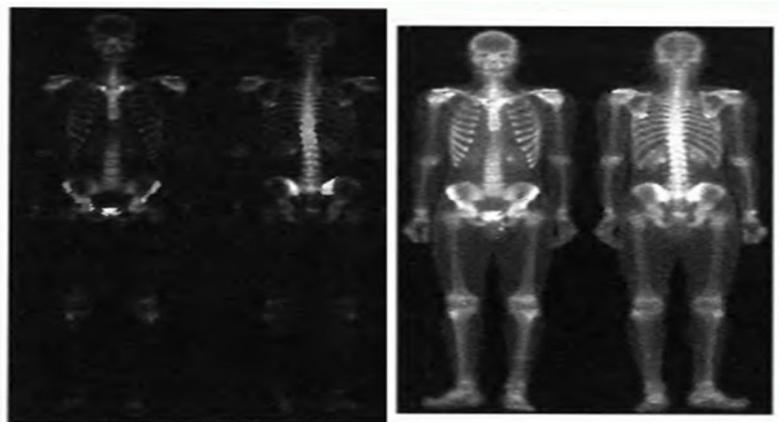


4. Фильтры повышения резкости

Цель повышения резкости заключается в том, чтобы подчеркнуть мелкие детали изображения или улучшить их при расфокусировке.



(a)



(b)

Конкретных методов повышения резкости (и вариантов их реализации) очень много. Рассмотрим простой (и довольно эффективный) метод, который основан на уже упоминавшейся пространственной линейной обработке изображения "скользящим окном" небольшого размера. Это окно перемещается по изображению, и при каждом его положении формируется один отсчёт выходного поля яркости.

Из-за неточной настройки оптической части системы, ненулевой площади видеодатчика и других причин частотная характеристика системы формирования изображений отличается от идеальной (не равна всюду единице). То есть в изображении вносятся *линейные искажения*. Обычно эти искажения заключаются в ослаблении верхних пространственных частот спектра изображения. Визуально они воспринимаются как *дефокусировка, ухудшение резкости* изображения, при которых становятся плохо видимыми мелкие детали.

Следовательно, повышение резкости должно заключаться в подъёме уровня высоких частот спектра изображения или, как говорят, в его высокочастотной фильтрации. В результате этой фильтрации происходит подчёркивание границ объектов, улучшается различимость мелких деталей (ранее размытых), а также "текстуры", то есть небольших регулярных или случайных колебаний яркости на участках без контуров.

Итак, повторим, *повышение резкости* (или подчёркивание границ) заключается в усилении высокочастотных составляющих пространственного спектра изображения.

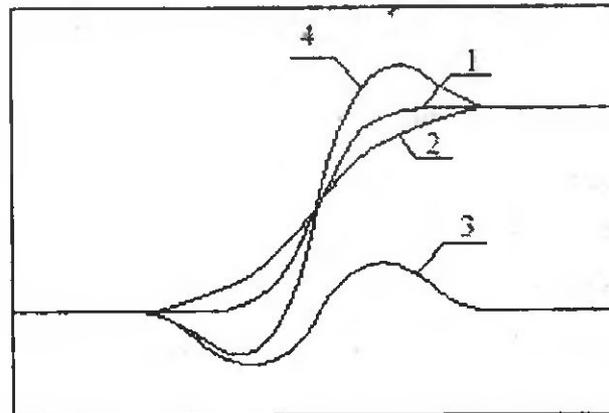
Вначале покажем качественно, как строится фильтр, подчёркивающий границы. Воспользуемся для этого рядом "одномерных" иллюстраций. Оказывается, процедуру обработки можно условно разбить на несколько шагов.

Пусть $f(n)$ – произвольная строка исходного нерезкого изображения. На рис 12.1 кривая 1 представляет собой некоторый участок с расфокусированной границей объекта (пунктиром показан идеальный случай), а справа – спектр данного участка.

Сначала осуществляется *низкочастотная* фильтрация, то есть дополнительное сглаживание сигнала (обозначим сглаженный сигнал – $f'(n)$, рис. 12.1, кривая 2). Далее из исходного сигнала вычитается сглаженный. В результате чего формируется разностный сигнал – высокочастотное изображение (рис. 12.1, кривая 3):

$$f''(n) = f(n) - f'(n).$$

Затем этот разностный сигнал прибавляется (с некоторым коэффициентом) к исходному. Получаем результат $g(n)$ – изображение с повышенной резкостью (рис. 12.1, кривая 4). В спектре этого изображения низкочастотные компоненты не изменились (то есть общий уровень яркости остался прежним), а высокочастотные усилились (то есть подчеркнуты локальные особенности – границы, мелкие детали).



Теперь повторим все сказанное на аналитическом уровне и для двумерного случая. Низкочастотная фильтрация (сглаживание) осуществляется усреднением отсчетов поля яркости по некоторому окну:

$$f'(n_1, n_2) = \sum_{(k_1, k_2) \in D} a(k_1, k_2) f(n_1 - k_1, n_2 - k_2)$$

где D – некоторая конечная область в пространстве аргументов, определяющая окно $((k_1, k_2) \in D)$. Видно, что записанное выражение задает двумерную свертку сигнала с импульсной характеристикой $a(k_1, k_2)$ сглаживающей КИХ-системы.

Значения $\{a(k_1, k_2)\}_{(k_1, k_2) \in D}$ выбирается из тех соображений, чтобы получить действительно сглаживание (то есть усреднение) отсчетов. Обычно берутся $a(k_1, k_2) > 0$. Кроме того к процедуре сглаживания предъявляется требование, чтобы она не меняла среднего значения (постоянную составляющую) изображения, то есть должно быть:

$$\sum_{(k_1, k_2) \in D} a(k_1, k_2) = 1.$$

Часто все коэффициенты импульсной характеристики берутся одинаковыми, при этом получается простое усреднение отсчетов изображения по окну.

Высокочастотное изображение (в нём среднее равно нулю).

$$f''(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) - f'(n_1, n_2).$$

Изображение с повышенной резкостью:

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + q f''(n_1, n_2),$$

где q – коэффициент усиления разностного (высокочастотного) сигнала ($q > 0$).

Раскрывая обозначения, записываем:

$$g(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + q \left[f(n_1, n_2) - \sum_{(k_1, k_2) \in D} a(k_1, k_2) x(n_1 - k_1, n_2 - k_2) \right].$$

Если привести подобные члены, то можно записать это выражение в виде свертки:

$$g(n_1, n_2) = \sum_{(k_1, k_2) \in D} h(k_1, k_2) f(n_1 - k_1, n_2 - k_2)$$

где $h(k_1, k_2)$ – импульсная характеристика КИХ-фильтра, осуществляющего подчёркивание границ (повышение резкости):

$$h(0, 0) = 1 + q - q a(0, 0)$$

$$h(k_1, k_2) = -q a(k_1, k_2) \quad (k_1, k_2) \in D, (k_1, k_2) \neq (0, 0).$$

На практике из соображений простоты берут обычно центрированное квадратное окно малого размера (3×3 или 5×5). При этом $h(k_1, k_2)$ имеет всего несколько ненулевых отсчётов. Значения этих отсчётов удобно задавать в форме так называемой "маски" (с этим понятием мы ещё встретимся неоднократно).

Рассмотрим в качестве *примеров* типичные маски размером 3×3 для повышения резкости изображений.

Маска 1.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Она соответствует случаю, когда сглаживание производится усреднением по пяти отсчётам

$$a(0,0) = a(1,0) = a(-1,0) = a(0,1) = a(0,-1) = \frac{1}{5}$$

и коэффициент усиления $q = 5$.

Маска 2.

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 9 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Она получается при сглаживании усреднением по девяти точкам:

$$a(k_1, k_2) = \frac{1}{9} \text{ при } -1 \leq k_1, k_2 \leq 1 \text{ и } q = 9.$$

Меняя размеры окна, значения $\{a(k_1, k_2)\}$ и q , можно получить и другие маски, но для примера нам достаточно. Возникает вопрос, какие маски считать хорошими, а какие нет. Однозначно ответить на него невозможно, так как мы не определили строго показатель качества обработки. Но некоторые *общие требования к маске* (то есть к импульсной характеристике обрабатывающей КИХ-системы) сформулировать можно.

Два *первых требования* относятся к частотной характеристике КИХ-системы, которая в общем случае определяется соотношением:

$$H(e^{i\omega_1}, e^{i\omega_2}) = \sum_{(k_1, k_2) \in D} h(k_1, k_2) e^{-i\omega_1 k_1} e^{-i\omega_2 k_2}.$$

Если импульсная характеристика является четной по обоим аргументам (как в приведенных примерах масок), то частотная характеристика будет вещественной и симметричной так, что достаточно ее рассматривать на двумерном интервале $0 \leq \omega_1 \leq \pi, 0 \leq \omega_2 \leq \pi$.

Итак, *во-первых* нужно, чтобы КИХ-система действительно повышала резкость, то есть ее частотная характеристика имела бы подъем в области высоких частот (при $\omega_1 \rightarrow \pi$; $\omega_2 \rightarrow \pi$).

Второе требование – частотная характеристика должна быть близка к изотропной, то есть, в идеале, иметь линиями равных значений окружности. Это нужно, чтобы границы объектов на изображении с любой ориентацией подчёркивались одинаково. В действительности это требование выполняется весьма и весьма приблизительно.

Третье требование. Повышение резкости не должно сопровождаться чрезмерным повышением шума. Подчёркивание полезных границ линейной системой всегда сопровождается увеличением шумовых составляющих на изображении (они ведь тоже высокочастотные!). Хотелось бы, чтобы и границы подчеркнулись, и шум не очень возрос.

Рассмотрим этот вопрос подробнее. Если на изображении присутствует шум, то это означает, что каждый отсчёт искажён, и на вход высокочастотного КИХ-фильтра поступает не $f(n_1, n_2)$, а

$$f(n_1, n_2) = f(n_1, n_2) + v(n_1, n_2),$$

где v – аддитивный шум.

Тогда и на выходе фильтра имеем смесь:

$$g(m, n) = y(n_1, n_2) + w(n_1, n_2),$$

где w – шумовая составляющая на обработанном изображении:

$$w(n_1, n_2) = \sum_{(k_1, k_2) \in D} \sum h(k_1, k_2) v(n_1 - k_1, n_2 - k_2).$$

Для простоты рассуждений будем считать, что исходный шум v – белый. Тогда легко получаем выражение для дисперсии выходного шума:

$$\sigma_w^2 = \sigma_v^2 \sum_{(k_1, k_2) \in D} \sum h^2(k_1, k_2) = Q \sigma_v^2,$$

где Q – коэффициент увеличения мощности (дисперсии) шума после подчёркивание границ линейным фильтром.

$$Q = \sum_{(k_1, k_2) \in D} \sum h^2(k_1, k_2).$$

Для рассмотренных выше масок этот коэффициент поразительно велик: для *маски 1*: $Q=29$, для *маски 2* $Q=89$!

Как уменьшить коэффициент увеличения мощности шума Q ? Первый путь – уменьшение коэффициента усиления высокочастотной составляющей q при синтезе КИХ-фильтра (от q зависят и значения h). Однако это означает ослабление "подчёркивающей" способности фильтра, то есть теряет смысл сама обработка. Можно несколько уменьшить Q (при сохранении "подчёркивающих" свойств) при увеличении числа отсчётов в окне обработки, то есть при переходе к маскам 5×5 , 7×7 и так далее – это второй путь. Но он находится в противоречии с ещё одним требованием к окну.

Четвёртое требование: процедура обработки окном должна быть достаточно простой, то есть желательно выбирать маску небольшого размера.

Сформулированные требования, как видим, довольно противоречивы, поэтому всегда приходится искать не оптимальное, а компромиссное решение.

Использование пространственных производных для выделения высокочастотных составляющих

Цель повышения резкости ~~заключается в том, чтобы~~ **на изображении** подчеркнуть мелкие детали изображения или улучшить их при расфокусировке. Так как усреднение аналогично интегрированию, кажется, что повышение резкости может быть достигнуто операцией пространственного дифференцирования, которое позволяет усилить перепады (например, шумы) и не подчеркивать области с медленным изменением яркости.

Производные дискретных функций определяются в терминах разностей

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x).$$

В большинстве приложений вторая производная оказывается более предпочтительной, чем первая, благодаря большему усилению деталей.

Использование лапласиана

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}.$$

Дискретизация

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y).$$

$$\nabla^2 f = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y).$$

Может быть реализовано с помощью маски 6, а). На рис. 6, б) показаны маски, использующие диагональные элементы окрестности изображения. В двух оставшихся масках используются негативные значения лапласиана.

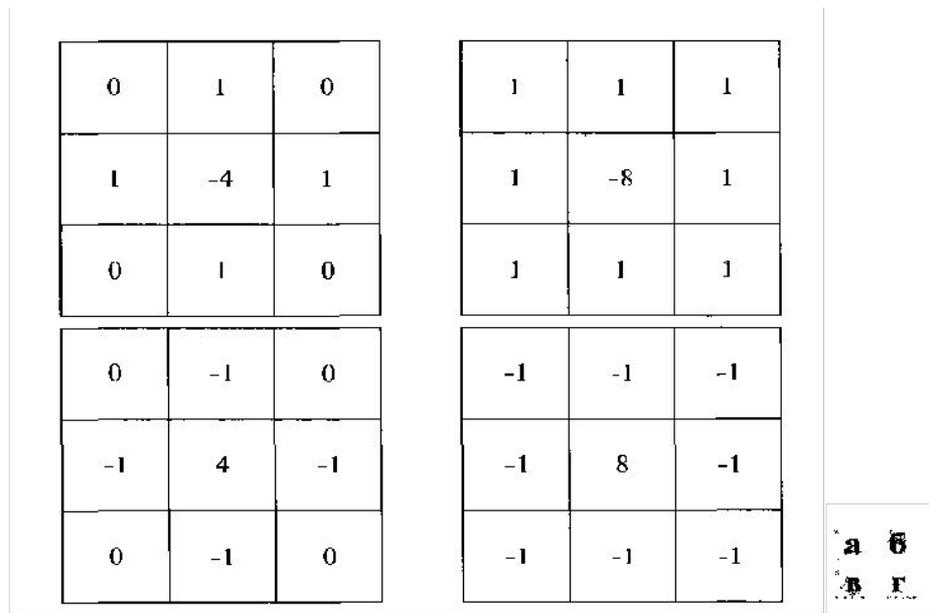


Рис.6

Оператор Лапласа подчеркивает разрывы уровней яркостей и подавляет области со слабыми изменениями яркостей. Это приводит к изображениям содержащих линии на месте контуров и других разрывов на темном фоне. Фон можно восстановить сохранив при этом эффект повышения резкости, достигаемый лапласианом. Для этого достаточно сложить исходное изображение с лапласианом

$$g(x, y) = f(x, y) + c\nabla^2 f(x, y),$$

где $c=1$, если центральный элемент положителен и -1 в противном случае.

значения изображений не могут выходить за диапазон $[0, 255]$. На разностном же изображении значения меняются от -255 до 255 , а значит, для воспроизведения результатов требуется некоторый вариант масштабирования. Имеются два основных варианта масштабирования разностного изображения. Один состоит в прибавлении ко всем значениям константы 255 и последующем делении на 2 . В результате все значения окажутся внутри диапазона от 0 до 255 , но нет уверенности, что они будут занимать весь этот диапазон. Данный метод является быстрым и простым в реализации, но его недостатки заключаются в том, что может оказаться задействованным не весь диапазон значений, а также в усечении разностных значений при делении на 2 , что означает некоторую потерю точности.

Если необходима более высокая точность и полное покрытие диапазона 8 бит, то может использоваться иной подход. Сначала находится минимум разности (как правило, эта величина отрицательная), и полученное значение вычитается из значений всех элементов разностного изображения (тем самым на модифицированном изображении минимальное значение будет равно 0). Затем все элементы полученного изображения приводятся в интервал $[0, 255]$ умножением на значение $255/\text{Max}$, где Max — максимальное значение элементов модифицированного изображения. Однако очевидно, что такой подход несколько более сложен и трудоемок в реализации.

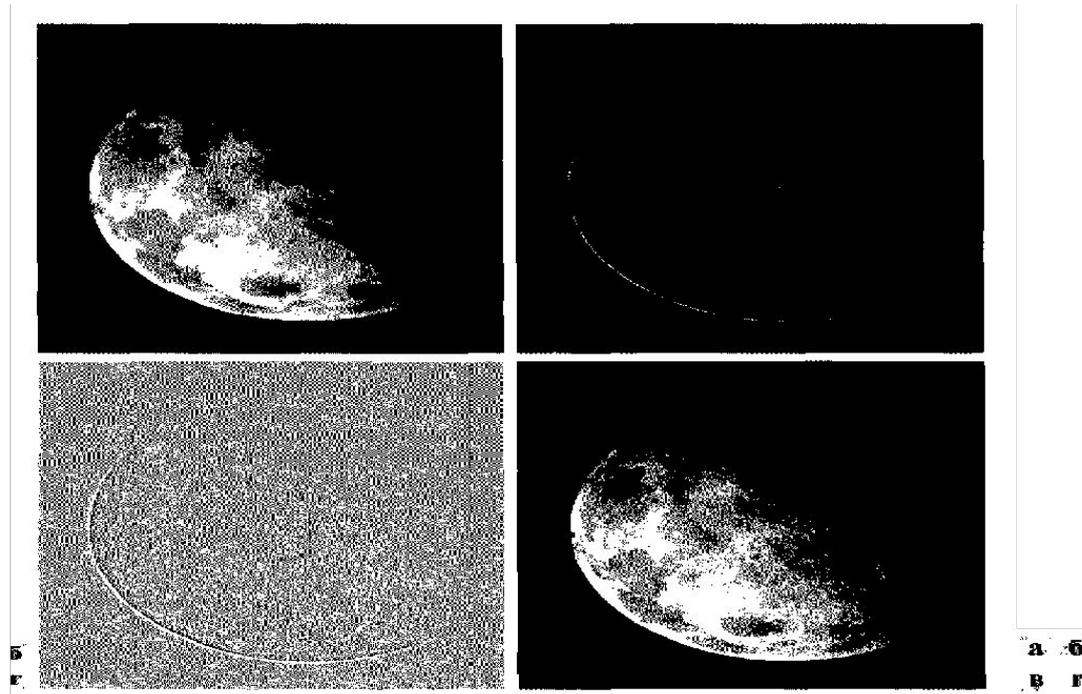


Рис.7

а) Изображение Северного полюса Луны, б) отфильтрованное лапласианном, в) с градационной коррекцией, г) исходное изображение сложенное с лапласианом.

В обработке изображений первые производные реализуются через модуль градиента

Направление контраста двумерной функции $f(x, y)$ может быть произвольным.

Известно, что максимальные изменения происходят вдоль градиента

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Можно использовать модуль градиента и его направление

$$\nabla f = |\nabla f| = [G_x^2 + G_y^2]^{1/2} = \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} .$$

$$\varphi(x, y) = \arctg(G_y / G_x)$$

Либо в упрощенной версии

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y|.$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

Рис. 8. Область изображения

Оператор Собела

$$\nabla f \approx |(z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)| + |(z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)|.$$

Маски, соответствующие оператору Собела

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

Пример использования в задаче технического контроля изготовления линз. На рис.9 показано изображение контактной линзы, освещенной специальной установкой, предназначенной для выделения неточностей и градиент изображения. Заметны два дефекта на краях в позициях 4 и 5 часов.

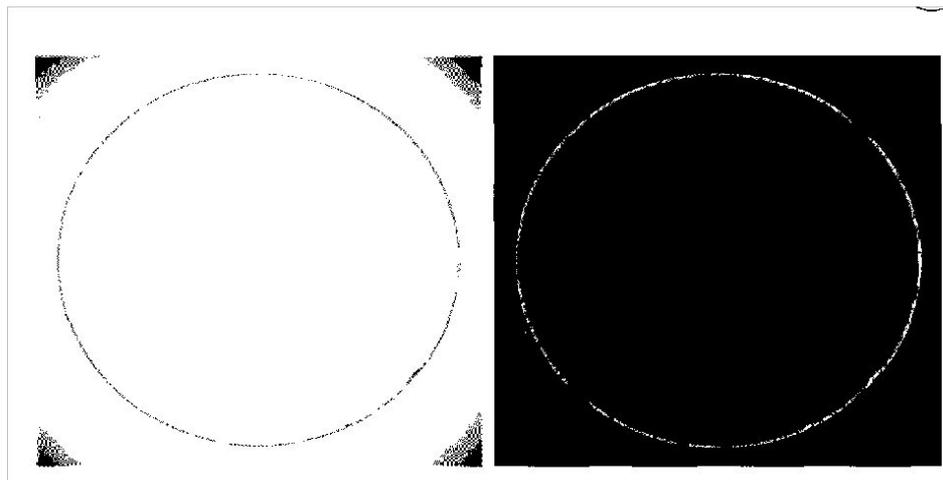


Рис.9

Частотные фильтры повышения резкости

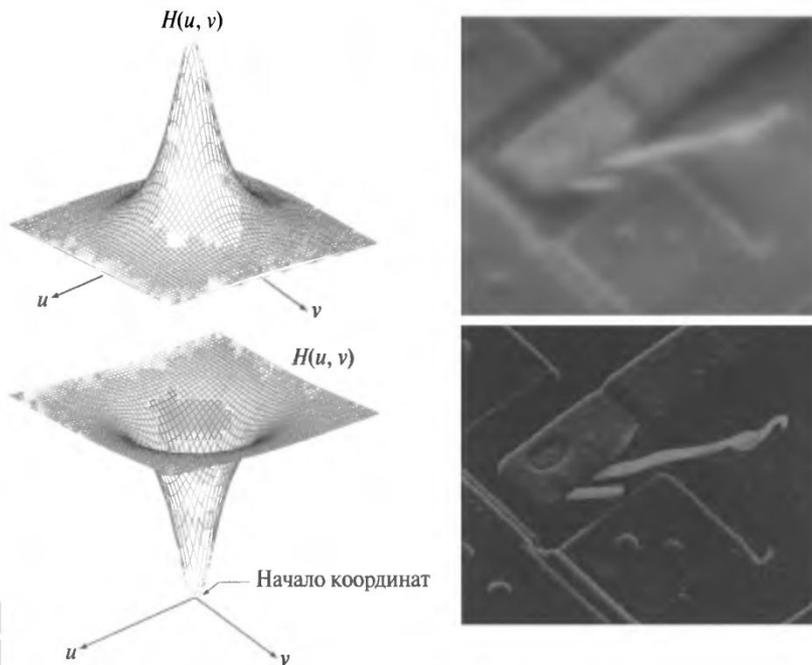


Рис. 4.7. (а) Двумерная передаточная функция фильтра низких частот. (б) Результат низкочастотной фильтрации изображения Рис. 4.4(а). (в) Двумерная передаточная функция фильтра высоких частот. (г) Результат высокочастотной фильтрации изображения Рис. 4.4(а).

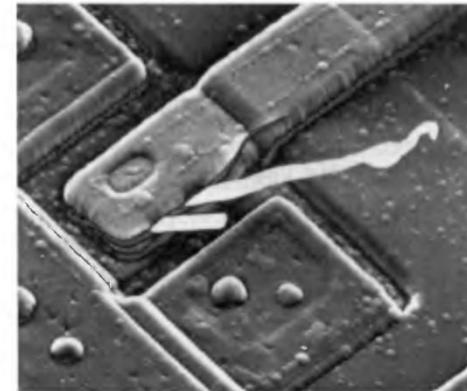


Рис. 4.8. Результат высокочастотной фильтрации изображения Рис. 4.4(а) с использованием фильтра на Рис. 4.7(в), измененного путем добавления к его передаточной функции константы, равной половине высоты фильтра. Сравните с Рис. 4.4(а).

а б
в г

Повышение резкости подъяемом частотной характеристики

Все изображения, полученные в результате высокочастотной фильтрации, имеют среднее значение близкое к нулю. Для того, чтобы это изменить необходимо добавить некоторую долю исходного изображения. Такой подход получил название высокочастотной фильтрации с подъяемом частотной характеристики.(обобщение метода нерезкого маскирования).

Нерезкое маскирование состоит в формировании резкого изображения путем вычитания из оригинала его сглаженной копии. В частотных терминах это означает, что имеет место высокочастотная фильтрация, которая достигается вычитанием из изображения результата его низкочастотной фильтрации, т.е.

$$f_{hp}(x, y) = f(x, y) - f_{lp}(x, y). \quad (1)$$

Обобщая последнее выражение путем умножения входящей в него функции $f(x, y)$ на некоторую постоянную $A \geq 1$, мы приходим к высокочастотной фильтрации с подъемом частотной характеристики:

$$f_{hb}(x, y) = Af(x, y) - f_{lp}(x, y).$$

Таким образом, фильтрация с подъемом частотной характеристики предоставляет нам возможность увеличить вклад, вносимый исходным изображением в конечный результат обработки. Последнее равенство может быть записано в виде

$$f_{hb}(x, y) = (A - 1)f(x, y) + f(x, y) - f_{lp}(x, y).$$

$$f_{hb}(x, y) = (A - 1)f(x, y) + f_{hp}(x, y).$$

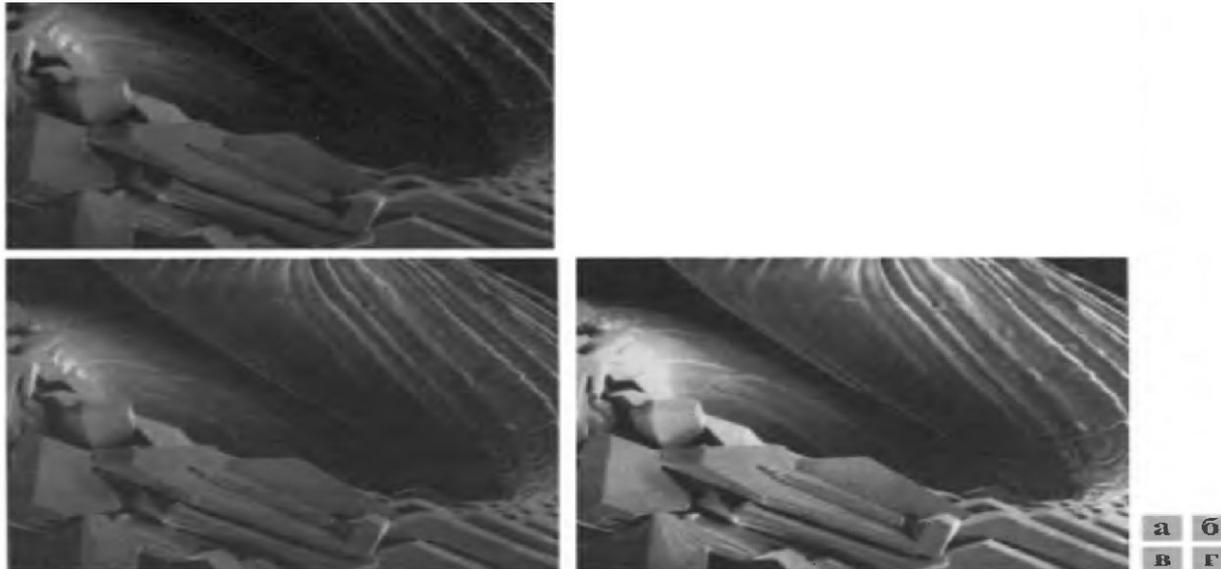
Из ⁽⁴⁾ следует, что $F_{\text{hp}}(u, v) = F(u, v) - F_{\text{lp}}(u, v)$. Но поскольку $F_{\text{lp}}(u, v) = H_{\text{lp}}(u, v)F(u, v)$, где H_{lp} есть передаточная функция низкочастотного фильтра, то нерезкое маскирование может быть осуществлено непосредственно в частотной области с использованием составного фильтра

$$H_{\text{hp}}(u, v) = 1 - H_{\text{lp}}(u, v).$$

Аналогично, фильтрация с подъемом частотной характеристики может быть осуществлена при помощи составного фильтра

$$H_{\text{hb}}(u, v) = (A - 1) + H_{\text{hp}}(u, v)$$

с $A \geq 1$.



(а) Исходное изображение. (б) Изображение, полученное с использованием $A = 2,0$. (в) Изображение, полученное с использованием $A = 2,7$. (г) То же, что (в), но с $A = 2,7$. (Исходное изображение предоставил Майкл Шеффер, факультет геологии, университет шт. Орегон, г. Юджин.)

Повышение резкости усилением высоких частот

Иногда при обработке изображения выгодно усилить его высокочастотную составляющую. В этом случае мы умножаем передаточную функцию высокочастотного фильтра на некоторую константу и добавляем другую константу с тем, чтобы фильтрация не приводила к уничтожению нулевой частотной компоненты. Такая процедура фильтрации называется *фильтрацией с усилением высоких частот*. Передаточная функция соответствующего фильтра задается выражением

$$H_{\text{hfc}}(u, v) = a + bH_{\text{hp}}(u, v), \quad (4.4-20)$$

где $a \geq 0$ и $b > a$. Характерные значения a находятся в диапазоне от 0,25 до 0,50, а характерные значения b — в диапазоне от 1,5 до 2,5. Сравнивая последнее равенство с (4.4-17), мы видим, что фильтрация с усилением высоких частот сводится к фильтрации с подъемом частотной характеристики в случае, когда $a = (A - 1)$ и $b = 1$. В случае $b > 1$ происходит усиление высоких частот, откуда и происходит название метода.

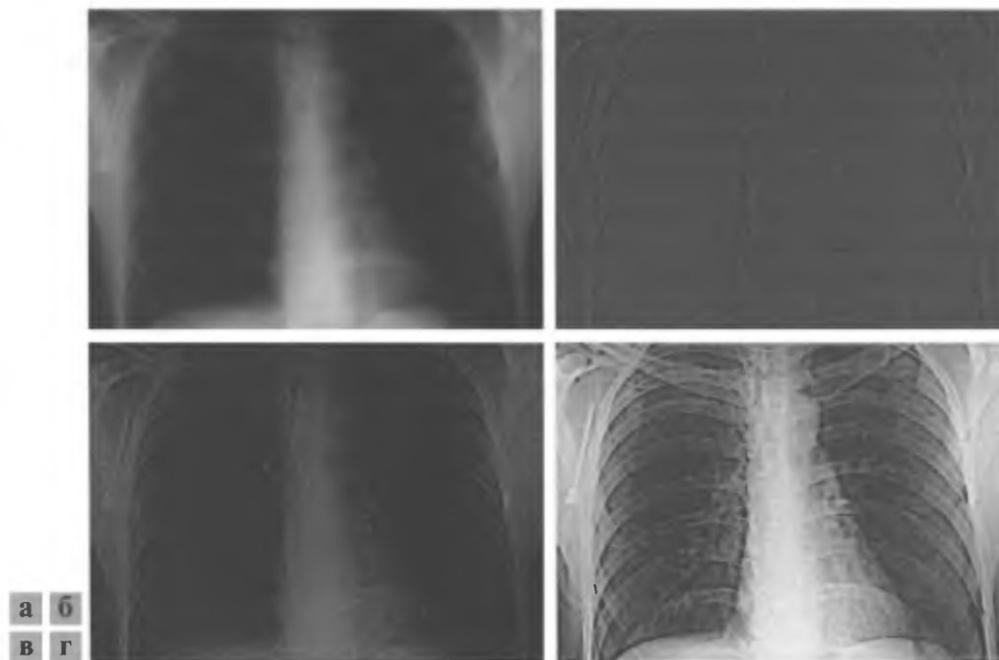


Рис. 4.30. (а) Рентгеновский снимок грудной клетки. (б) Результат высокочастотной фильтрации с использованием фильтра Баттлерворта. (в) Результат фильтрации с усилением высоких частот. (г) Результат применения метода эквализации гистограммы к (в). (Исходное изображение предоставил д-р. Томас Р. Гест, отделение анатомии медицинской школы университета шт. Мичиган).

