

Механические колебания

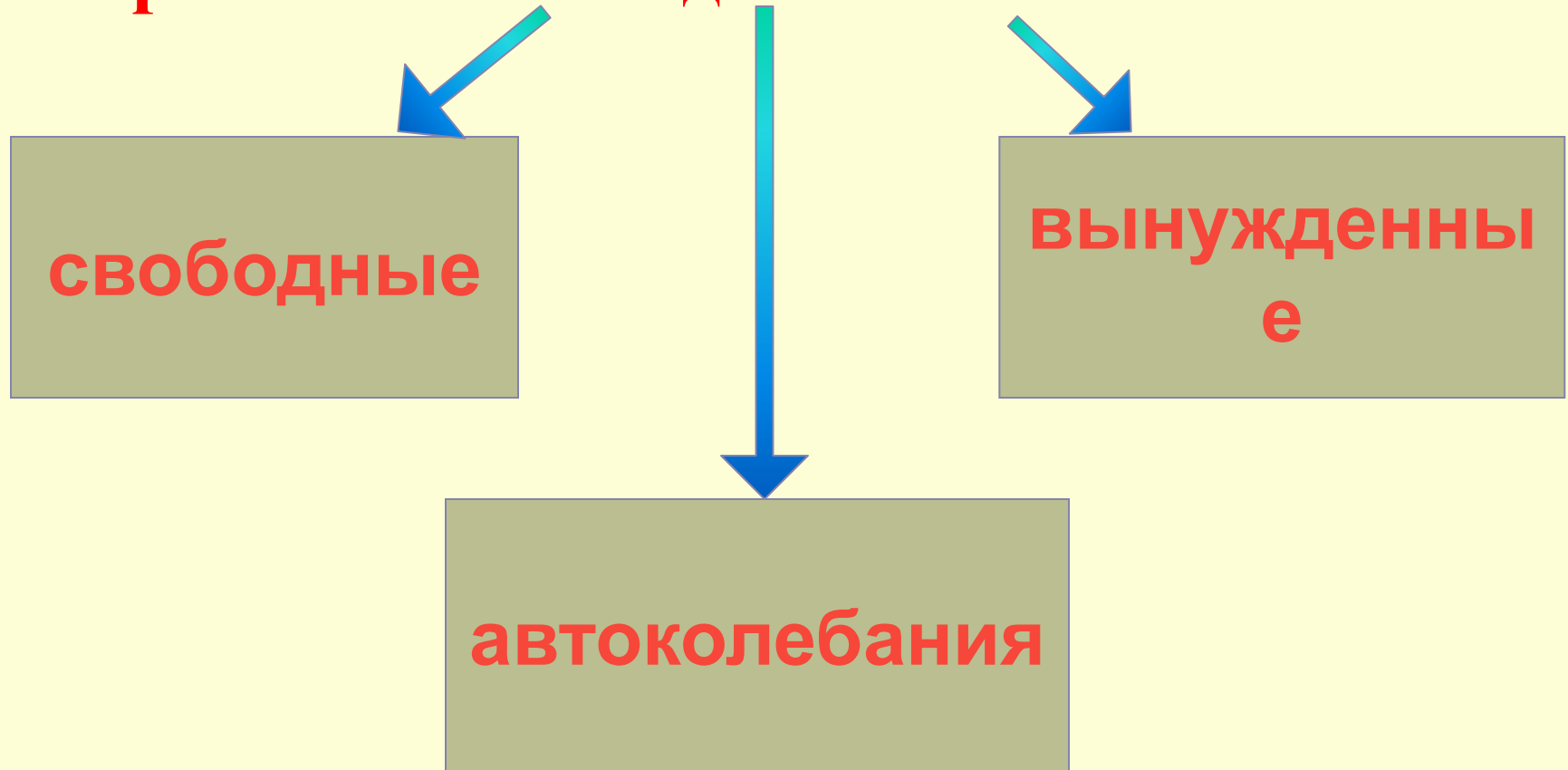




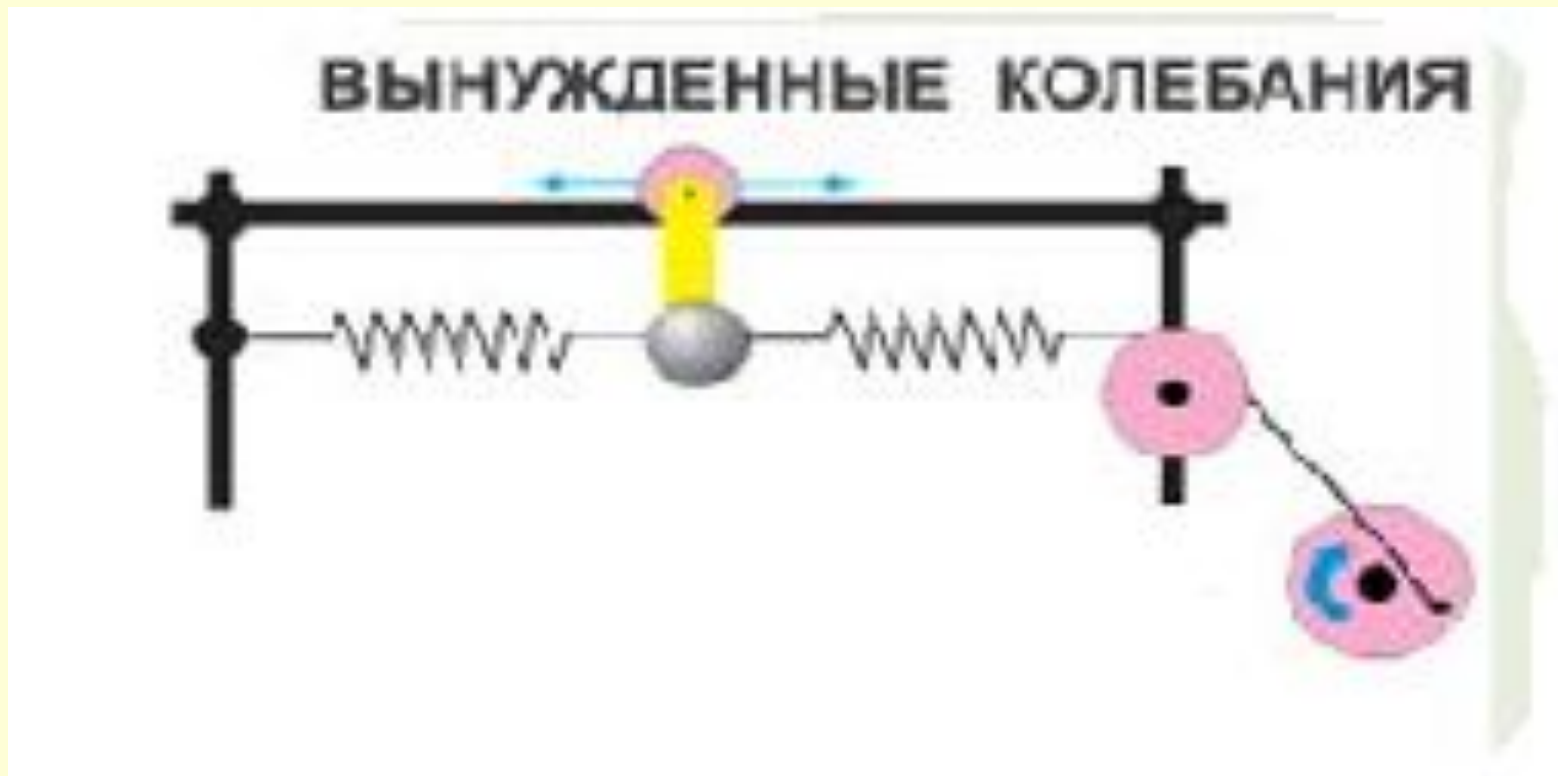
- *Механические колебания* – это движения, которые точно или приблизительно повторяются через определенные интервалы времени



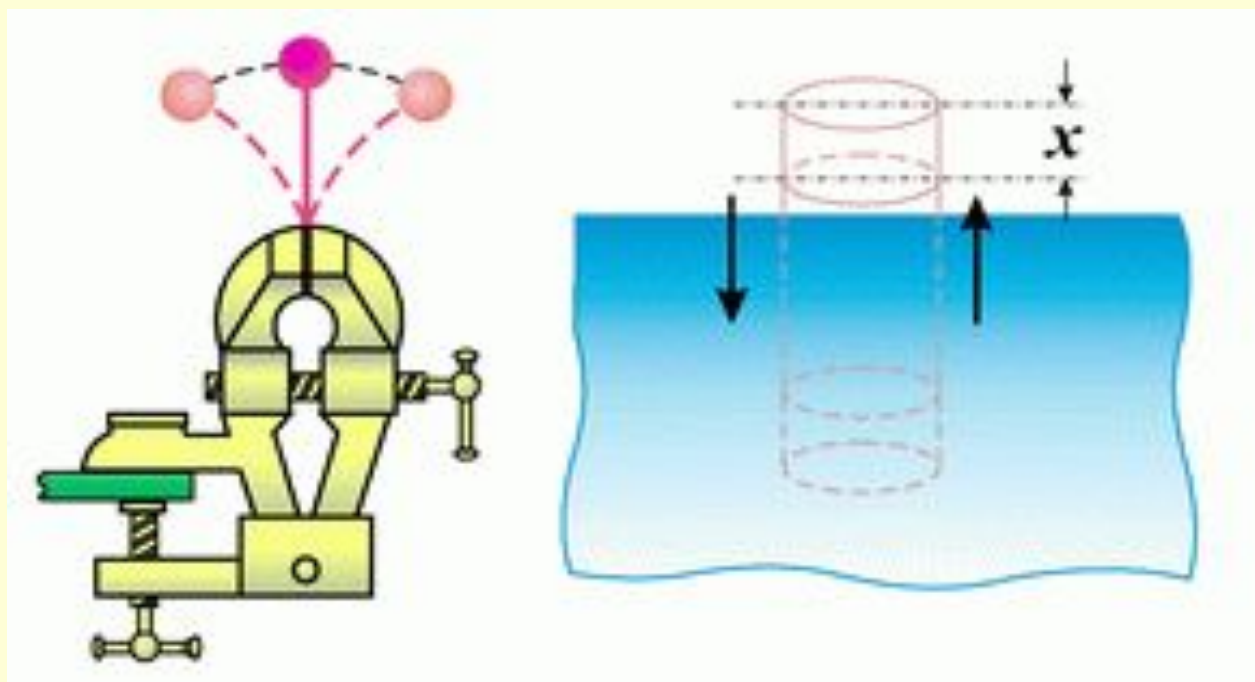
- По характеру физических процессов в системе, которые вызывают колебательные движения, различают **три основных вида колебаний:**



- **Вынужденные колебания** — это колебания, которые происходят под действием внешней, периодически изменяющейся силы (пример: качели).



- **Свободные колебания** – это колебания, которые возникли в системе под действием внутренних сил, после того, как система была выведена из положения устойчивого равновесия.



- **Автоколебаниями** называются незатухающие колебания, которые могут существовать в системе без воздействия на неё внешних периодических сил.



Маятниковые часы

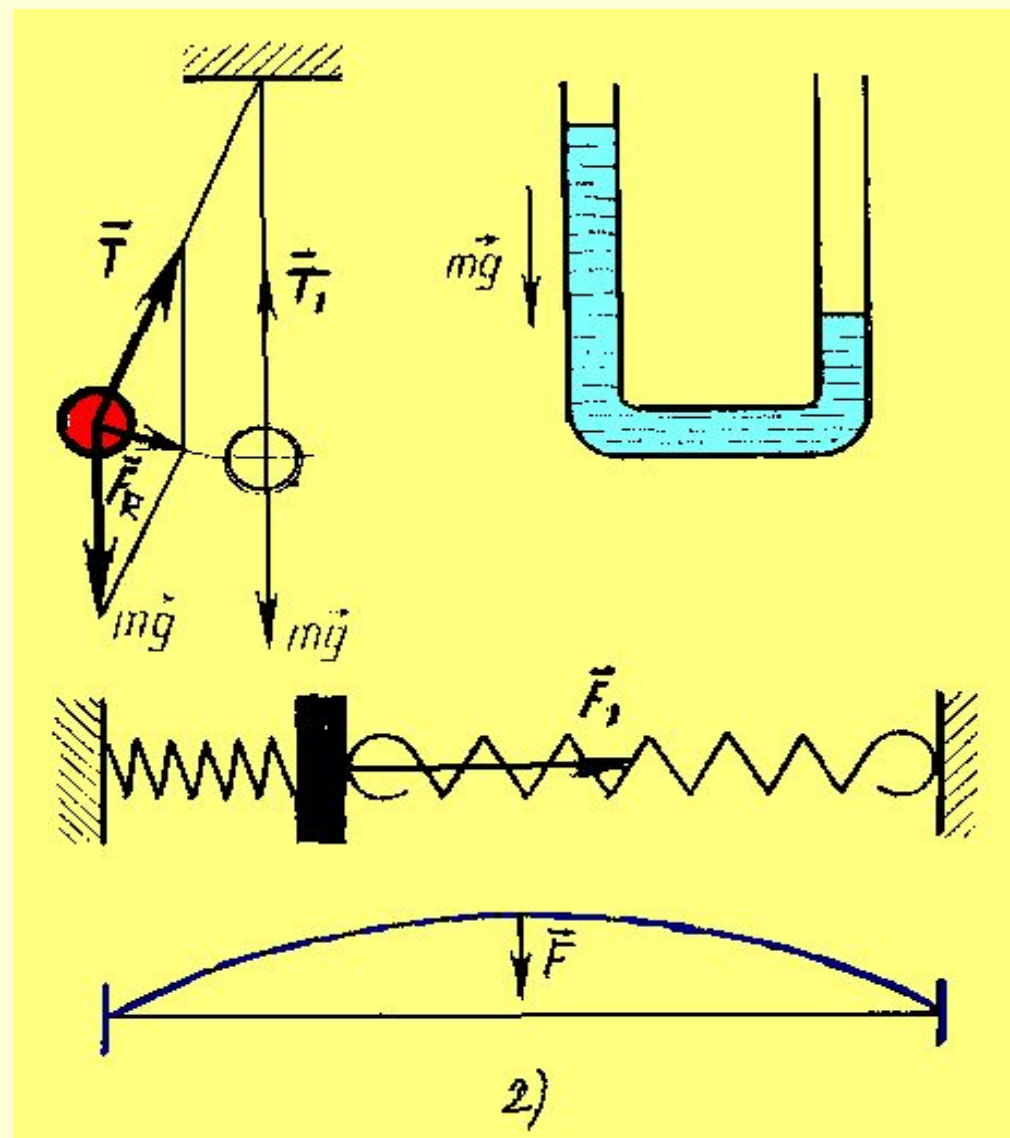
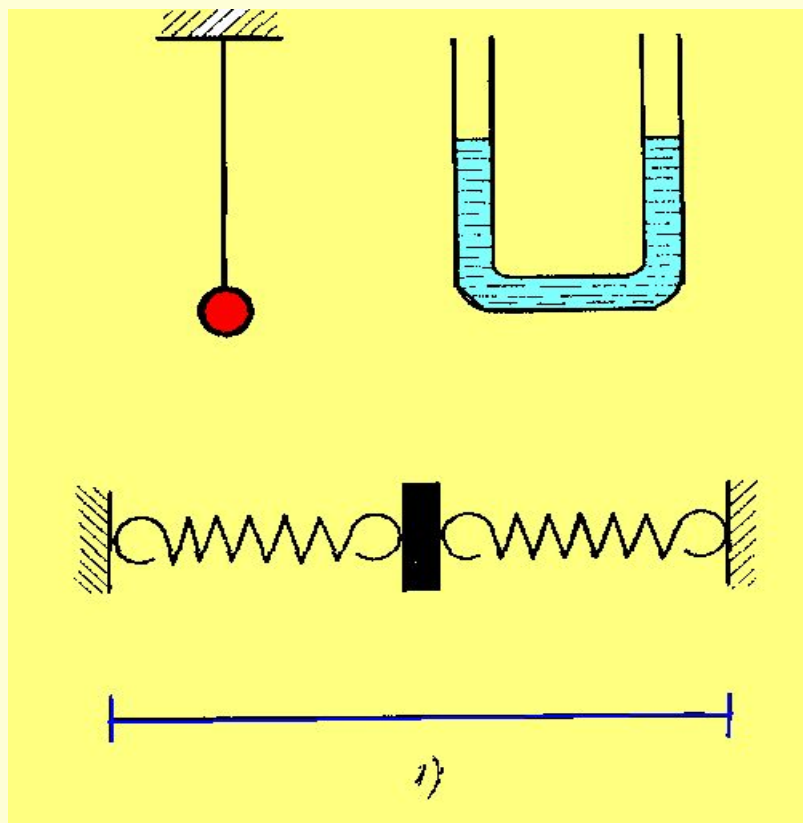


Часы с балансиrom.

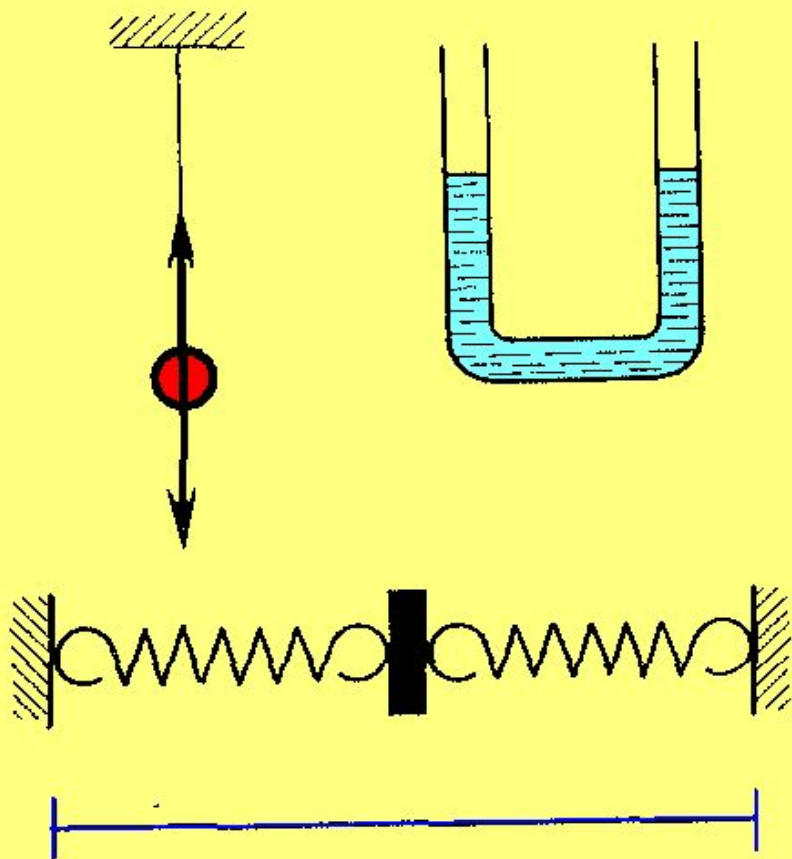
Спусковой механизм часов:

- 1 — балансир;
- 2 — анкерная вилка;
- 3 — спусковое колесо

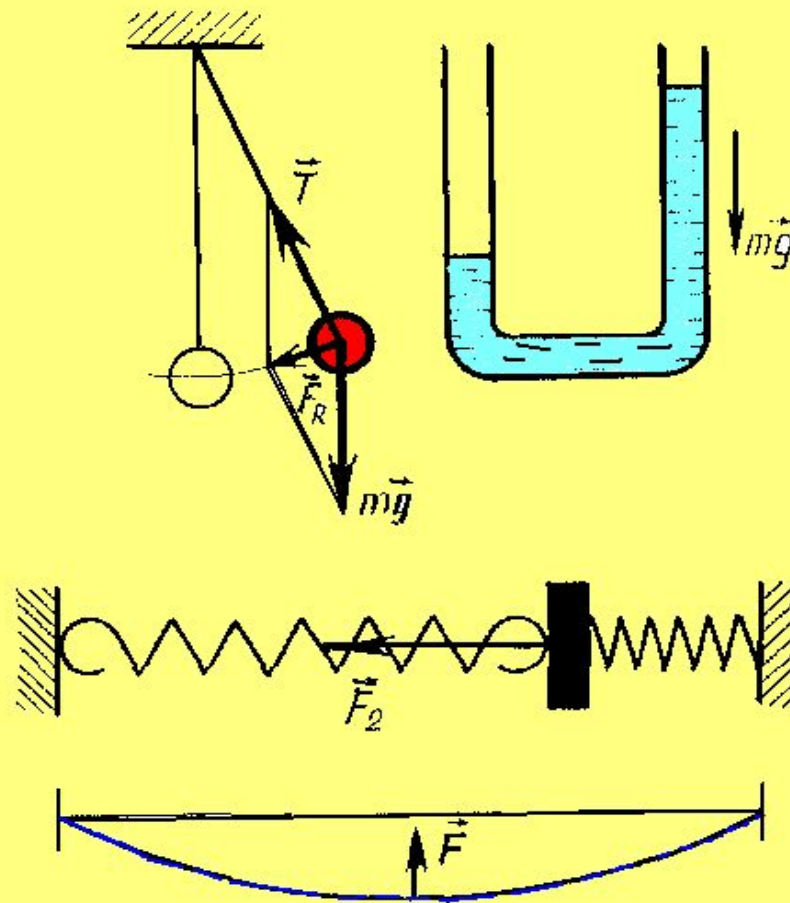
Колебательные системы



Колебательные системы



3)



4)



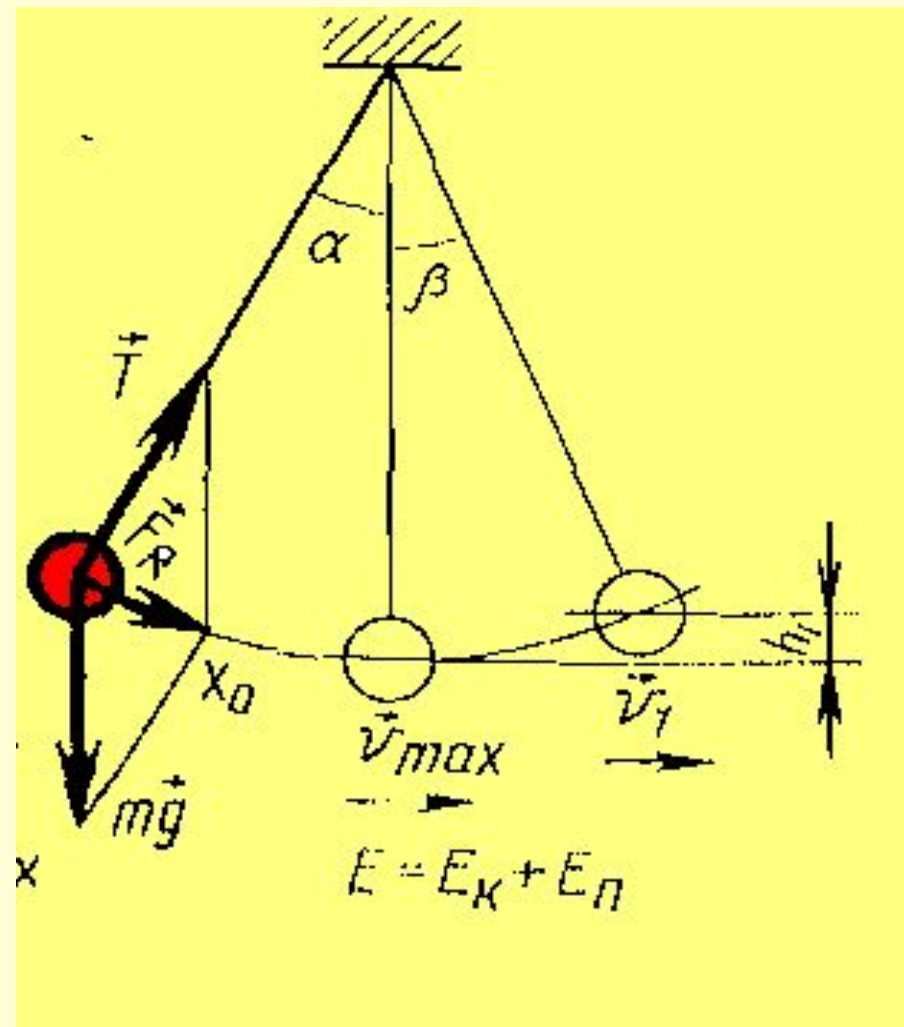
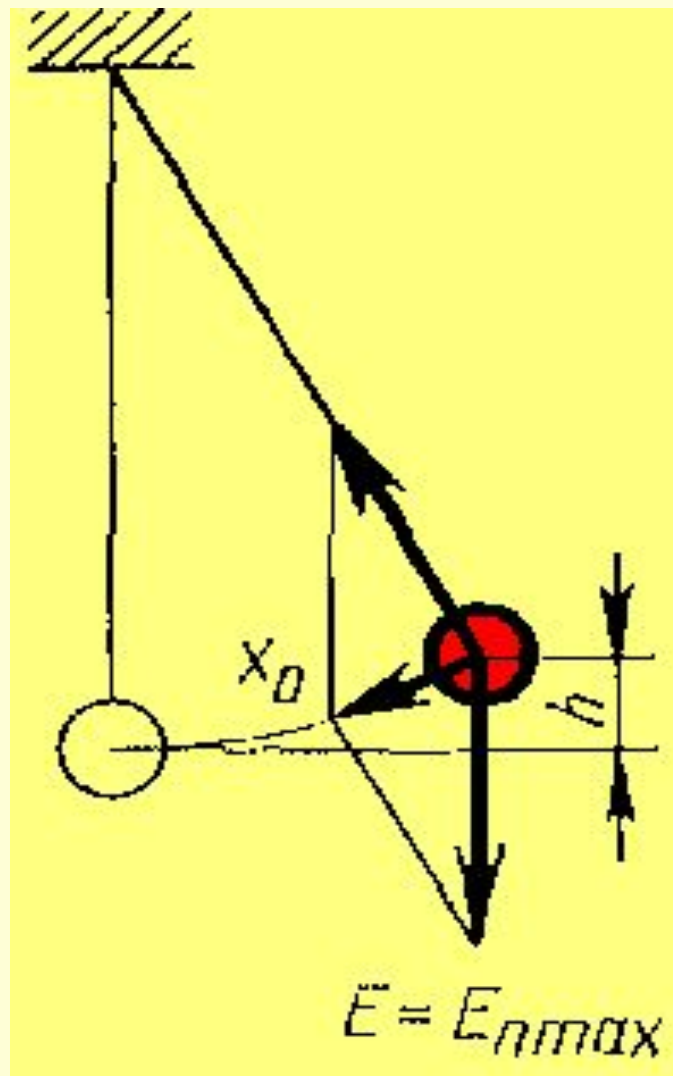
Условия возникновения колебаний

- Наличие положения устойчивого равновесия, при котором равнодействующая сила равна нулю.
- Хотя бы одна сила должна зависеть от координат.
- Наличие в колеблющейся материальной точке избыточной энергии.
- Если вывести тело из положения равновесия, то равнодействующая не равна нулю.
- Силы трения в системе малы.

Для возникновения колебаний тело необходимо вывести из положения равновесия, сообщив либо кинетическую энергию (удар, толчок), либо – потенциальную (отклонение тела от положения равновесия).



Преобразование энергии при колебательном движении





Преобразование энергии при колебательном движении

За одно полное колебание

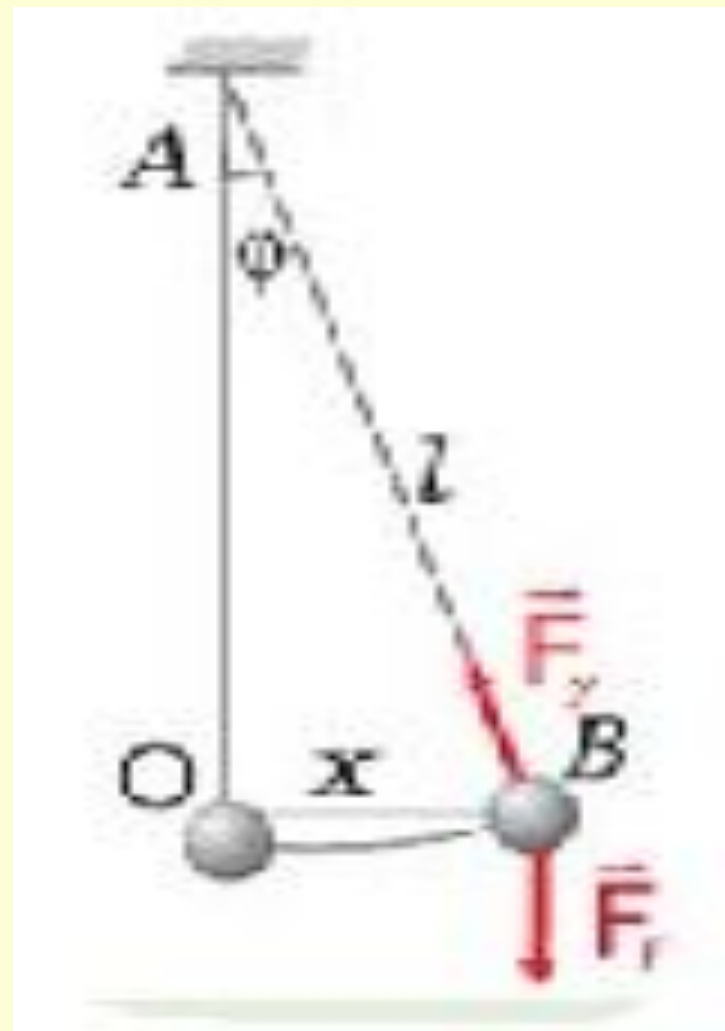
$$mgh_{\max} = \frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 = \frac{mV_{\max}^2}{2} = \textit{const}$$

Если нет сил трения и сопротивления, то выполняется закон сохранения механической энергии: **$E_{\text{кин.}} + E_{\text{пот.}} = \textit{const}$**

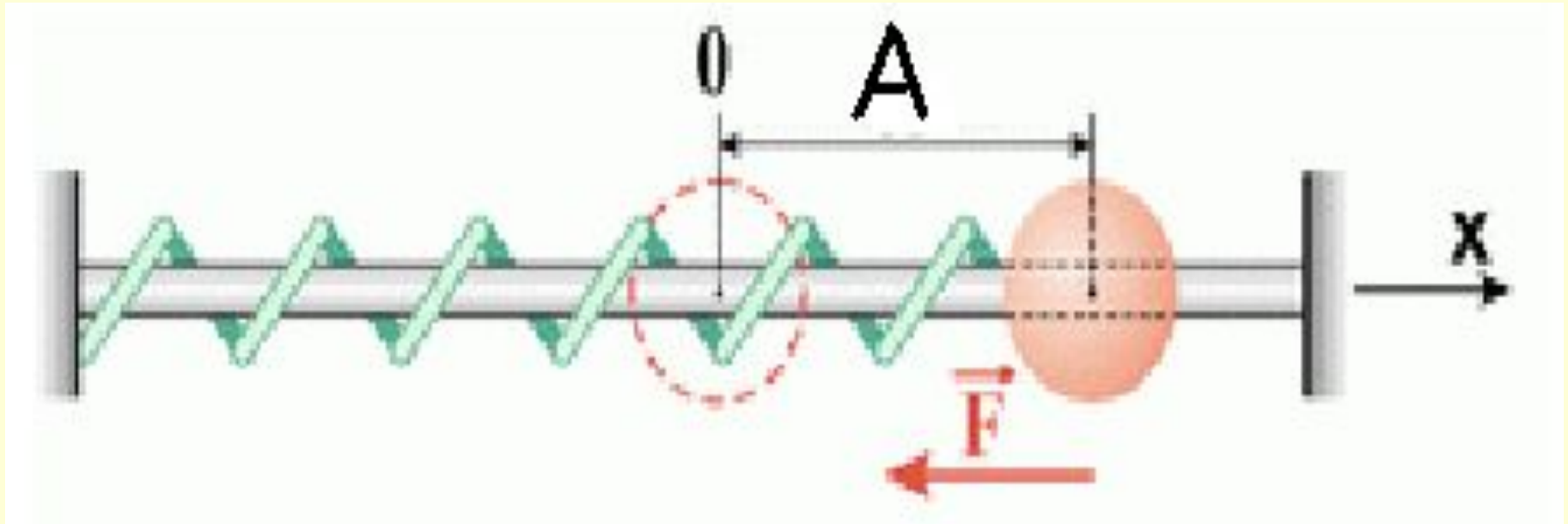


Параметры колебательного движения

Смещение **x** – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в данный момент времени.



Амплитуда $x_{\max}$ или A – наибольшее смещение от положения равновесия.





Период **T** – время одного полного колебания. Выражается в секундах.

Частота ***v*** - число полных колебаний за единицу времени.

Выражается в герцах (Гц).

$$T = \frac{1}{v}$$

$$v = \frac{N}{t}$$


- 
- **Циклическая (круговая) частота** колебаний – частота , равная числу колебаний , совершаемых материальной точкой за 2π секунд.

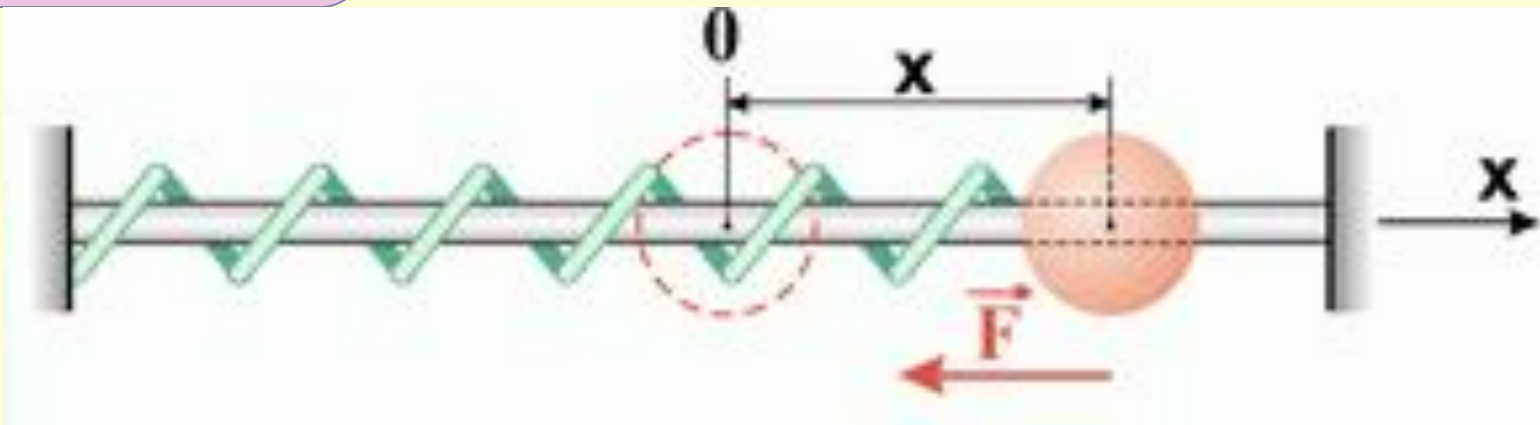
$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$


Свободные колебания пружинного маятника

- $F_x = -kx$ — закон *Гука*
- $F_x = ma_x$ — второй закон *Ньютона*
- $ma_x = -kx$, $a_x = -kx/m$, $k/m = \text{const}$

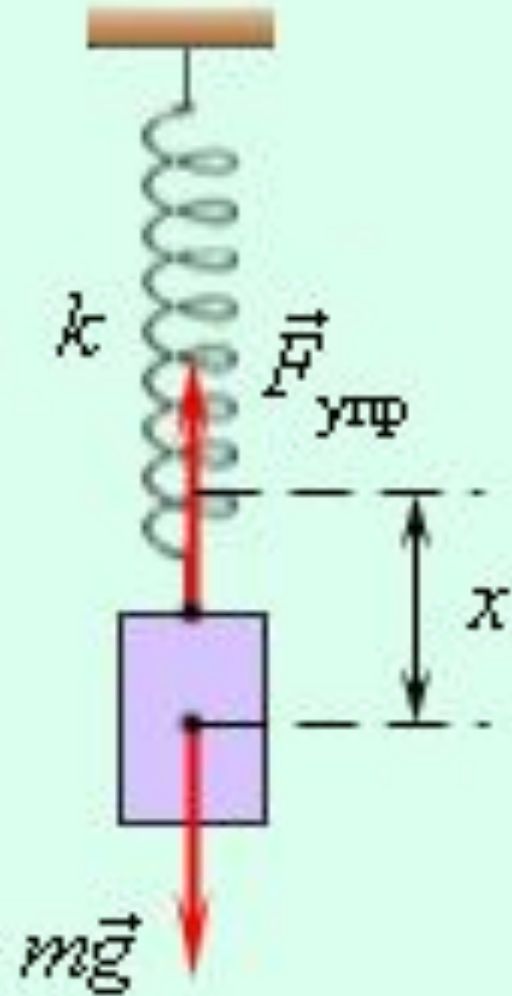
$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

уравнение свободных колебаний
пружинного маятника.



$$a_x = -\frac{k}{m}x$$

Ускорение тела, колеблющегося на пружине, не зависит от силы тяжести, действующей на это тело, но пропорционально смещению и направлено в сторону равновесия.



Гармонические колебания

- Колебания, при которых изменения физических величин происходят по закону косинуса или синуса

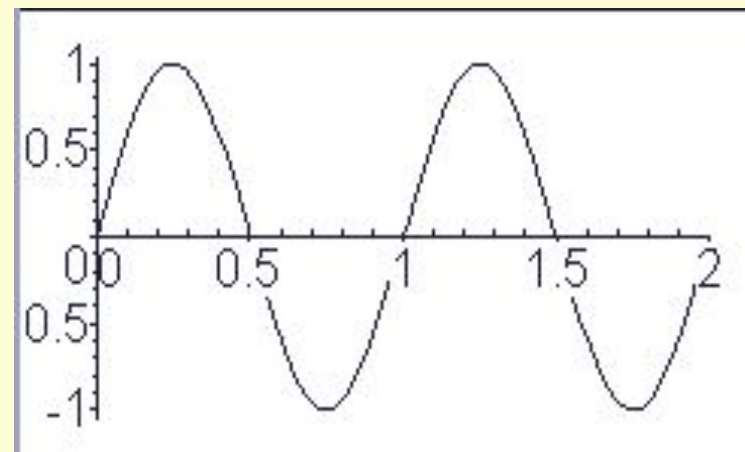
$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$

- Выражение, стоящее под знаком $\cos$ или $\sin$, наз. *фазой колебания*:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

Фаза колебания измеряется в радианах и определяет значение смещения (колеблющейся величины) в данный момент времени.

- Амплитуда колебания x_m зависит только от начального отклонения



Скорость при гармонических колебаниях

Согласно определению скорости, скорость – это производная от координаты по времени

$$\mathbf{v} = \mathbf{x}' = (\mathbf{x}_m \sin(\omega t + \varphi_0))' = \mathbf{x}_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0) = \mathbf{x}_m \omega \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$$

Таким образом, мы видим, что скорость при гармоническом колебательном движении также изменяется по гармоническому закону, но колебания скорости опережают колебания смещения по фазе на $\pi/2$.

- Величина $V_m = X_m \omega$ **максимальная скорость** колебательного движения (амплитуда колебаний скорости).
- Следовательно, для скорости при гармоническом колебании имеем:

$$\mathbf{v} = V_m \cos(\omega t + \varphi_0)$$



Ускорение при гармонических колебаниях

Ускорение – это производная от скорости по времени:

$$a = v' = (x')' = x''$$

$$\begin{aligned} a = v' &= (v_m \cos(\omega t + \varphi_0))' = (x_m \omega \cos(\omega t + \varphi_0))' = \\ &= -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0 + \pi) \end{aligned}$$

Ускорение при гармоническом колебательном движении также изменяется по гармоническому закону, но колебания ускорения опережают колебания скорости на $\pi/2$ и колебания смещения на π (в противофазе)

$$a = -a_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Величина $x_m \omega^2 = a_m$ – максимальное ускорение (амплитуда ускорения).



Свободные колебания математического маятника

Математический маятник - модель –
материальная точка, подвешенная на нерастяжимой
невесомой нити.

Выведем маятник из положения равновесия:

$$F_R = -mg \sin \alpha \quad \text{Т.к. } \alpha \text{ мал, то}$$

$$\sin \alpha \approx \operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$$

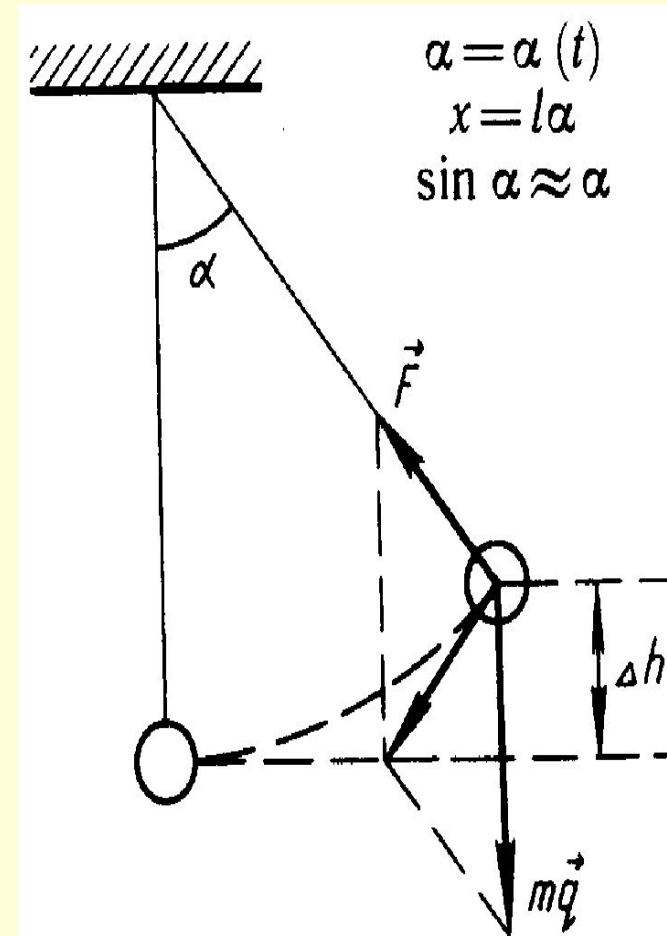
отсюда: $ma = -mg \sin \alpha$

$$a = g \sin \alpha, \sin \alpha = \frac{S}{l}$$

$$a = g \frac{S}{l}$$

Ускорение материальной точки математического
маятника пропорциональна смещению S

$$\frac{g}{l} = \text{const}$$



Период колебания

Сравним полученное уравнение $a = -g \frac{s}{l} = -\frac{g}{l} x$

с уравнением колебательного движения

$$a = x'' = -\omega^2 x$$

Видно, что $\omega^2 = \frac{g}{l}$ или $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ - циклическая частота при колебаниях математического маятника.

Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}}}$ или $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

Период колебаний математического маятника

не зависит от массы тела!

Свободные колебания пружинного маятника

В вертикальном положении на груз на пружине действуют сила тяжести и сила упругости пружины. Под действием силы тяжести пружина растягивается на x_1 , а затем мы отклоняем его от этого положения на x .

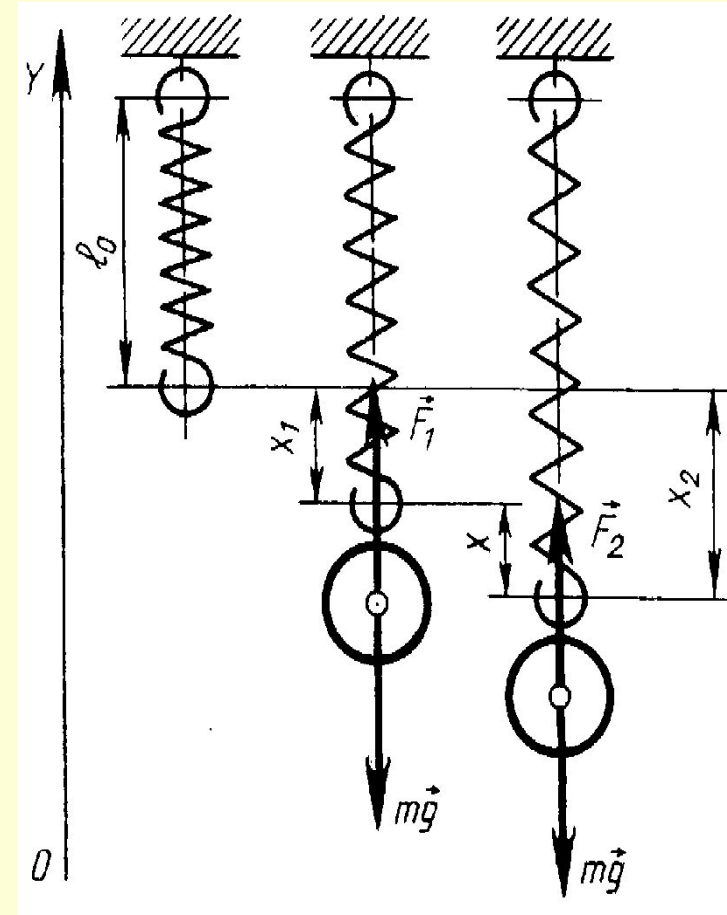
Тогда согласно второму закону Ньютона, учитывая знаки проекций, получим: $ma = k|x_1 + x| - mg$

Но, $|x_1| = \frac{mg}{k}$
тогда: $ma = k \cdot \left| \frac{mg}{k} + x \right| - mg = k \cdot |x|$

Или $ma = -kx$ ускорение тела, колеблющегося на пружине, не зависит от силы тяжести, действующей на это тело. Сила тяжести только приводит к изменению положения равновесия.

Выразим ускорение: $a = -\frac{k}{m}x$

Ускорение тела, колеблющегося на пружине, не зависит от силы тяжести, действующей на это тело, но пропорционально смещению



Период колебания

Т.к. $a = -\frac{k}{m}x$ Сравним полученное уравнение с уравнением
колебательного движения . $a = x'' = -\omega^2 x$

Видно, что $\omega^2 = \frac{k}{m}$ или $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклическая частота при
колебаниях пружинного маятника.

Период колебаний $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$ или $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$