

Описательная статистика

Среднее значение

Определение:

Средним арифметическим нескольких чисел называется число, равное отношению суммы этих чисел к их количеству.

Таблица 1. Производство пшеницы в России в 1995-2001гг.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Производство, млн. тонн	30,1	34,9	44,3	27,0	31,0	34,5	47,0

$(30,1 + 34,9 + 44,3 + 27,0 + 31,0 + 34,5 + 47,0) : 7 \approx 35,5$.

Получаем, что среднее производство пшеницы в России за рассматриваемый период 1995-2001гг. Составляло приблизительно 35,5 млн. тонн в год.

Таблица 2. Урожайность зерновых культур в России в 1992-2001 гг.

Год	92	93	94	95	96	97	98	99	2000	01
Урожайность, ц/га	18,0	17,1	15,3	13,1	14,9	17,8	12,9	14,4	15,6	19,4

а) Средняя урожайность зерновых культур в России за 1992-1996гг.
 $(18,0+17,1+15,3+13,1+14,9):5 \approx 15,68$.

б) Средняя урожайность зерновых культур в России за 1997-2001гг.
 $(17,8+12,9+14,4+15,6+19,4):5 \approx 16,02$.

в) Средняя урожайность зерновых культур в России за 1992-2001гг.
 $(18,0+17,1+15,3+13,1+14,9+17,8+12,9+14,4+15,6+19,4):10 \approx 15,85$.

Таблица 3. Население шести крупнейших городов Московской области в разные годы, тыс. чел.

Город	1959	1970	1979	2002	2006
Балашиха	58	92	117	148	183
Коломна	118	136	147	150	148
Люберцы	95	139	154	157	159
Мытищи	99	119	141	159	162
Подольск	129	169	202	182	180
Химки	47	85	119	141	180

Среднее число жителей крупнейших городов Московской области

а) в 1959г. $(58+118+95+99+129+47):6 \approx 91$.

б) в 1970г. $(92+136+139+119+169+85):6 \approx 123,3$

в) в 1979г. $(117+147+154+141+202+119):6 \approx 146,6$

г) в 2002г. $(148+150+157+159+182+141):6 \approx 156,7$

д) в 2006г. $(183+148+159+162+180+180):6 \approx 168,6$

Медиана

Определение: *Медианой* набора чисел называют такое число, которое разделяет набор на две равные по численности части.

Пример 1. Возьмём какой-нибудь набор различных чисел, например 1,4,7,9,11.

Медианой в этом случае оказывается число, стоящее в точности посередине, $n=7$.

Пример 2. Рассмотрим набор 1,3,6,11. Медианой этого набора служит любое число, которое больше 3 и меньше 6. По определению в качестве медианы в таких случаях берут центр срединного интервала. В нашем случае это центр интервала (3,6). Это полусумма его концов

$$(3+6):2=4,5$$

Медианой этого набора считают число 4,5.

Пример 3.

Таблица 4. Производство пшеницы в России в 1995-2001гг.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Производство	30,1	34,9	44,3	27,0	31,0	34,5	47,0

Средний урожай 35,5 млн. тонн в год. Вычислим медиану.
Упорядочим числа:

27,0; 30,1; 31,0; 34,5; 34,9; 44,3; 47,0.

Медиана равна 34,5 млн. тонн (урожай 2000г.)

Пример 4.

Найти медиану следующих наборов чисел

а) 2, 4, 8, 9 $(4+8):2=6$ $m=6$

б) 1, 3, 5, 7, 8, 9 $(5+7):2=6$ $m=6$

в) 10, 11, 11, 12, 14, 17, 18, 22
 $(12+14):2=13$ $m=13$

Пример 5.

Таблица 5. Урожайность зерновых культур в России в 1992-2001гг.

Год	92	93	94	95	96	97	98	99	2000	01
Урожайность, ц/га	18,0	17,1	15,3	13,1	14,9	17,8	12,9	14,4	15,6	19,4

По данным таблицы вычислить медиану урожайности и среднюю урожайность зерновых культур в России за период:

а) 1992-2001гг. $m = (15,3 + 15,6) : 2 = 15,45$

среднее $\approx 15,85$

б) 1992-1996гг. $m = 15,3$

среднее $\approx 15,68$

в) 1997-2001гг. $m = 15,6$

среднее $\approx 16,02$

Наибольшее и наименьшее значение. Размах.

Определение: Разность между наибольшим и наименьшим числом называется *размахом* набора чисел.

Таблица 6. Производство пшеницы в России в 1995-2001гг.

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Производство, млн. тонн	30,1	34,9	44,3	27,0	31,0	34,5	47,0

Самый большой урожай пшеницы в эти годы был получен в 2001г. Он составил 47,0 млн. тонн. Самый маленький урожай 27,0 млн. тонн был собран в 1998г. Размах производства пшеницы в эти годы составил 20 млн. тонн. Это довольно большая величина по сравнению со средним значением производства в эти годы 35,5 млн. тонн.

Таблица 7. Производство зерна в России.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Произ- -во зерновы х, млн. т	65,5	85,2	86,6	67,2	78,1	78,2	78,6
Урожайн ость, ц/га	15,6	19,4	19,6	17,8	18,8	18,5	18,9
Произ-во пшеницы , млн. т	34,5	47,0	50,6	34,1	45,4	47,7	45,0

Найти наибольшее, наименьшее значение и размах (А):

- а) произ-ва зерновых наиб. = 86,6 наим. = 65,5 А = 21,1.
 б) произ-ва пшеницы наиб. = 50,6 наим. = 34,1 А = 16,5.
 в) урожайности наиб. = 19,6 наим. = 15,6 А = 4.

Отклонения.

Определение: *отклонение* – это разница между каждым числом набора и средним значением.

Пример: возьмём набор 1,6,7,9,12. Вычислим среднее арифметическое: $(1+6+7+9+12):5=7$.
Найдём отклонение каждого числа от среднего:
 $1-7=-6$, $6-7=-1$, $7-7=0$, $9-7=2$, $12-7=5$.

Сумма отклонений чисел от среднего арифметического этих чисел равна нулю.

Дисперсия.

Определение: среднее арифметическое квадратов отклонений от среднего значения называется в статистике *дисперсией* набора чисел.

Пример 1. Снова обратимся к таблице производства пшеницы в России. Мы нашли, что среднее производство пшеницы за период 1995-2001гг. составило 35,5 млн. тонн в год. Вычислим дисперсию. Составим таблицу, разместив данные по производству не в строке, а в столбце. Вычислим отклонения от среднего и их квадраты. Полученные числа занесём в два новых столбца.

Таблица 8. Производство пшеницы в России в 1995-2001гг., млн. тонн.

Год	Производство	Отклонение от среднего	Квадрат отклонения
1995	30,1	-5,4	29,16
1996	34,9	-0,6	0,36
1997	44,3	8,8	77,44
1998	27,0	-8,5	72,25
1999	31,0	-4,5	20,25
2000	34,5	-1,0	1,00
2001	47,0	11,5	132,25

Для расчета дисперсии следует сложить все значения в столбце «Квадрат отклонений» и разделить на количество слагаемых:

$$(29,16+0,36+77,44+72,25+20,25+1,00+132,25):7=47,53.$$

Пример 2. Упражнения.

1. Для данных чисел вычислить среднее значение. Составить таблицу отклонений от среднего и квадратов отклонений от среднего и вычислить дисперсию:

а) -1, 0, 4

среднее = 1

D=14

Число	Отклонение	Квадрат отклонения
-1	-2	4
0	-1	1
4	3	9

б) -1, -3, -2, 3, 3

среднее = 0

D=32

Число	Отклонение	Квадрат отклонения
-1	1	1
-3	3	9
-2	2	4
3	-3	9
3	-3	9