 40 )  
    cout << "подходит";  
else  
    cout << "не подходит";
```

&& «И»

|| «ИЛИ»

! «НЕ»

Приоритет :

- 1) отношения (<, >, <=, >=, ==, !=)
- 2) **!** («НЕ»)
- 3) **&&** («И»)
- 4) **||** («ИЛИ»)

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает три числа и выводит количество одинаковых чисел в этой цепочке.

Пример:

Введите три числа:

5 5 5

Все числа одинаковые.

Пример:

Введите три числа:

5 7 5

Два числа одинаковые.

Пример:

Введите три числа:

5 7 8

Нет одинаковых чисел.

Задачи

«В»: Напишите программу, которая получает номер месяца и выводит соответствующее ему время года или сообщение об ошибке.

Пример:

Введите номер месяца :

5

Весна .

Пример:

Введите номер месяца :

15

Неверный номер месяца .

Задачи

«С»: Напишите программу, которая получает возраст человека (целое число, не превышающее 120) и выводит этот возраст со словом «год», «года» или «лет». Например, «21 год», «22 года», «25 лет».

Пример:

Введите возраст: **18**

Вам 18 лет.

Пример:

Введите возраст: **21**

Вам 21 год.

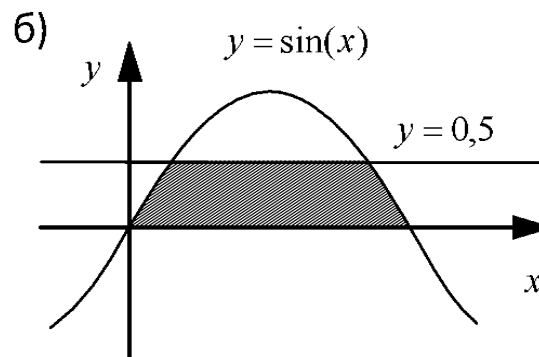
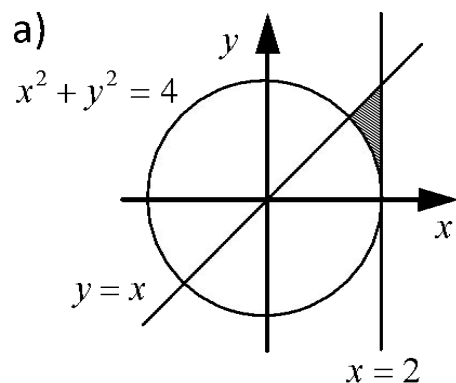
Пример:

Введите возраст: **22**

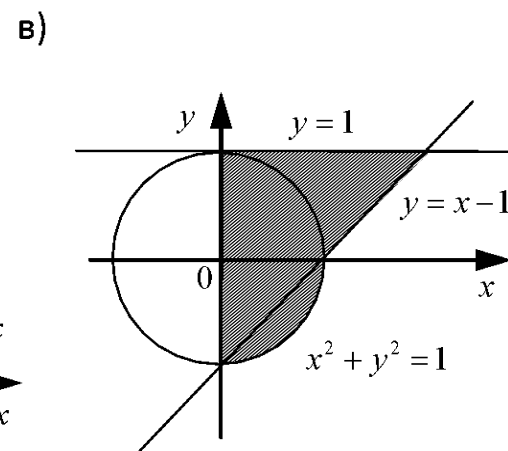
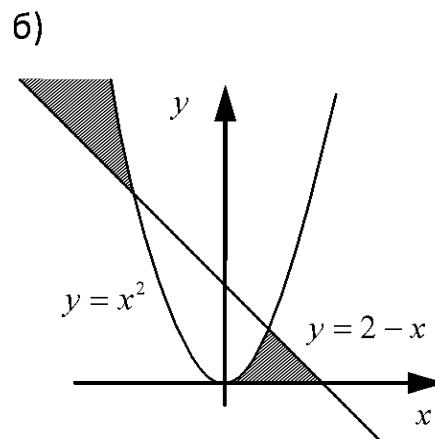
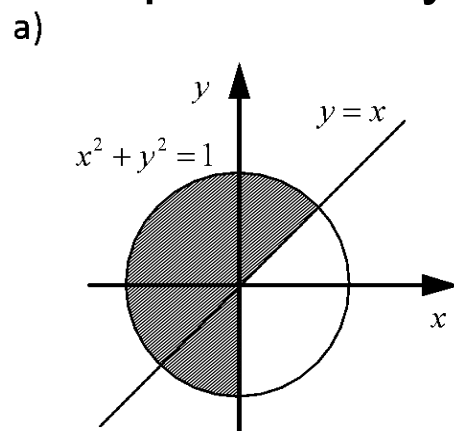
Вам 22 года.

Задачи

«А»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.

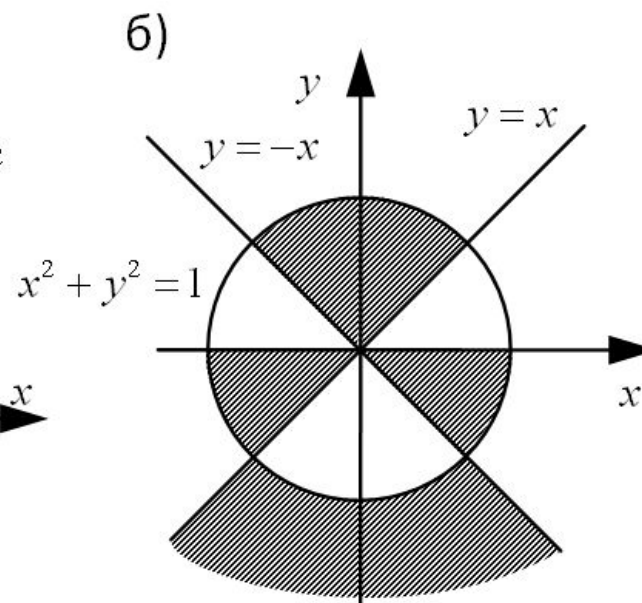
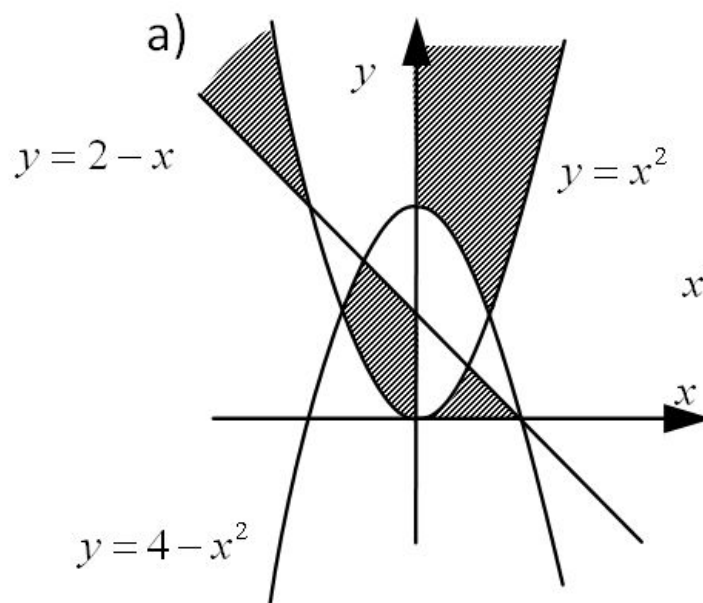


«В»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Задачи

«С»: Напишите условие, которое определяет заштрихованную область.



Множественный выбор

```
if (m == 1) cout << "январь";  
if (m == 2) cout << "февраль";  
...  
if (m == 12) cout << "декабрь";
```

```
switch ( m ) {  
    case 1: cout << "январь";  
            break;  
    case 2: cout << "февраль";  
            break;  
    ...  
    case 12: cout << "декабрь";  
             break;  
    default: cout << "ошибка";  
}
```

Множественный выбор

Если не ставить **break**:

```
switch ( m ) {  
    case 1:    cout << "январь" ;  
    case 2:    cout << "февраль" ;  
    case 3:    cout << "март" ;  
    default:   cout << "ошибка" ;  
}
```

При $m = 2$: февральмартошибка



Берегись проваливания!

Множественный выбор

```
char c;  
c = getch();  
switch(c)  
{  
    case 'a':  
        cout << "антилопа\n";  
        cout << "Анапа\n";  
        break;  
  
    ...  
    case 'я':  
        cout << "ягуар\n";  
        cout << "Якутск\n";  
        break;  
    default: cout << "Ошибка!";  
}
```

ждать нажатия клавиши,
получить её код

несколько
операторов в
блоке

Программирование на языке C++

§ 57. Циклические алгоритмы

Что такое цикл?

Цикл – это многократное выполнение одинаковых действий.

Два вида циклов:

- цикл с **известным** числом шагов (сделать 10 раз)
- цикл с **неизвестным** числом шагов (делать, пока не надоест)

Задача. Вывести на экран 10 раз слово «Привет».



Можно ли решить известными методами?

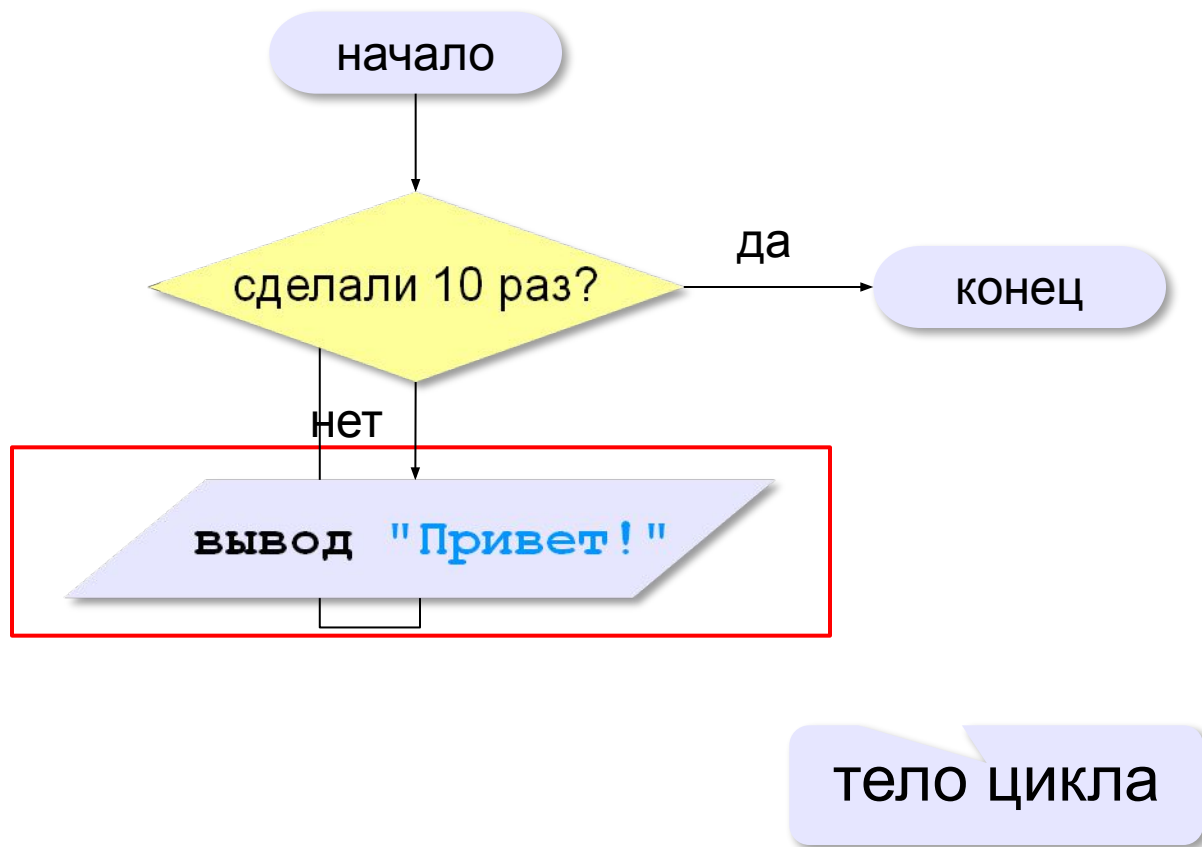
Повторения в программе

```
cout << "Привет\n" ;  
cout << "Привет\n" ;  
...  
cout << "Привет\n" ;
```



Что плохо?

Блок-схема цикла



Как организовать цикл?

```
счётчик = 0  
пока счётчик < 10  
    cout << "Привет\n";  
    увеличить счётчик на 1
```

результат операции
автоматически
сравнивается с нулём!

```
счётчик = 10  
пока счётчик > 0  
    cout << "Привет\n";  
    уменьшить счётчик на 1
```



Какой способ удобнее для процессора?

Цикл с условием

Задача. Определить **количество цифр** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную **n**.

```
счётчик = 0
пока n > 0
    отсечь последнюю цифру n
    увеличить счётчик на 1
```

n	счётчик
1234	0

? Как отсечь последнюю цифру?

```
n = n / 10;
```

? Как увеличить счётчик на 1?

```
счётчик = счётчик + 1;
```

```
счётчик ++;
```

Цикл с условием

начальное значение
счётчика

условие
продолжения

заголовок
цикла

```
count = 0;  
while ( n > 0 )  
{  
    n = n / 10;  
    count ++;  
}
```

конец
цикла

тело цикла



Цикл с предусловием – проверка на входе в цикл!

Цикл с условием

При известном количестве шагов:

```
k = 0;
while ( k < 10 )
{
    cout << "привет\n";
    k ++;
}
```

Защипливание:

```
k = 0;
while ( k < 10 )
{
    cout << "привет\n";
}
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) a = a + 1;
```

2 раза
a = 6

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) a = a + b;
```

1 раз
a = 10

```
a = 4; b = 6;  
while ( a > b ) a ++;
```

0 раз
a = 4

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) b = a - b;
```

1 раз
b = -2

```
a = 4; b = 6;  
while ( a < b ) a --;
```

зацикливание

Цикл с постусловием

заголовок
цикла

do

{

cout << "Введите n > 0: ";

cin >> n;

}

while (n <= 0);

тело цикла

условие
продолжения

- при входе в цикл условие **не проверяется**
- цикл всегда выполняется **хотя бы один раз**

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает два целых числа A и B ($0 < A < B$) и выводит квадраты всех натуральных чисел в интервале от A до B .

Пример:

Введите два целых числа :

10 12

$10 * 10 = 100$

$11 * 11 = 121$

$12 * 12 = 144$

«В»: Напишите программу, которая получает два целых числа и находит их произведение, не используя операцию умножения. Учтите, что числа могут быть отрицательными.

Пример:

Введите два числа :

10 -15

$10 * (-15) = -150$

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вычислить сумму всех чисел Фибоначчи, меньших N . Предусмотрите защиту от ввода отрицательного числа N .

Пример:

Введите число N :

10000

Сумма 17710

Задачи-2

«А»: Ввести натуральное число и найти сумму его цифр.

Пример:

Введите натуральное число:

12345

Сумма цифр 15.

«В»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры, стоящие рядом.

Пример:

Введите натуральное число:

12342

Нет.

Пример:

Введите натуральное число:

12245

Да.

Задачи-2

«С»: Ввести натуральное число и определить, верно ли, что в его записи есть две одинаковые цифры (не обязательно стоящие рядом).

Пример:

Введите натуральное число:

12342

Да .

Пример:

Введите натуральное число:

12345

Нет .

Программирование на языке C++

§ 58. Циклы по переменной

Цикл по переменной

Задача. Вывести все степени двойки от 2^1 до 2^{10} .



Можно ли сделать с циклом «пока»?

```
k = 1;  
n = 2;  
while ( k <= 10 )  
{  
    cout << n << endl;  
    n *= 2;  
    k ++;  
}
```

```
n = 2;  
for ( k=1; k<=10; k++ )  
{  
    cout << n << endl;  
    n *= 2;  
}
```

ЦИКЛ С
переменной

Цикл по переменной: другой шаг

это внутренняя
переменная цикла

```
for ( int k = 10; k >= 1; k-- )  
    cout << k*k << endl;
```



Что получится?

```
for ( int k = 1; k <= 10; k += 2 )  
    cout << k*k << endl;
```

100

81

64

49

36

25

16

9

4

1

1

9

25

49

81

Сколько раз выполняется цикл?

```
int a=1;  
for( int i=1; i<=3; i++ ) a=a+1;
```

a = 4

```
int a=1;  
for( int i=3; i<=1; i++ ) a=a+1;
```

a = 1

```
int a=1;  
for( int i=1; i<=3; i-- ) a=a+1;
```

зацикливание

```
int a=1;  
for( int i=3; i>=1; i-- ) a=a+1;
```

a = 4

Задачи

«А»: Найдите все пятизначные числа, которые при делении на 133 дают в остатке 125, а при делении на 134 дают в остатке 111.

«В»: Натуральное число называется **числом Армстронга**, если сумма цифр числа, возведенных в N-ную степень (где N – количество цифр в числе) равна самому числу. Например, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Найдите все трёхзначные Армстронга.

Задачи

«С»: Натуральное число называется автоморфным, если оно равно последним цифрам своего квадрата.
Например, $25^2 = 625$. Напишите программу, которая получает натуральное число N и выводит на экран все автоморфные числа, не превосходящие N.

Пример:

Введите N:

1000

$$1*1=1$$

$$5*5=25$$

$$6*6=36$$

$$25*25=625$$

$$76*76=5776$$

Вложенные циклы

Задача. Вывести все простые числа в диапазоне от 2 до 1000.

сделать для n от 2 до 1000
если число n простое то
вывод n

нет делителей $[2.. n-1]$:
проверка в цикле!



Что значит «простое число»?

Вложенные циклы

```
for ( int n=2; n<=1000; n++ )  
{  
    count = 0;  
    for ( int k=2; k<n; k++ )  
        if ( n % k == 0 )  
            count ++;  
    if ( count == 0 )  
        cout << n << endl;  
}
```

ВЛОЖЕННЫЙ ЦИКЛ

Вложенные циклы

```
for ( int i = 1; i <= 4; i++ )  
{  
    for ( int k = 1; k <= i; k++ )  
    {  
        cout << i << " " << k  
            << endl;  
    }  
}
```

1	1
2	1
2	2
3	1
3	2
3	3
4	1
4	2
4	3
4	4



Как меняются переменные?



Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

Поиск простых чисел – как улучшить?

$$n = k \cdot m, \quad k \leq m \Rightarrow k^2 \leq n \Rightarrow k \leq \sqrt{n}$$

```
while ( k <= sqrt(n) )  
{  
    ...  
}
```

? Что плохо?

```
int count = 0;  
int k = 2;  
while ( k*k <= n )  
{  
    if ( n % k == 0 ) count++;  
    k++;  
}
```

? Как ещё улучшить?

```
while ( k*k <= n && (count == 0) ) {  
    ...  
}
```

Задачи

«А»: Напишите программу, которая получает натуральные числа A и B ($A < B$) и выводит все простые числа в интервале от A до B .

Пример:

Введите границы диапазона:

10 20

11 13 17 19

«В»: В магазине продается мастика в ящиках по 15 кг, 17 кг, 21 кг. Как купить ровно 185 кг мастики, не вскрывая ящики? Сколькими способами можно это сделать?

Задачи

«С»: Ввести натуральное число N и вывести все натуральные числа, не превосходящие N и делящиеся на каждую из своих цифр.

Пример:

Введите N:

15

1 2 3 4 5 6 7 8 9 11 12 15

Программирование на языке C++

§ 59. Процедуры

Зачем нужны процедуры?

```
cout << "Ошибка программы";
```

много раз!

```
void Error()  
{  
    cout << "Ошибка программы";  
}
```

void – пустой,
нет результата

```
int main()  
{  
    int n;  
    cin >> n;  
    if ( n < 0 ) Error();  
    ...  
}
```

ВЫЗОВ
процедуры

Что такое процедура?

Процедура – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- в момент вызова процедура должна уже быть известна (например, расположена до основной программы)
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

$$178 \Rightarrow 10110010_2$$

? Как вывести первую цифру?

разряды

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	1	1	0	0	1	0

$n = \dots_2$

$n / 128$

$n \% 128$

? Как вывести вторую цифру?

$n1 / 64$

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

Решение:

```
int k = 128;  
while ( k > 0 )  
{  
    cout << n / k;  
    n = n % k;  
    k = k / 2;  
}
```

178 \Rightarrow 10110010

n	k	ВЫВОД
178	128	1



Результат зависит от n!

Процедура с параметрами

```
void printBin( int n )  
{  
    int k;  
    k = 128;  
    while ( k > 0 )  
    {  
        cout << n / k;  
        n = n % k;  
        k = k / 2;  
    }  
}
```

локальные
переменные

Параметры – данные,
изменяющие работу
процедуры.

```
int main()  
{  
    printBin( 99 );  
}
```

значение параметра
(**аргумент**)

Несколько параметров

```
void printSred ( int a, int b )  
{  
    cout << (a+b) / 2 . ;  
}
```


Задачи

«А»: Напишите процедуру, которая принимает параметр – натуральное число N – и выводит на экран линию из N символов '—'.

Пример:

Введите N:

10

«В»: Напишите процедуру, которая выводит на экран в столбик все цифры переданного ей числа, начиная с первой.

Пример:

Введите натуральное число:

1234

1

2

3

4

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая выводит на экран запись переданного ей числа в римской системе счисления.

Пример:

Введите натуральное число:

2013

MMXIII

Изменяемые параметры

Задача. Написать процедуру, которая меняет местами значения двух переменных.

```
void Swap ( int a, int b )  
{  
    int c;  
    c = a; a = b; b = c;  
}
```

передача по
значению



Процедура работает с копиями переданных значений параметров!

```
int main()  
{  
    int x = 2, y = 3;  
    Swap ( x, y );  
    cout << x << " " << y;  
}
```



Почему не работает?

2 3

Изменяемые параметры

переменные могут изменяться

```
void Swap ( int & a, int & b )  
{  
    int c;  
    c = a; a = b; b = c;  
}
```

передача по
ссылке

Вызов:

```
int a, b;  
Swap (a, b) ;    // правильно  
Swap (2, 3) ;    // неправильно  
Swap (a, b+3) ;  // неправильно
```



Здесь не видно, изменяются
аргументы или нет!

Задачи

«А»: Напишите процедуру, которая переставляет три переданные ей числа в порядке возрастания.

Пример:

Введите три натуральных числа:

10 15 5

5 10 15

«В»: Напишите процедуру, которая сокращает дробь вида M/N . Числитель и знаменатель дроби передаются как изменяемые параметры.

Пример:

Введите числитель и знаменатель дроби:

25 15

После сокращения: 5/3

Задачи

«С»: Напишите процедуру, которая вычисляет наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное двух натуральных чисел и возвращает их через изменяемые параметры.

Пример:

Введите два натуральных числа :

10 15

НОД (10 , 15) = 5

НОК (10 , 15) = 30

Программирование на языке C++

§ 60. Функции

Что такое функция?

Функция – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

Примеры:

```
float s = sin(x) ;  
char c = getch() ;  
int v = rand() % 10 ;
```


Что такое функция?

Задача. Написать функцию, которая вычисляет младшую цифру числа (разряд единиц).



```
int lastDigit( int n ) {  
    int d = n % 10;  
    return d;  
}
```

результат работы
функции – значение d

передача
результата

```
// вызов функции  
k = lastDigit( 1234 );  
cout << k;
```

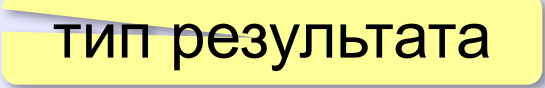

Вычисление суммы цифр числа

Задача. Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

Алгоритм:

```
сумма = 0
пока n != 0
    сумма = сумма + n % 10
    n = n / 10
```

Сумма цифр числа

```
int sumDigits( int n )  
{  
     тип результата  
    int sum = 0;  
    while ( n != 0 )  
    {  
        sum += n % 10;  
        n /= 10;  
    }  
     return sum;  
}
```

передача
результата

```
int main()  
{  
    cout << sumDigits(12345) ;  
}
```

Использование функций

```
x = 2 * sumDigits (n+5) ;  
z = sumDigits (k) + sumDigits (m) ;  
if ( sumDigits (n) % 2 == 0 )  
{  
    cout << "Сумма цифр чётная\n" ;  
    cout << "Она равна " << sumDigits (n) ;  
}
```



Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

Задачи

«А»: Напишите функцию, которая находит наибольший общий делитель двух натуральных чисел.

Пример:

Введите два натуральных числа:

7006652 112307574

$\text{НОД}(7006652, 112307574) = 1234.$

«В»: Напишите функцию, которая определяет сумму цифр переданного ей числа.

Пример:

Введите натуральное число:

123

Сумма цифр числа 123 равна 6.

Задачи

«С»: Напишите функцию, которая «переворачивает» число, то есть возвращает число, в котором цифры стоят в обратном порядке.

Пример:

Введите натуральное число:

1234

После переворота: 4321.

Логические функции

Задача. Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
int main()
{
    for ( int i = 2; i <= 100; i++)
        if ( isPrime(i) )
            cout << i << endl;
}
```

функция, возвращающая
логическое значение
(true/false)

Функция: простое число или нет?



Какой алгоритм?

```
bool isPrime ( int n )  
{  
    int count=0, k=2;  
    while ( k*k <= n && count == 0 )  
    {  
        if ( n % k == 0 )  
            count ++;  
        k ++;  
    }  
    return (count == 0) ;  
}
```

```
if ( count == 0 )  
    return true;  
else return false;
```


Логические функции: использование



Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
cin >> n;  
while ( isPrime(n) )  
{  
    cout << "простое число\n";  
    cin >> n;  
}
```

Задачи

«А»: Напишите логическую функцию, которая определяет, является ли переданное ей число совершенным, то есть, равно ли оно сумме своих делителей, меньших его самого.

Пример:

Введите натуральное число:

28

Число 28 совершенное.

Пример:

Введите натуральное число:

29

Число 29 не совершенное.

Задачи

«В»: Напишите логическую функцию, которая определяет, являются ли два переданные ей числа взаимно простыми, то есть, не имеющими общих делителей, кроме 1.

Пример:

Введите два натуральных числа:

28 15

Числа 28 и 15 взаимно простые.

Пример:

Введите два натуральных числа:

28 16

Числа 28 и 16 не взаимно простые.

Задачи

«С»: Простое число называется гиперпростым, если любое число, получающееся из него откидыванием нескольких цифр, тоже является простым. Например, число 733 – гиперпростое, так как и оно само, и числа 73 и 7 – простые. Напишите логическую функцию, которая определяет, верно ли, что переданное ей число – гиперпростое. Используйте уже готовую функцию `isPrime`, которая приведена в учебнике.

Пример:

Введите натуральное число:

733

Число 733 гиперпростое.

Пример:

Введите натуральное число:

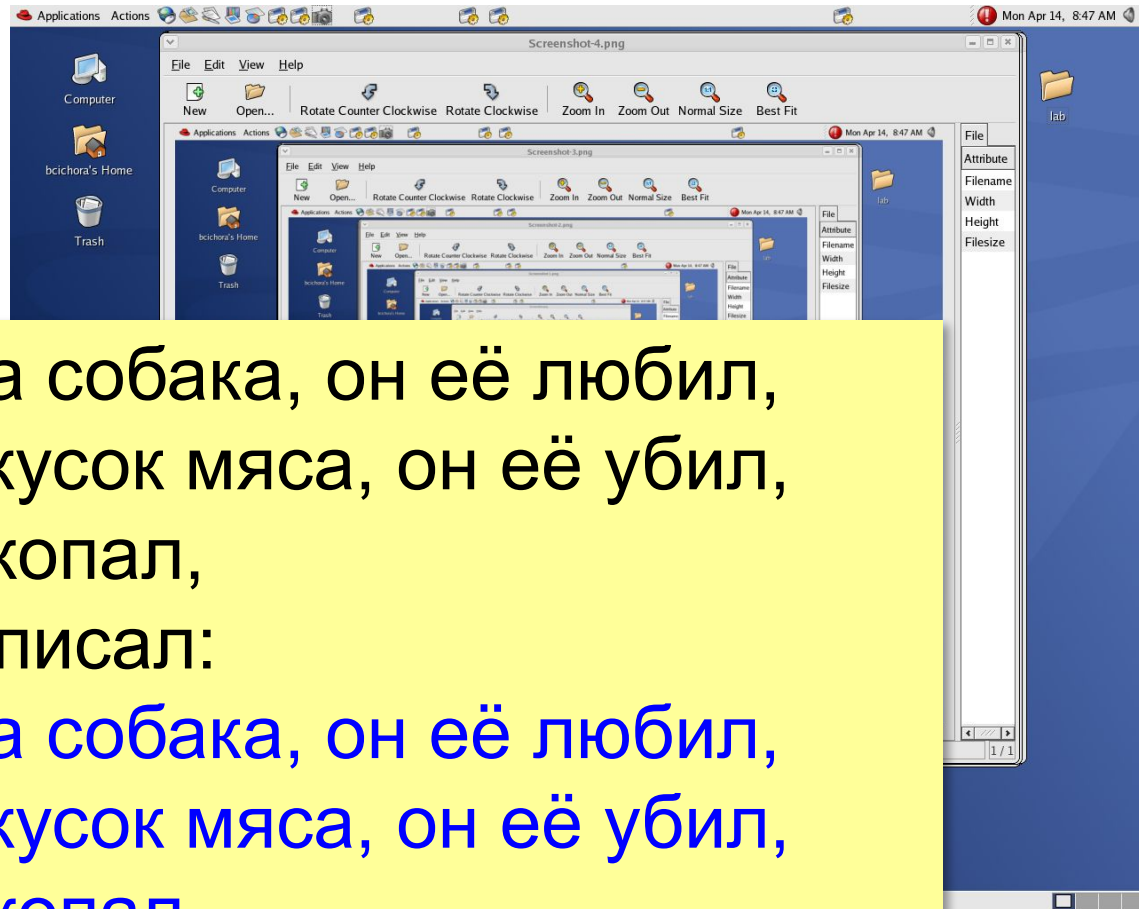
19

Число 19 не гиперпростое.

Программирование на языке C++

§ 61. Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:
У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:

...

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n + 1$ – натуральное число

индуктивное
определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

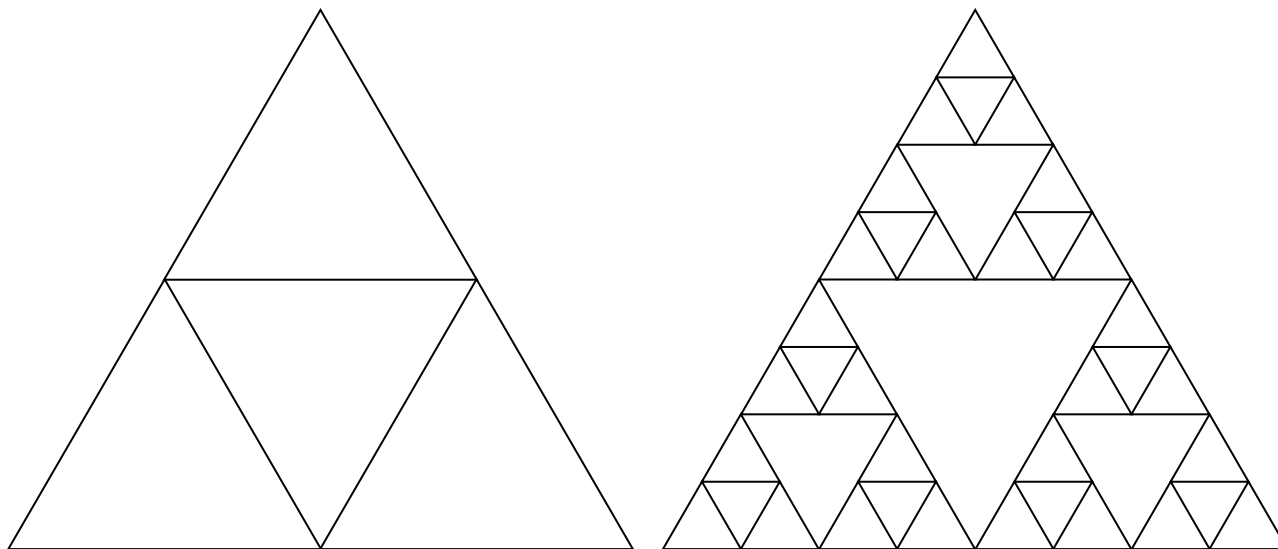
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

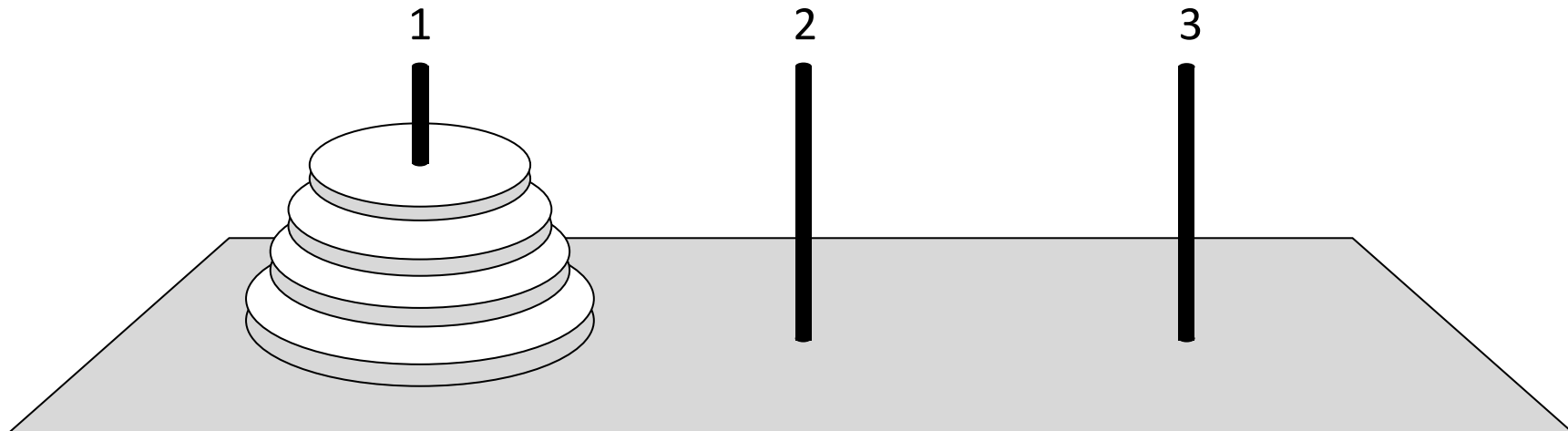
Фракталы

Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:



Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

перенести (n, 1, 3)

перенести (n-1, 1, 2)

1 -> 3

перенести (n-1, 2, 3)

Ханойские башни – процедура

СКОЛЬКО

откуда

куда

```
void Hanoi ( int n, int k, int m )  
{  
    int p;  
    p = 6 - k - m;  
    Hanoi ( n-1, k, p );  
    cout << k << " -> " << m << endl;  
    Hanoi ( n-1, p, m );  
}
```

рекурсия

рекурсия

номер вспомогательного
стержня (1+2+3=6!)

?

Что плохо?

!

Рекурсия никогда не остановится!

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
void Hanoi ( int n, int k, int m )  
{  
    int p;  
    if ( n == 0 ) return;  
    p = 6 - k - m;  
    Hanoi ( n - 1, k, p );  
    cout << k << " -> " << m << endl;  
    Hanoi ( n - 1, p, m );  
}
```

условие выхода из
рекурсии

```
int main()  
{  
    Hanoi(4, 1, 3);  
}
```

Вывод двоичного кода числа

```
void printBin( int n )  
{  
    if ( n == 0 ) return;  
    printBin( n / 2 );  
    cout << n % 2;  
}
```

условие выхода из
рекурсии

напечатать все
цифры, кроме
последней

ВЫВЕСТИ
последнюю цифру

printBin(0)



? Как без рекурсии?

Вычисление суммы цифр числа

Задача. Написать рекурсивную функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

```
s = sumDigits ( 1234 ) ;
```



```
sumDigits ( 123 ) + 4 ;
```

$n // 10$

$n \% 10$

$\text{sumDigits} (n) = \text{sumDigits} (n / 10) + (n \% 10)$

$\text{sumDigits} (n) = n$ для $n < 10$



Это всё?

Вычисление суммы цифр числа

```
int sumDigits ( int n )
```

```
{
```

```
    int sum;
```

последняя цифра

```
    sum = n % 10;
```

```
    if ( n >= 10 )
```

рекурсивный вызов

```
        sum += sumDigits ( n / 10 );
```

```
    return sum;
```

```
}
```

?

Где условие окончания рекурсии?

```
sumDigits ( 1234 )
```

4 + sumDigits (123)

4 + 3 + sumDigits (12)

4 + 3 + 2 + sumDigits (1)

4 + 3 + 2 + 1

Вычисление суммы цифр числа

```
sumDigits ( 123 );
```

```
sum = 3 + sumDigits ( 12 );
```

```
sumDigits ( 12 )
```

```
sum = 2 + sumDigits ( 1 );
```

```
sumDigits ( 1 )
```

```
sumDigits = 1;
```

```
sumnDigits = 3;
```

```
sumDigits = 6;
```

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
int NOD ( int a, int b )  
{  
    if ( a == 0 || b == 0 )  
        return a + b;  
    if ( a > b )  
        return NOD ( a - b, b );  
    else return NOD ( a, b - a );  
}
```

условие окончания
рекурсии

рекурсивные вызовы

Задачи

«А»: Напишите рекурсивную функцию, которая вычисляет НОД двух натуральных чисел, используя модифицированный алгоритм Евклида.

Пример:

Введите два натуральных числа:

7006652 112307574

НОД (7006652, 112307574) = 1234 .

«В»: Напишите рекурсивную функцию, которая раскладывает число на простые сомножители.

Пример:

Введите натуральное число:

378

378 = 2*3*3*3*7

Задачи

«С»: Дано натуральное число N . Требуется получить и вывести на экран количество всех возможных *различных* способов представления этого числа в виде суммы натуральных чисел (то есть, $1 + 2$ и $2 + 1$ – это один и тот же способ разложения числа 3). Решите задачу с помощью рекурсивной функции.

Пример:

Введите натуральное число:

4

Количество разложений: 4.

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

```
int Fact( int N )  
{  
    int F;  
    cout << "-> N=" << N << endl;  
    if ( N <= 1 )  
        F = 1;  
    else F = N * Fact( N - 1 );  
    cout << "<- N=" << N << endl;  
    return F;  
}
```

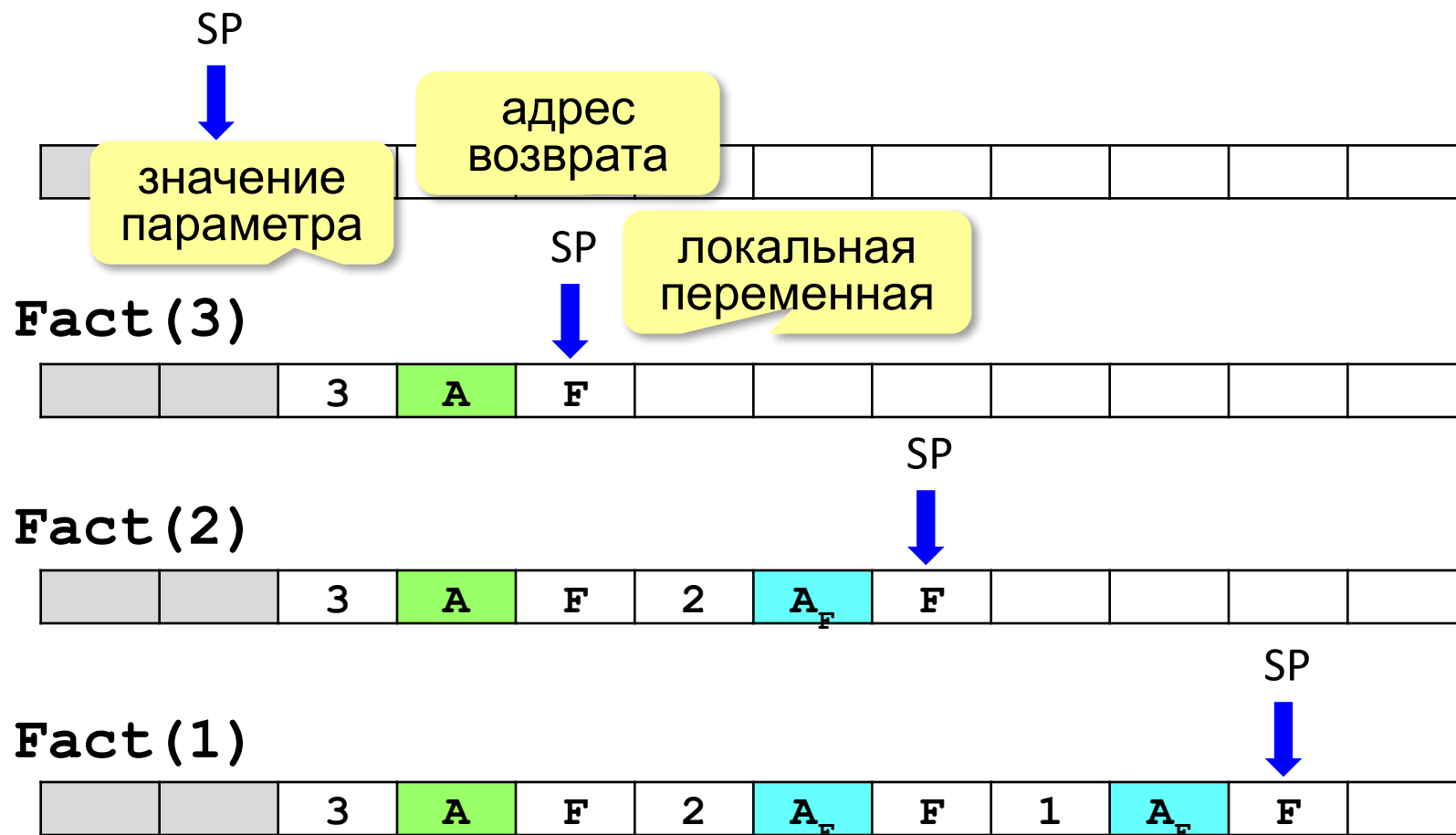
```
-> N = 3  
    -> N = 2  
        -> N = 1  
            <- N = 1  
        <- N = 2  
    <- N = 3
```



Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове



▪ программа становится более короткой и понятной



▪ возможно переполнение стека

▪ замедление работы



Любой рекурсивный алгоритм можно заменить нерекурсивным!

итерационный
алгоритм

```
int Fact( int N )  
{  
    int F;  
    F = 1;  
    for (i = 2; i <= N; i++)  
        F = F * i;  
    return F;  
}
```

Анализ рекурсивных функций

Задача. Определите $f(5)$.

```
int f( int x ) {  
    if( x < 3 )  
        return 1;  
    else  
        return f( x-1 ) + 2;  
}
```

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 3 \\ f(x-1) + 2, & x \geq 3 \end{cases}$$

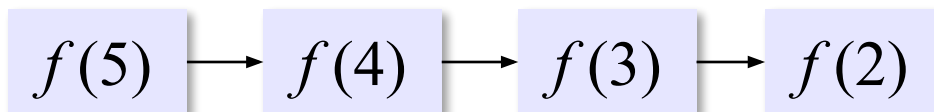
Метод подстановки:

$$f(5) = f(4) + 2 = 5 + 2 = 7$$

$$f(4) = f(3) + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$f(3) = f(2) + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 1$$



линейная
структура

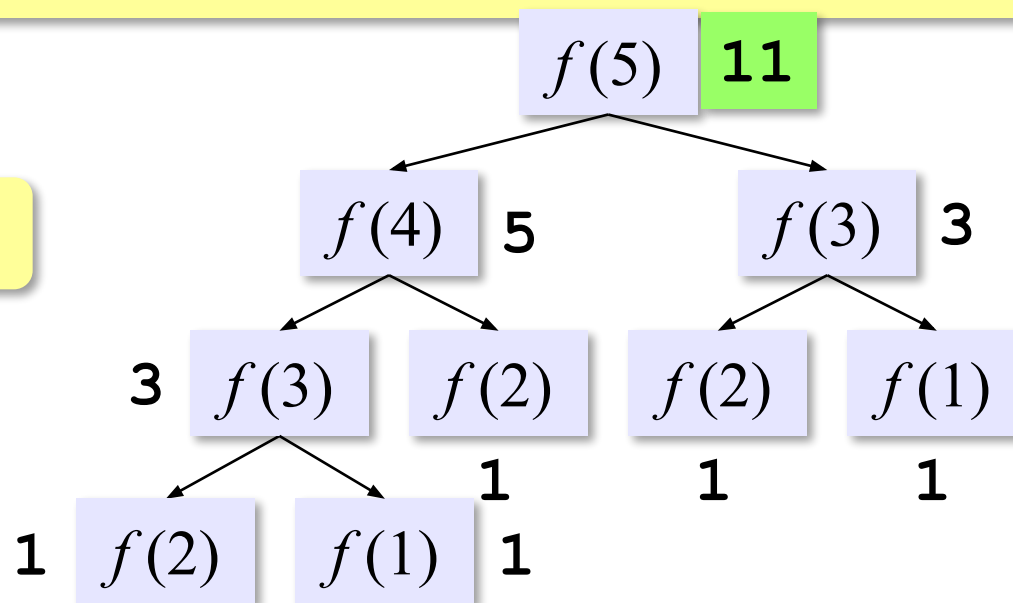
Анализ рекурсивных функций

Задача. Определите $f(5)$.

```
int f( int x ) {  
    if( x < 3 )  
        return 1;  
    else  
        return f(x-1) + 2*f(x-2);  
}
```

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 3 \\ f(x-1) + 2f(x-2), & x \geq 3 \end{cases}$$

дерево



Анализ рекурсивных функций

Чему равно $f(5)$?

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x < 3 \\ f(x-1) + 2f(x-2), & x \geq 3 \end{cases}$$

Табличный метод :

x	1	2	3	4	5
$f(x)$					11

начальные
значения

$$f(3) = f(2) + 2 * f(1) = 3$$

$$f(4) = f(3) + 2 * f(2) = 5$$

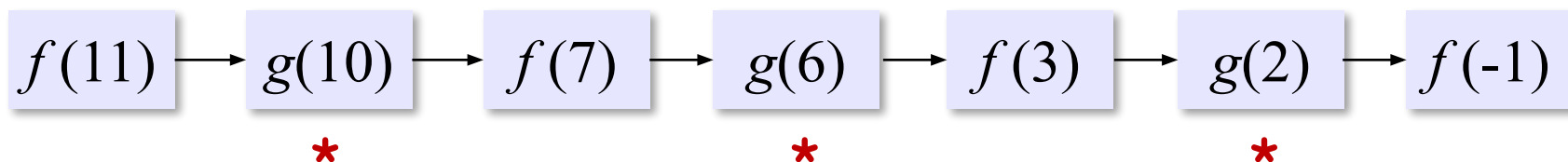
$$f(5) = f(4) + 2 * f(3) = 11$$

Анализ рекурсивных функций

Задача. Сколько звёздочек выводится при вызове $f(11)$?

```
void g( int x ); // объявление функции
void f( int x ) {
    if( x > 0 ) g( x-1 );
}
void g( int x ) {
    cout << '*';
    if( x > 1 ) f( x-3 );
}
```

тут $g(x)$ должна
быть известна!



Ответ: 3

Анализ рекурсивных функций

Задача. Сколько звёздочек выводится при вызове $f(9)$?

```
void g( int x ); // объявление функции
void f( int x ) {
    if( x > 0 ) {
        g( x-1 );
        f( x-2 );
    }
    cout << '*';
}

void g( int x ) {
    cout << '*';
    if( x > 1 ) f( x-3 );
}
```

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ g(x-1) + f(x-2) + 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ 1 + f(x-3), & x > 1 \end{cases}$$

Анализ рекурсивных функций

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 0 \\ g(x-1) + f(x-2) + 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1 \\ 1 + f(x-3), & x > 1 \end{cases}$$

x	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	1	1									
$g(x)$	1	1	1								

$$f(1) = g(0) + f(-1) + 1 = 3$$

$$f(2) = g(1) + f(0) + 1 = 3$$

$$g(2) = 1 + f(-1) = 2$$

Ответ: 32

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. old-moneta.ru
2. www.random.org
3. www.allruletka.ru
4. www.lotterypros.com
5. logos.cs.uic.edu
6. ru.wikipedia.org
7. иллюстрации художников издательства «Бином»
8. авторские материалы