

Компьютерный практикум по алгебре в среде

Matlab Практическое занятие 5



<http://serjmak.com/2students/matlab/seminar5>
<http://serjmak.com/2students/matlab/seminar5.ppt>

Темы

Векторное, смешанное, внешнее произведение векторов, их свойства и вычисление в координатах. Вычисление объёма параллелепипеда. Альтернативные системы координат: полярная, цилиндрическая, сферическая.

Теория:

http://serjmak.com/2students/matlab/1.%20Matlab7_Anufr.pdf

[1] (стр. 75-77)

<https://mipt.ru/education/chair/mathematics/study/uchebniki/Umnov-AnGeom-i-LinAl.pdf>
<https://mipt.ru/education/chair/mathematics/study/uchebniki/Umnov-AnGeom-i-LinAl.pdf> - стр. 61-75, 141-146

Краткая теория и операции в Matlab



Векторное произведение (обозначается $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$) определено только в 3D пространстве, т.е. для трёхкомпонентных векторов $[x, y, z]$, как и результат такого произведения.

`cross(a, b)` – нахождение векторного произведения векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} .

Смешанное произведение векторов $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$, где \cdot – скалярное (или внутреннее) произведение векторов (`dot`), а \times – векторное (`cross`). Модуль смешанного произведения векторов равен объёму параллелепипеда, построенного на этих векторах (расположенных как орты для параллелепипеда).

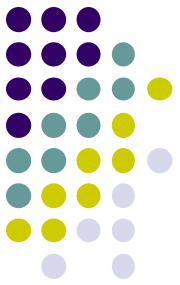
Внешнее произведение векторов \mathbf{a} $[1 \ 2]$ и \mathbf{b} $[1 \ 2 \ 3]$ – это матрица с размера 2×3 , элементы которой вычисляются так: $c_{ij} = a_i \cdot b_j$.

Другими словами, $\mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}^T$ (\cdot – матричное произведение).

Функция `[AZ, EL, R] = CART2SPH(X, Y, Z)` преобразует точки трехмерной декартовой системы координат в точки сферической системы координат. Размеры массивов X , Y и Z должны быть согласованы. Углы AZ , EL измеряются в радианах.

Функция `[X, Y, Z] = SPH2CART(AZ, EL, R)` преобразует точки сферической системы координат в точки трехмерной декартовой системы координат. Размеры массивов X , Y и Z должны быть согласованы. Углы AZ , EL измеряются в радианах.

Краткая теория и операции в Matlab



Функция $[TH, R] = \text{CART2POL}(X, Y)$ преобразует точки декартовой системы координат в точки полярной системы координат. Размеры массивов X и Y должны быть согласованы. Угол TH измеряется в радианах.

Функция $[TH, R, Z] = \text{CART2POL}(X, Y, Z)$ преобразует точки трехмерной декартовой системы координат в точки цилиндрической системы координат. Размеры массивов X , Y и Z должны быть согласованы. Угол TH измеряется в радианах.

Функция $[X, Y] = \text{POL2CART}(TH, R)$ преобразует точки полярной системы координат в точки декартовой системы координат. Размеры массивов X и Y должны быть согласованы. Угол TH измеряется в радианах.

Функция $[X, Y, Z] = \text{POL2CART}(TH, R, Z)$ преобразует точки цилиндрической системы координат в точки трехмерной декартовой системы координат. Размеры массивов X , Y и Z должны быть согласованы. Угол TH измеряется в радианах.

Matlab: задание



- 1) Вычислите векторное произведение (\times) векторов $a [1.2; -3.2; 0.7]$ и $b [4.1; 6.5; -2.9]$.
- 2) Для векторов a и b из п. 1 вычислите $a \times b + b \times a$.
- 3) Даны векторы $a [3.5 \ 0 \ 0]$, $b [0.5 \ 2.1 \ 0]$ и $c [-0.2 \ -1.9 \ 2.8]$. Вычислите смешанное произведение векторов a , b и c .
- 4) Вычислите внутреннее произведение векторов a , b из п. 3.
- 5) Найдите объём параллелепипеда, заданного векторами $a [1 \ 2 \ 3]$, $b [4 \ 5 \ 6]$ и $c [9 \ 8 \ 7]$.
- 6) Вычислите внешнее произведение векторов $a [1 \ 2 \ 3]$ и $b [4 \ 4 \ 5 \ 5]$.
- 7) Постройте на одних осях 3 конических сечения, заданных уравнением в полярной системе координат: $\rho(1 - \varepsilon \cos \phi) - a = 0$. $\varepsilon = 0.5$, потом 1, потом 2, при этом $a = 1$ во всех 3 случаях. Угол ϕ задайте от $-\pi$ до π с шагом $0.1 \cdot \pi$.
- 8) Постройте так же, как и в п. 7, трёхмерный график (шаг ϕ примите равным $0.05 \cdot \pi$), заданный тем же уравнением, считая, что оно задано в цилиндрической системе координат (примите $z = \phi$), при этом инвертировав ρ (см. результат на рисунке 1 далее).
- 9) Постройте трёхмерный график, заданный уравнением в сферической системе координат: $\rho = 1$. Угол ϕ задайте от $-\pi$ до π с шагом $0.01 \cdot \pi$ (рисунок 2).
- 10) Превратите ϕ из строки в столбец и проверьте, как изменился

Matlab: задание

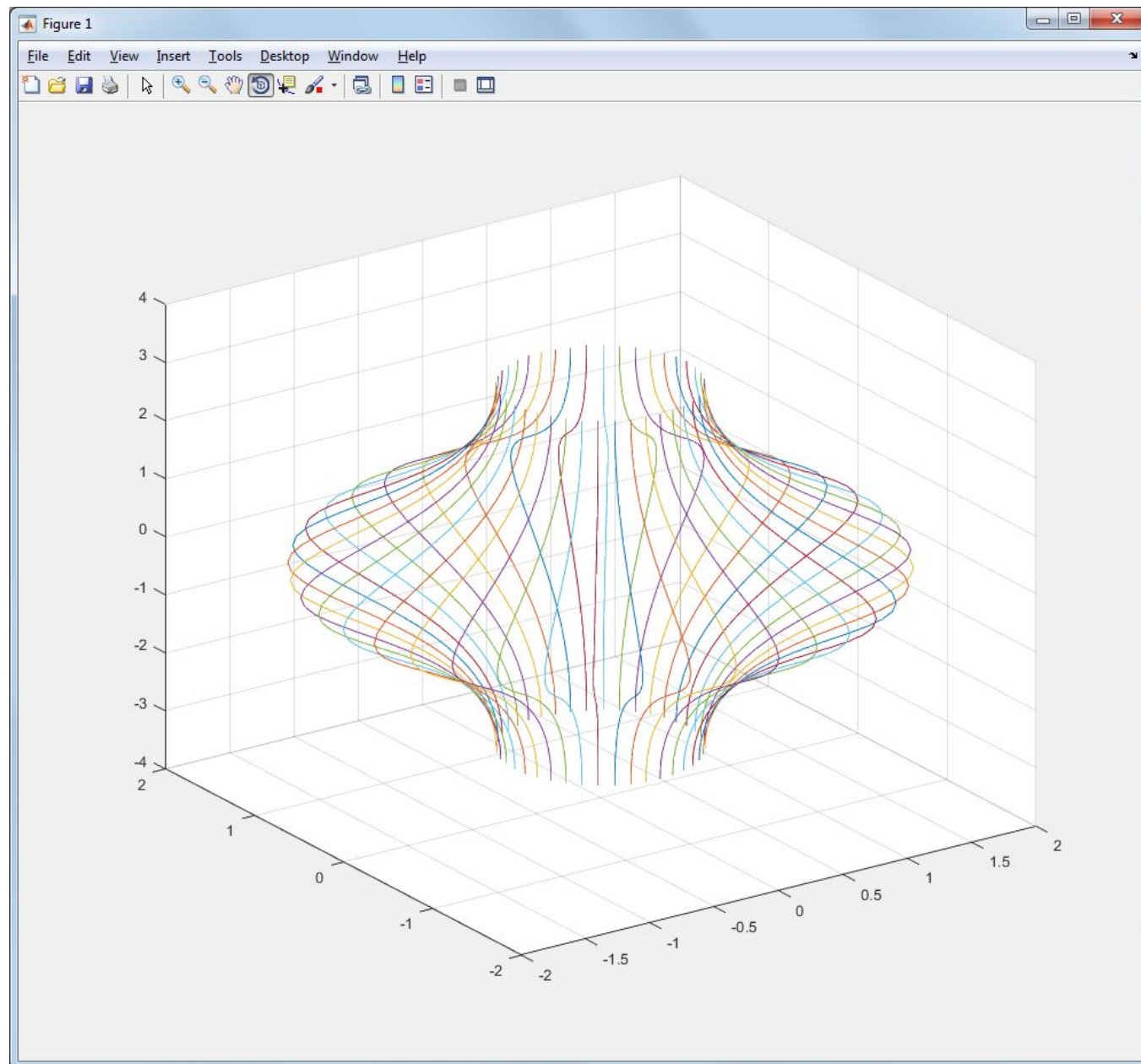
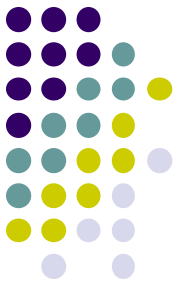


Рисунок 1 – Результат выполнения задания 8 (1 часть)

Matlab: задание

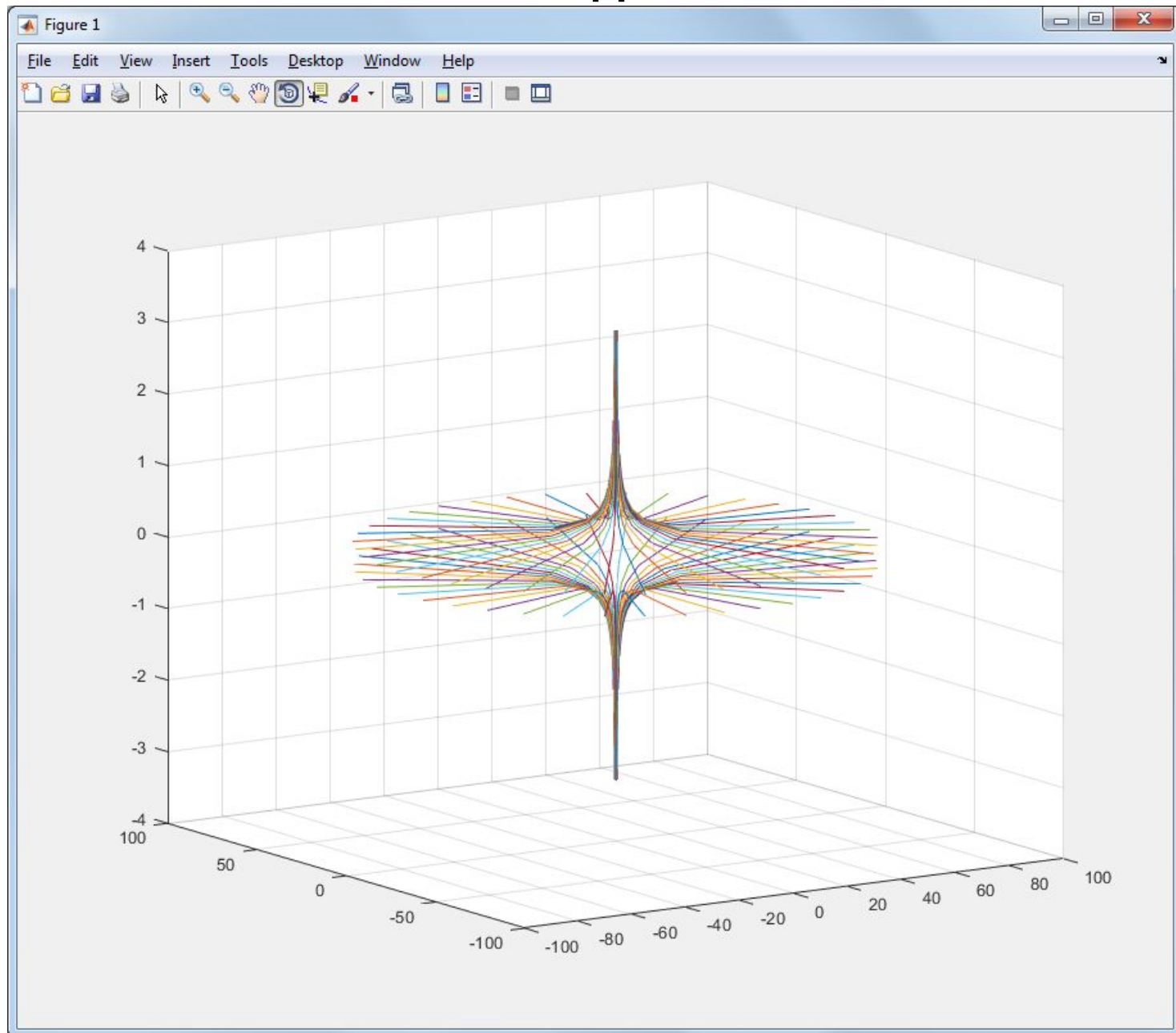
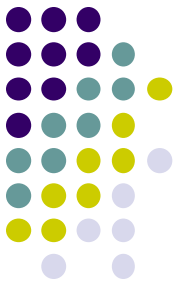


Рисунок 1 – Результат выполнения задания 8 (2 часть)

Matlab: задание

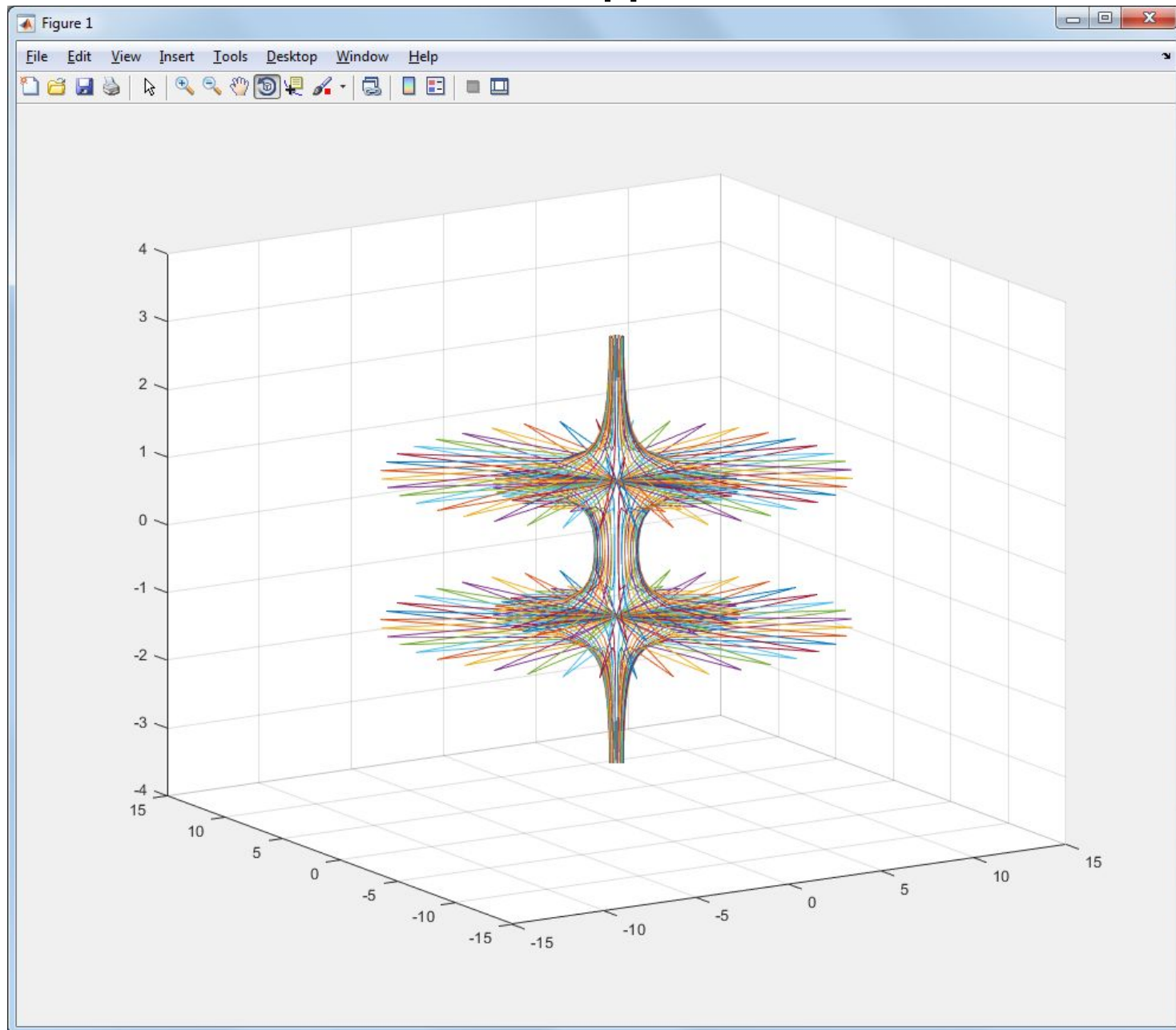
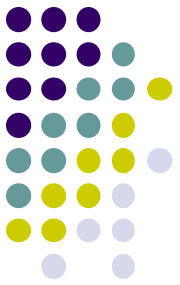


Рисунок 1 – Результат выполнения задания 8 (3 часть)

Matlab: задание

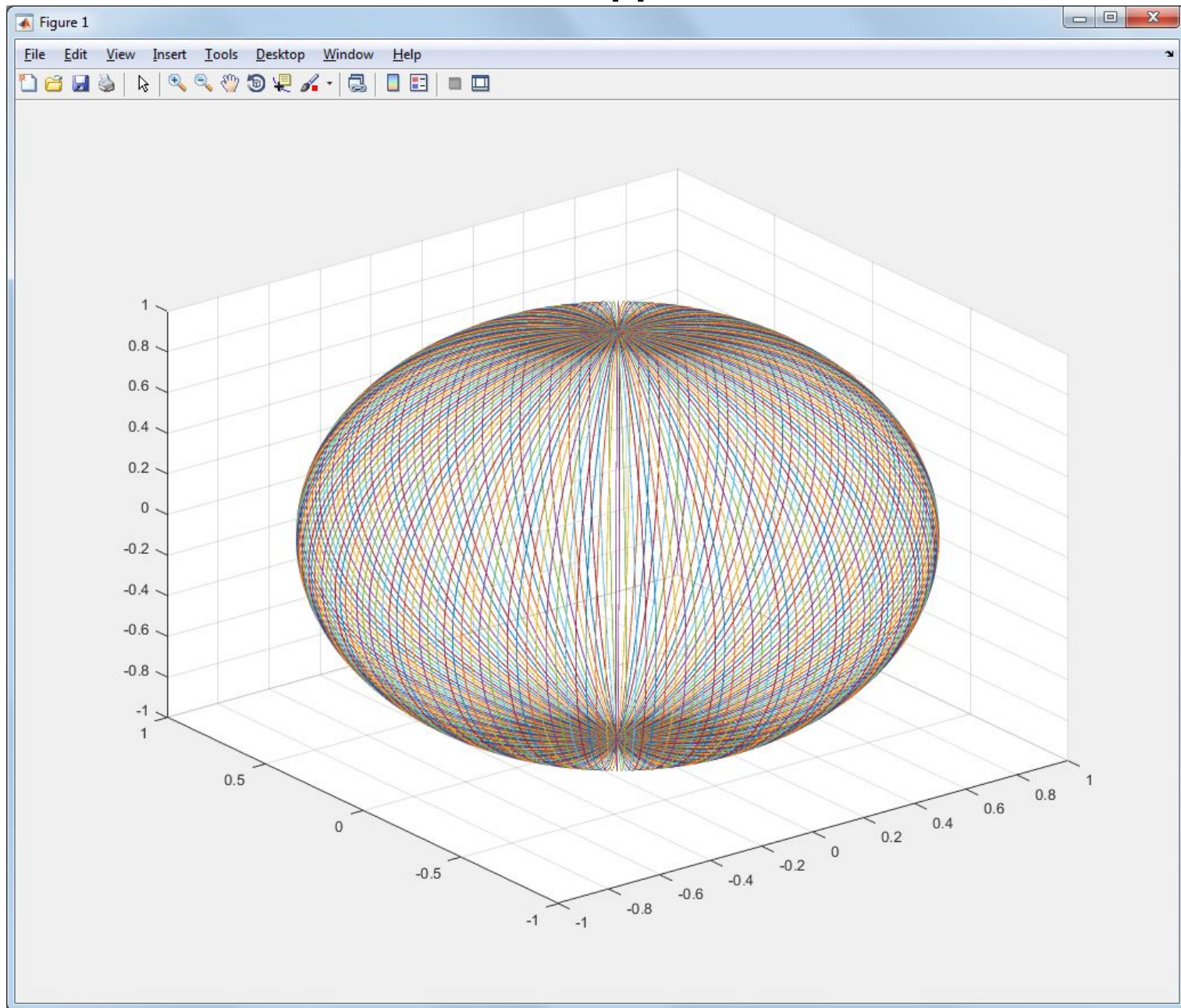
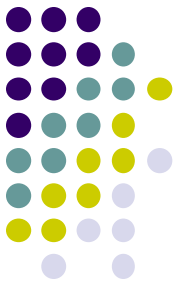


Рисунок 2 – Результат выполнения задания 9

Matlab: задание

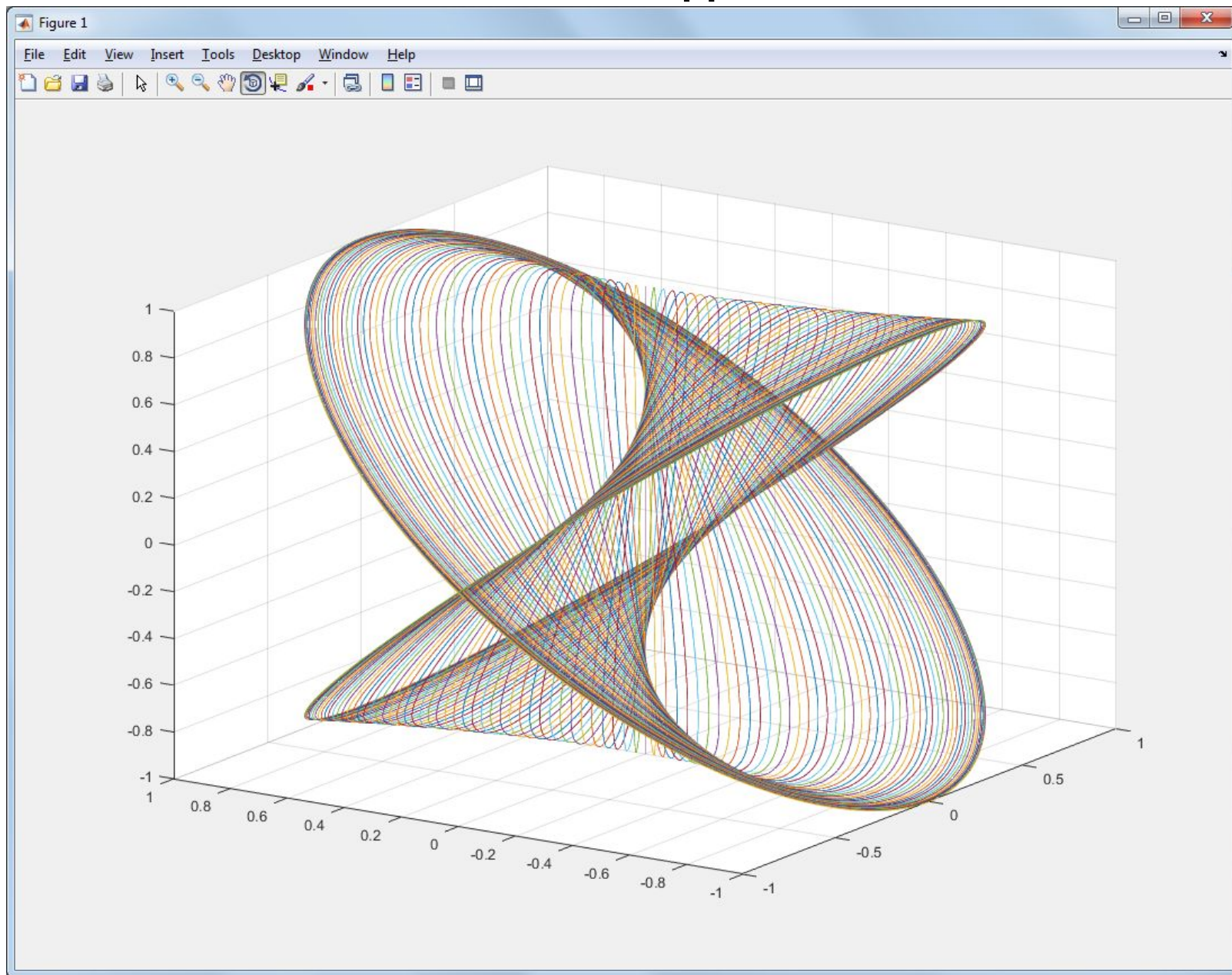
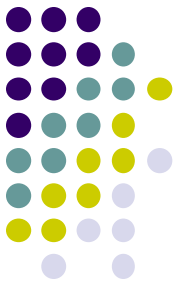


Рисунок 3 – Результат выполнения задания 10