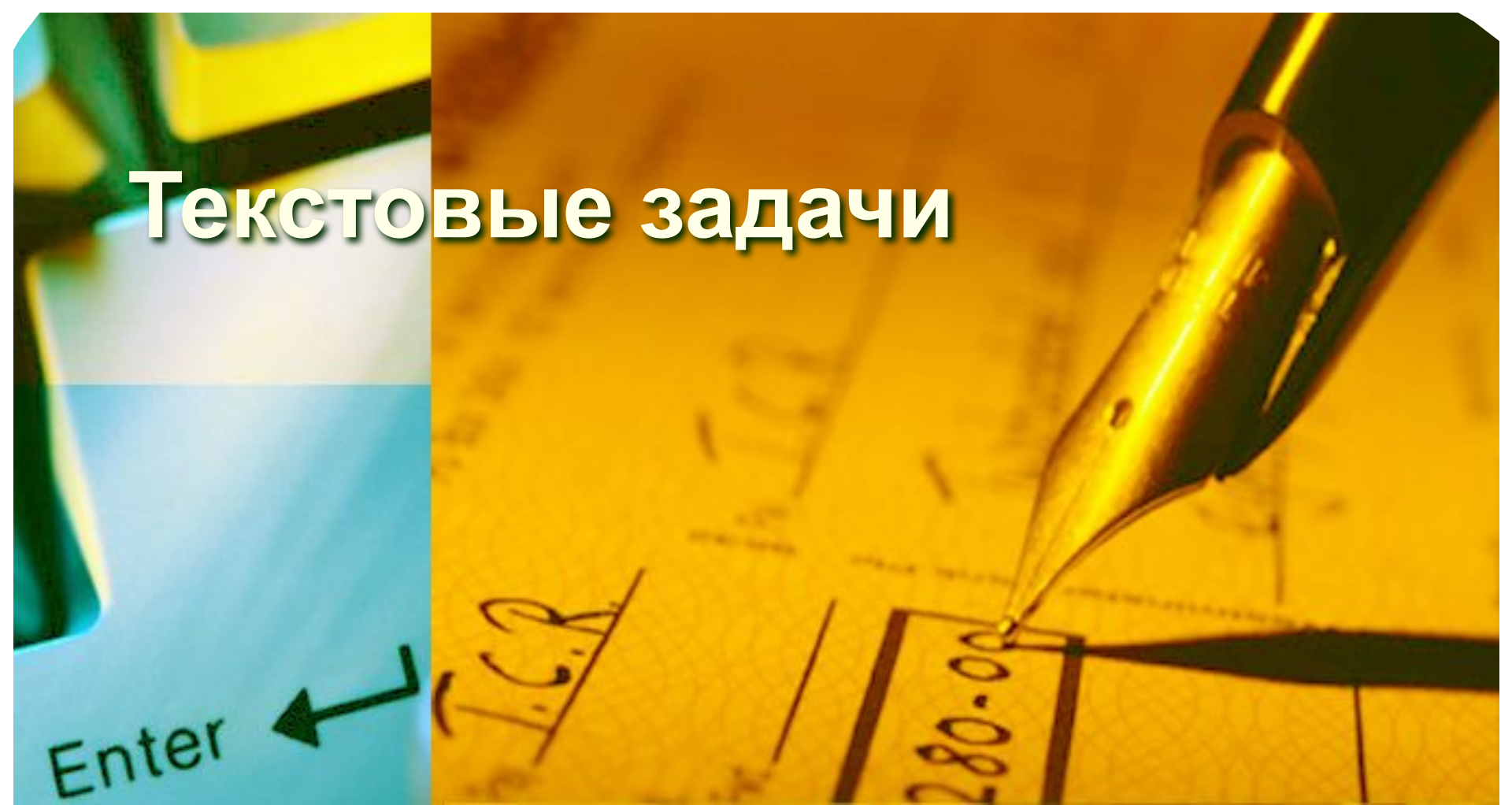




Текстовые задачи

Работу выполнила учитель МБОУ СОШ № 27
г. Ставрополя
Ветрова Людмила Ивановна

**Если вы хотите научиться плавать ,
То смело входите в воду, а если
хотите научиться решать задачи, то
решайте их...**

**Трудность решения в какой-то мере
входит в само понятие задачи : там,
где нет трудности, нет и задачи.**

(Д.Пойа.)



Решение текстовых задач играет в математическом образовании очень важную роль. Одним из основных показателей глубины усвоения учащимися учебного материала и уровня математического развития является умение решать задачи, текстовые в том числе. Поэтому обучению решению текстовых задач уделяется много внимания.

- ❖ **Посредством задач у учащихся формируются математические понятия, исследуются математические законы.**
- ❖ **Задачи являются средством развития логического мышления, показывают значение математики в повседневной жизни, помогают детям использовать полученные знания в практической деятельности.**

Следует отметить, что эффективное использование текстовых задач возможно только в том случае, когда учитель:

- ❖ **во-первых, может четко определить конкретную цель работы с каждой задачей на уроке;**
- ❖ **во-вторых, умеет организовать эту работу на уроке в строгом соответствии с поставленной целью, т.е. в зависимости от той или иной цели выбираются методические проблемы работы над задачей.**

Основные цели решения текстовых задач в школьном курсе математики:

LOGO

- ❖ **научить переводить реальные предметные ситуации в различные математические модели,**
- ❖ **обеспечить действенное усвоение учащимися основных методов и приемов решения учебных математических задач.**

Этапы решения текстовых задач:

A decorative header image featuring a close-up of a fountain pen nib on the right, with a blurred background of papers and a logo that says "LOGO" in green capital letters.

- ❖ Анализ содержания задачи.
- ❖ Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.
- ❖ Осуществление плана решения задачи.
- ❖ Проверка решения задачи.

Приемы, используемые на этапе «Анализ задачи»

A decorative header image featuring a close-up of a fountain pen nib and a small logo with the word "LOGO" in a stylized font.

- ❖ представление той жизненной ситуации, которая описана в задаче. Цель такого воспроизведения — выявление основных количественных и качественных характеристик ситуации, представленной в задаче.
- ❖ постановка специальных вопросов и поиск ответов на НИХ — включает следующий «стандартный» набор вопросов, ответы на которые позволяют детально разобраться в содержании задачи: О чем говорится в задаче? Что известно в задаче? Что требуется найти в задаче? Что в задаче неизвестно? и др.
- ❖ переформулировка текста задачи — состоит в замене данного в задаче описания некоторой ситуации другим описанием, сохраняющим все отношения, связи, но более явно их выражающим. При необходимости строится вспомогательная модель задачи: краткая запись условия, таблица, рисунок, чертеж и т.п.
- ❖ моделирование ситуации, описанной в задаче, с помощью реальных предметов, предметных моделей или графических моделей.

Приемы, используемые
на этапе «Поиск пути решения задачи и составление
плана ее решения».

LOGO

-  анализ задачи по тексту **или** по ее вспомогательной модели;
-  **от вопроса задачи к данным** (аналитический путь) **или от данных к вопросу** (синтетический путь);
-  комбинированный (**анализ и синтез**), анализ **часто производят «про себя»**;
-  разбиение задачи на смысловые части;
-  введение подходящих обозначений **в том случае, когда данные (или искомые) в задаче не обозначены.**

Методы решения текстовых задач

LOGO

- ❖ арифметический
- ❖ алгебраический
- ❖ комбинированный

Этапы решения задач арифметическим методом

LOGO

- ❖ **Разбор условия задачи и составление плана её решения**
- ❖ **Решение задачи по составленному плану**
- ❖ **Проверка решения задачи**

Этапы решения задач алгебраическим методом

- ❖ Разбор условия задачи и составление уравнений или неравенств по условию задачи
- ❖ Решение составленного уравнения или системы уравнений, неравенства или системы неравенств
- ❖ Проверка решения задачи, которая проводится по условию задачи.

Комбинированный метод

A decorative header image featuring a close-up of a fountain pen nib on the right, with a blurred background of mathematical symbols and equations. The word "LOGO" is written in a stylized, green, sans-serif font in the upper right corner.

LOGO

Этот метод получается в результате включения в алгебраический метод решения задач решение, в котором часть неизвестных величин определяется с помощью решения уравнения или системы уравнений, неравенств или систем неравенств, а другая часть – арифметическим методом. В этом случае решение текстовых задач значительно упрощается.

Сложности при решении текстовых задач



LOGO

- ❖ **составление математической модели**
- ❖ **составление уравнений и неравенств, связывающих данные величины и переменные, которые вводят учащиеся**
- ❖ **нахождение соответствия между различными величинами, применительно к которым формулируется вопрос задачи**
- ❖ **решение уравнений, системы уравнений или неравенств**

Типы текстовых задач

LOGO

- ◆ Задачи «на движение»;
- ◆ Задачи «на совместную работу»;
- ◆ Задачи на «планирование»;
- ◆ Задачи на «зависимость между компонентами арифметических действий»;
- ◆ Задачи на «проценты»;
- ◆ Задачи на «смеси»;
- ◆ Задачи на «разбавление»;
- ◆ Задачи с «буквенными коэффициентами»;
- ◆ Задачи на «оптимальное решение».

1. Задачи на движение

LOGO

Некоторые указания к задачам на «движение»:

Основными компонентами
этого типа задач являются:

а) пройденный путь (s); б)
скорость (v); в) время (t).

Зависимость между
указанными величинами
выражается известными
формулами:

$$s = v \cdot t;$$

$$v = \frac{s}{t};$$

$$t = \frac{s}{v}.$$

Желательно запомнить, а лучше понимать:

LOGO

- ❖ Если два тела двигаются из одной точки в одном направлении, то скорость удаления одного из них от другого находится вычитанием меньшей скорости из большей скорости.
- ❖ Если два тела двигаются одновременно из одной точки в разные стороны, то скорость удаления этих тел находится сложением скоростей данных тел.
- ❖ Если два тела начинают движение из разных точек навстречу друг другу одновременно, то скорости данных тел складываются.
- ❖ Если два тела начинают движение из разных точек в разных направлениях, то скорость удаления этих тел друг от друга находится сложением скоростей данных тел.
- ❖ Если движение тел происходит из разных точек в одном направлении, то скорость приближения одного из них (или скорость удаления одного из них к другому) находится вычитанием меньшей скорости из большей скорости.

Пройденный путь принимается за 1,
а единственной данной величиной является время.

LOGO

Задача № 1

Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу и встретились через 3 часа 20 мин. Сколько времени понадобится каждому из них, чтобы пройти все расстояние, если первый пришел в то место, из которого вышел второй, на 5 часов позже, чем второй пришел в то место, откуда вышел первый?

Решение.

1. Особенностью этой задачи является то, что в ней нет никаких данных о пройденном расстоянии. В таких случаях удобно все расстояния е принять за 1, тогда скорость

$$V_1 = \frac{1}{x}, \quad V_2 = \frac{1}{y} \quad (\text{где } x \text{ часов – время второго пешехода}).$$

2. Из условия задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 3\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} + 3\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{y} = 1, \\ x - y = 5. \end{cases}$$

3. Решая эту систему, получим $y = 5$, $x = 10$.

Ответ: 10 ч.; 5 ч.

Скорость выражена косвенно через время.

LOGO

Задача № 2.

Два велосипедиста выехали одновременно из двух пунктов в третий. Куда они договорились прибыть одновременно. Первый прибыл на место встречи через два часа, а второму, чтобы прибыть вовремя, надо было проезжать каждый километр на 1 минуту быстрее первого, так как его путь был длиннее на 6 км. Какова скорость каждого велосипедиста?

Решение.

LOGO

1. Особенностью этой задачи является не прямое, а косвенное указание скорости велосипедистов.

2. Пусть первый велосипедист проезжал каждый километр за x мин, т.е. его скорость была $\frac{60}{x}$ км/ч. Тогда скорость второго

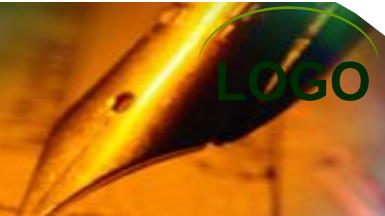
3. $\frac{60}{x-1}$ Составим уравнение и решим его:

; $x_1=5$, $x_2=-4$ (посторонний корень).

4. $\frac{60}{x-1} \cdot 2 - \frac{60}{x} \cdot 2 = 6$
Следовательно, $V_1 = \frac{60}{5} = 12$ км/ч, $V_2 = \frac{60}{4} = 15$ км/ч.

❖ Ответ: 12 км/ч, 15 км/ч.

Тела движутся по окружности.

A close-up photograph of a fountain pen nib, likely a Montblaster Meisterstück, with the word "LOGO" written in a stylized font over it.

LOGO

Задача № 3.

По окружности длиной 60 м равномерно и в одном направлении движутся две точки. Одна из них делает полный оборот на 5 с быстрее другой. При этом совпадения точек происходят каждый раз через 1 мин. Определите скорости точек.

Решение:

LOGO

1. Пусть первая точка проходит полный оборот за x с, а вторая точка – за y с. Тогда

$$V_1 = \frac{60}{x} \text{ м/с} = \frac{3600}{x} \text{ м/мин}, \quad V_2 = \frac{60}{y} \text{ м/с} = \frac{3600}{y} \text{ м/мин}.$$

2. Будем полагать, что $X < Y$, тогда из условия задачи следует уравнение $Y - X = 5$.

3. Так как точки встречаются каждую минуту, и первая движется быстрее, то она должна за одну минуту пройти полный круг 60 м и ещё столько, сколько успеет пройти за одну минуту вторая точка, т.е. $\frac{3600}{y}$ м/мин.

4. Отсюда имеем второе уравнение: $\frac{3600}{x} = \frac{3600}{y} + 60$.

5. Составим систему и решим её:

$$\begin{aligned} x - y &= 5, & y &= x + 5, & x &= 15, \\ \frac{3600}{x} &= \frac{3600}{y} + 60; & \frac{60}{x} &= \frac{60}{y} + 1; & y &= 20. \end{aligned}$$

Тогда $V_1 = \frac{60}{15} = 4 \text{ м/с}, \quad V_2 = \frac{60}{20} = 3 \text{ м/с}.$

Ответ: 4 м/с; 3 м/с.

2. Задачи на совместную работу

Некоторые указания к задачам на совместную работу:

1. Основными компонентами этого типа задач являются:

а) работа; б) время; в) производительность труда (работа, выполненная в единицу времени).

2. План решения задачи обычно сводится к следующему:

- а) Принимаем всю работу, которую необходимо выполнить, за единицу
- б) Находим производительность труда каждого рабочего в отдельности, т.е. где t – время, за которое указанный рабочий может выполнить всю работу, работая отдельно.
- в) Находим ту часть всей работы, которую выполняет каждый рабочий отдельно, за то время, которое он работал.
- г) Составляем уравнение, приравниваем объём всей работы (т.е. единицу) к сумме слагаемых, каждое из которых есть часть всей работы, выполненная отдельно каждым из рабочих (если, разумеется, в условии сказано, что при совместной работе всех рабочих выполнен весь объём работы).

3. Следует заметить, что в указанных задачах не всегда сравнивается выполненная работа. Основанием для составления уравнения может служить также указанное в условии соотношение затраченного времени или производительности труда.

Вычисление неизвестного времени работы

Задача № 4

Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать заданный участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала только одна бригада, а заканчивала ремонт участка дороги одна вторая бригада, производительность труда которой более высокая, чем первой бригады. В результате ремонт заданного участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в своё рабочее время выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?

Решение:

1. Пусть вся работа может быть выполнена первой бригадой за x дней, а второй – за y дней.

2. Принимая всю работу за единицу, имеем:

$\frac{1}{x}$ - производительность первой бригады,

$\frac{1}{y}$ - производительность второй бригады,

$\frac{1}{x} \cdot 18$ - часть работы, которую могла выполнить первая
бригада за 18 дней,

$\frac{1}{y} \cdot 18$ - часть работы, которую могла выполнить вторая
бригада за 18 дней.

3. Составление уравнения.

Так как обе бригады, работая совместно, могли выполнить всю работу за 18 дней, то на основании этого имеем

$$\frac{1}{x} \cdot 18 + \frac{1}{y} \cdot 18 = 1.$$

4. Далее из условия задачи следует, что первая бригада выполнила $\frac{2}{3}$ всей работы, следовательно, она затратила на это x дней, а вторая бригада выполнила $\frac{1}{3}$ всей работы, следовательно, она затратила на это y дней

5. Так как всего было затрачено 40 дней, то можно составить второе уравнение:

$$\frac{2}{3} \cdot x + \frac{1}{3} \cdot y = 40.$$

6. Составим систему уравнений и решим её:

Имеем $x_1 = 24$, $x_2 = 45$; $y_1 = 72$, $y_2 = 30$.

7. Так как производительность второй бригады была выше, чем первой,
то условию задачи удовлетворяют $x = 45$ и $y = 30$.

Ответ: 45 дней, 30 дней.

Путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа

Задача № 5.

Два поезда отправляются из двух пунктов А и В навстречу друг другу. Они встретятся на половине пути, если поезд из А выйдет на 2 часа раньше, чем поезд из В. Если же оба поезда выйдут одновременно, то через 2 ч ¹расстояние между ними ⁴расстояние между пунктами А и В. За какие промежутки времени каждый поезд проходит весь путь?

Решение:

LOGO

1. На первый взгляд эта задача кажется типичной задачей на движение.

Однако следует обратить внимание на то, что в ней нет никаких данных о пройденном пути. Поэтому будем рассматривать эту задачу как задачу на совместную работу, где всю работу (пройденный путь) примем за единицу.

2. Полагая, что первый поезд пройдет весь путь за x часов, а второй- y часов, и учитывая, что первый вышел на два часа раньше,

составим уравнение $\frac{1}{x} \cdot x - \frac{1}{y} \cdot y = 2$.

3. Скорость каждого поезда будет соответственно

$$\frac{1}{x} \cdot 2 + \frac{1}{y} \cdot 2 = \frac{3}{4}$$

4. Составим систему уравнений и решим ее:

Получим $x=8$, $y = 4$.

$\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$, следовательно,

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \cdot x - \frac{1}{2} \cdot y = 2, \\ \frac{1}{x} \cdot 2 + \frac{1}{y} \cdot 2 = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

Ответ: 8 ч, 4 ч.

Задачи на «бассейн», который одновременно наполняется разными трубами.

LOGO

Если две трубы открыть одновременно, то бассейн
Задача № 6 наполнится
за 2 ч 24 мин. В действительности же сначала была открыта
только первая труба в течение одной четверти времени,
которое
необходимо второй трубе, чтобы наполнить бассейн,
действуя
отдельно. Затем действовала вторая труба также в течение
одной
четверти времени, которое необходимо первой, чтобы одной
наполнить бассейн, после чего оказалось, что остается
наполнить

Сколько времени необходимо для наполнения бассейна
каждой трубой в отдельности?

Решение:

1. Пусть первая труба наполняет бассейн за x часов, а вторая

наполнит бассейн за y часов, тогда производительность каждой трубы будет соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$ в час (примем объем воды в бассейне за единицу).

2. Из условия следует, что первая труба наполнила

$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4} \cdot y$ часть бассейна, вторая труба

$\frac{1}{y} \cdot \frac{1}{4} \cdot x$ часть бассейна, а вместе они наполнили часть бассейна.

$$1 - \frac{11}{24} = \frac{13}{24}$$

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4} \cdot y + \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{4} \cdot x = \frac{13}{24}.$$

Отсюда
3. Так как обе трубы при одновременной работе наполняют весь

бассейн за $2\text{ ч } 24\text{ мин}$, то $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 2\frac{2}{5} = 1.$

4. Составим систему и решим её:

Полага
я $\frac{x}{y} = a$

имеем:

$$\begin{cases} a = \frac{3}{2}, \\ a = \frac{2}{3}, \end{cases}$$

$$12y + 12x = 5xy.$$

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}x \cdot \frac{1}{y} = \frac{13}{24},$$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 2\frac{2}{5} = 1;$$

Отсюда получим, что если $x=4$, то $y=6$, а если же $x=6$, то $y=4$.

Очевидно, результаты однозначны. Будем полагать, что первая труба работала быстрее.

Ответ: 4 ч; 6 ч.

3. Задачи на планирование

LOGO

К задачам этого раздела относятся те задачи, в которых выполняемый объём работы известен или его нужно определить (в отличие от задач на совместную работу). При этом сравнивается работа, которая должна быть выполнена по плану. и работа, которая выполнена фактически. Так же как и в задачах на совместную работу, основными компонентами задач на планирование являются

- а) работа (выполненная фактически и запланированная);
- б) время выполнения работы (фактическое и запланированное);
- в) производительность труда (фактическая и запланированная).

Замечание.

В некоторых задачах этого раздела вместо выполнения работы дается количество участвующих в её выполнении рабочих.

Задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы.

Задача № 7.

Ученик токаря вытачивает шахматные пешки для определенного числа комплектов шахмат.

Он хочет научиться изготавливать ежедневно на 2 пешки больше, чем теперь, тогда такое же задание он выполнит на 10 дней быстрее. Если бы ему удалось научиться изготавливать ежедневно на 4 пешки больше, чем теперь, то срок выполнения такого же задания уменьшился бы на 16 дней. Сколько комплектов шахмат обеспечивает пешками этот токарь, если для каждого комплекта нужно 16 пешек?

Решение:

LOGO

1. Пусть токарь вытачивает x пешек для определенного числа комплектов шахмат. Будем также полагать, что в день он вытачивает y пешек. Тогда задание он выполнит

за $\frac{x}{y}$ дней.

2. Соответственно если он будет вытачивать в день $(y+2)$ пешки или $(y+4)$, то

выполнит задание за $\frac{x}{x+y}$ дня или $\frac{1}{y+4}$ дня.

На основании условия задачи составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{x}{y+2} = 10, \\ \frac{x}{y} - \frac{x}{y+4} = 16; \end{cases}$$

Отсюда $x = 240$
и $y = 6$.

4. Так как на каждый комплект нужно 16 пешек, то число комплектов равно $240 : 16 = 15$.

Ответ: 15.

Задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы.

Задача № 8.

Планом предусмотрено, что предприятие на протяжении нескольких месяцев изготовит 6000 насосов. Увеличив производительность труда, предприятие стало изготавливать в месяц на 70 насосов больше, чем было предусмотрено, и на один месяц раньше установленного срока Перевыполнило задание на 30 насосов. На протяжении скольких месяцев было предусмотрено выпустить 6000 насосов?

Решение:

1. Пусть за x месяцев было предусмотрено выполнение нового задания. Тогда за $(x-1)$ месяцев было выпущено 6030 насосов.

2. В месяц по плану предприятие планировало выпустить $\frac{6000}{x}$ насосов, а фактически выпустило в месяц $\frac{6030}{x-1}$

3. Из условия задачи следует уравнение:

$$\frac{6000}{x} - \frac{6030}{x-1} = 70.$$

4. Решая уравнение, получим $x_1 = 10$,
 $x_2 = -$

$\frac{60}{7}$ (не удовлетворяет условию задачи).

Ответ: На протяжении 10 месяцев.

4. Задачи на зависимость между компонентами арифметических действий



Составление уравнений в задачах данного раздела вытекает непосредственно из условия задачи.

Задачи, в которых требуется найти сумму слагаемых, каждое из которых составляет ту или иную часть искомой суммы

Задача № 9.

Трое изобретателей получили за своё изобретение премию в размере 1410 р., причем второй получил того, что получил первый, и еще 60 р., а третий получил денег второго и ещё 30 рублей. Какую премию получил каждый?

Решение:

LOGO

1. Пусть первый изобретатель получил x рублей.

2. Тогда второй получил $\left(\frac{1}{3}x + 60\right)$ рублей, третий получил

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}x + 60\right) + 50 = \left(\frac{x}{9} + 50\right)$$

3. Из условия следует: $x + \frac{1}{3}x + 60 + \frac{x}{9} + 50 = 1410$, откуда $x = 900$,

$$\frac{1}{3} \cdot 900 + 60 = 360; \quad \frac{900}{9} + 50 = 150.$$

Ответ: 900 р., 360 р., 150 р.

Задачи, в которых используется формула двузначного числа

LOGO

Задача № 10.

Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти число.

Решение:

1. Пусть x – цифра десятков,
 y – цифра единиц,
 $10x + y$ – искомое двузначное число.

2. Из условия задачи следует:

$$x^2 + y^2 = 13, \quad \text{Отсюда получим, что } x = 3, \quad y = 2.$$

$$\left. \begin{array}{l} 10x + y - 9 = 10y + x; \\ x - \text{цифра} \end{array} \right\} \quad (x = -2 - \text{не подходит, т.к.})$$

Ответ: 32.

Задачи, в которых слагаемые пропорциональны некоторым числам (или дано их отношение)

Задача № 11.

Числители трех дробей пропорциональны числам 1, 2, 5, а знаменатели соответственно пропорциональны числам 1, 3, 7. Среднее арифметическое этих дробей равно $\frac{200}{441}$.
Найти эти дроби.

Решение:

LOGO

1. Числители дробей: x , $2x$, $5x$ (по условию задачи).
2. Знаменатели дробей: y , $3y$, $7y$ (по условию задачи).
3. Дроби: $\frac{x}{y}, \frac{2x}{3y}, \frac{5x}{7y}$.
4. Из условия задачи следует:

$$\frac{x}{y} = \frac{4}{7} \text{ — первая дробь} \quad \left(\frac{x}{y} + \frac{2x}{3y} + \frac{5x}{7y} \right) : 3 = \frac{200}{441}; \quad \frac{50x}{63y} = \frac{200}{441}.$$
$$\frac{2x}{3y} = \frac{8}{21} \text{ — вторая дробь} \quad \frac{5x}{7y} = \frac{20}{49} \text{ — третья дробь}$$

Ответ: $\frac{4}{7}, \frac{8}{21}, \frac{8}{21}$.

Задачи, где неизвестные являются членами прогрессии (или пропорции)

LOGO

Задача № 12.

Для оплаты пересылки четырех бандеролей понадобились 4 различные почтовые марки на общую сумму 2 р. 80 к. Определить стоимость марок, приобретенных отправителем, если эти стоимости составляют арифметическую прогрессию, а самая дорогая марка в 2,5 раза дороже самой дешевой.

Решение:

1. Пусть x рублей – стоимость самой дешевой марки.
2. Тогда $2,5x$ рублей – стоимость самой дорогой марки.
3. Стоимость всех четырех марок по условию есть сумма членов арифметической прогрессии, т. е. ,

$$\frac{x + 2,5x}{2} \cdot 4 = 2,8 \cdot 4.$$

4. Из формулы общего члена прогрессии имеем:
 $a_4 = a_1 + 3d$, $2,5 = x + 3d$, $1 = 0,4 + 3d$, $d = 0,2$. $a_2 = 0,4 + 0,2 = 0,6$,
 $a_3 = 0,6 + 0,2 = 0,8$.

Ответ: 0,4; 0,6; 0,8; 1.

5. Задачи на проценты

LOGO

Задачи этого раздела входят как составная часть в решение других типовых задач. Заменяя проценты соответствующим количеством сотых долей числа, легко свести данную задачу на проценты к задаче на части.

Задачи, решаемые арифметическим способом

Задача № 13.

Цену товара снизили на 20%, затем новую цену снизили ещё на 15% и, наконец, после перерасчета произвели снижение ещё на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Решение:

LOGO

Эту задачу проще решить чисто арифметическим путем, не составляя уравнения.

1. Пусть первоначальная цена товара x рублей, что соответствует 100%.
2. Тогда после первого снижения цена товара будет $x - 0,2x = 0,8x$ (р.).
3. После второго снижения $0,8x - 0,15 \cdot 0,8x = 0,68x$ (р.).
4. После третьего снижения $0,68x - 0,68x \cdot 0,1 = 0,612x$ (р.).
5. Всего цена товара снизилась на

$$x - 0,612x = 0,388x \text{ (р.).}$$

$$x - 100\%,$$

$$0,385x - y\%;$$

$$y\% = \frac{0,388x \cdot 100\%}{x} = 38,8\%.$$

Ответ: На 38,8%.

Задачи, в которых известно, сколько процентов одно число составляет от другого

LOGO

Задача № 14.

Первое из неизвестных чисел составляет 140% второго, а

отношение первого к третьему равно $\frac{14}{11}$. Найти эти числа,

если разность между третьим и вторым на 40 единиц меньше числа, составляющего 12,5% суммы первого и второго чисел.

Решение: 1. Пусть второе число – x . Тогда первое число –

$1,4x$, третье число – $\frac{11}{14} \cdot 1,4x = 1,1x$.

2. Из условия задачи следует уравнение

$$1,1x - x = 0,125(1,4x + x) - 40.$$

3. Решая уравнение, получим $x = 200$. $1,4x = 280$, $1,1x = 220$.

Ответ: 280, 200, 220.

Задачи, в которых известно, на сколько процентов одно число больше(или меньше) другого

Задача № 15.

За килограмм одного продукта и 10 кг другого заплачено 2 р. Если при сезонном изменении цен первый продукт подорожает на 15%, а второй подешевеет на 25%, то за такое же количество этих продуктов будет заплачено 1 р. 82 к. Сколько стоит килограмм каждого продукта?

Решение:

1. Пусть стоимость первого продукта x рублей.
2. Стоимость 1 кг второго продукта y рублей.
3. Стоимость 1 кг первого продукта после подорожания

$$x + 0,15x = 1,15x.$$

4. Стоимость 1 кг второго продукта после снижения
 $y - 0,25y = 0,75y.$

5. Из условия задачи следует

$$\begin{cases} x + 10y = 2, \\ 1,15x + 0,75 \cdot 10y = 1,82. \end{cases}$$

6. Решая систему уравнений, получим $x = 0,8, y = 0,12.$

6. Задачи на смеси

LOGO

Задачи этого раздела вызывают наибольшие затруднения. Очень важно разобраться в самом тексте задачи. Необходимо научиться расчленять такую задачу на ряд простейших.

Задачи, в которых отношение компонентов смеси задано в процентах

Задача № 16.

Смешали 30%-ный раствор соляной кислоты с 10%-ным и получили 600 г 15%-ного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение:

LOGO

1. Пусть 30%-ного раствора взято x граммов, а 10%-ного раствора взято y граммов.
2. Тогда из условия ясно, что $x+y=600$. Так как первый раствор 30%-ный, то в x граммах этого раствора содержится $0,3x$ граммов кислоты.
3. Аналогично в y граммах 10%-ного раствора содержится $0,1y$ граммов кислоты.
4. В полученной смеси по условию задачи содержится $600 \cdot 0,15 = 90$ г кислоты, откуда следует $0,3x + 0,1y = 90$.
5. Составим систему и решим её

$$\begin{cases} x + y = 600, \\ 0,3x + 0,1y = 90; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 600, \\ 3x + y = 900. \end{cases}$$

6. В результате получим: $x = 150$, $y = 600 - 150 = 450$.

Ответ: 150 г, 450 г.

7. Задачи на разбавление

LOGO

Задача № 17.

Из бака, наполненного спиртом, отлили часть спирта и долили до прежнего объёма водой, затем из бака отлили столько же литров смеси, сколько в первый раз отлили спирта, после чего в баке осталось 49 литров чистого спирта. Сколько литров спирта отлили в первый раз и во второй раз, если в баке содержалось 64 литра?

Решение:

1. Будем полагать, что x литров спирта отлили в первый раз. Тогда $(64 - x)$ литров спирта осталось в баке.
2. После того как бак долили водой, в нем стало 64 л смеси. Следовательно, в 1 л смеси содержалось $\frac{64 - x}{64}$ литров спирта.
3. Так как во второй раз отлили x литров смеси, то спирта отлили

во второй раз $\left(\frac{64 - x}{64}\right) \cdot x$ литров.

4. Из условия следует, что из бака всего отлили $64 - 49 = 15$ л спирта.

5. Составим уравнение и решим его: $x + \frac{(64 - x)x}{64} = 15$.
Откуда $x = 8$ или $x = 120$ (не удовлетворяет условию)

Во второй раз отлили $\frac{(64 - 8) \cdot 8}{64} = 7$.

Ответ: 8 л, 7 л.