

# Лекция 3

## 1. Механика

### 1.3. Работа и энергия

Механическая работа. Мощность. Энергия. Связь энергии и работы. Работа по изменению скорости тела. Кинетическая энергия. Консервативные силы.

Работа сил трения и упругих сил. Потенциальная энергия. Полная механическая энергия тела. Закон сохранения механической энергии. Диссипативные системы. Коэффициент полезного действия.

# Механическая работа

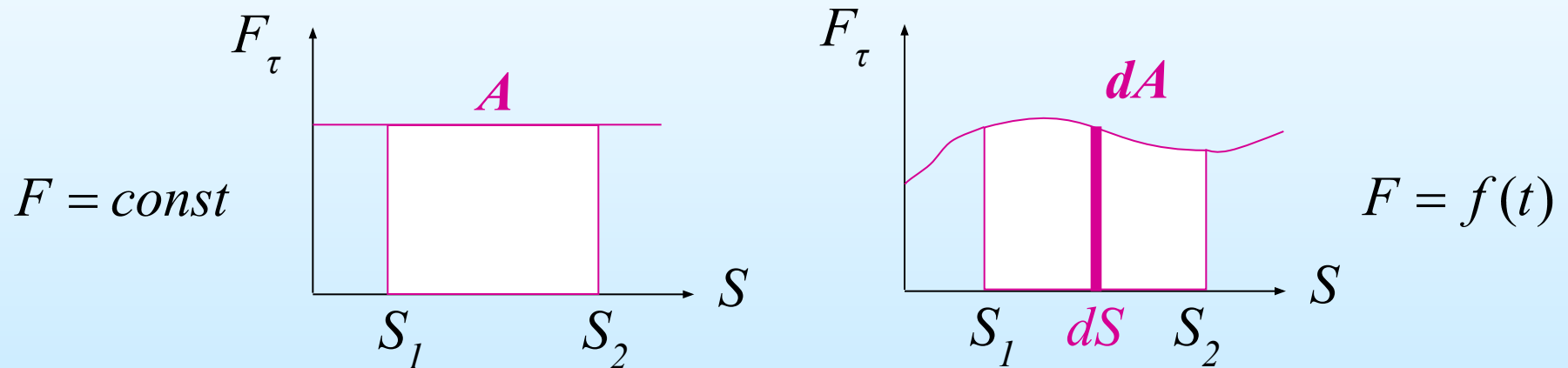
Элементарной работой силы на бесконечно малом перемещении называется скалярная физическая величина, характеризующая изменение состояния тела, и численно равная скалярному произведению силы и вектора перемещения.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r} = F \cdot dr \cdot \cos \alpha = F_{\tau} \cdot dr = F_{\tau} \cdot dS \quad A = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot \cos \alpha \cdot dS$$

Если сила постоянна, то работа есть произведение пути, пройденного телом, и проекции силы на направление движения.

$$A = F \cdot \Delta S \cdot \cos \alpha$$

Работа может быть положительна, если сила движущая, и отрицательна, если сила сопротивления. **Сила, перпендикулярная направлению движения, работы не совершает!**



# Мощность

Мощностью называется скалярная физическая величина, характеризующая быстроту изменения работы и численно равная работе, совершаемой за единицу времени.

Средняя  
мощность

$$N_{cp} = \frac{\Delta A}{\Delta t}$$

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}$$

Мгновенная  
мощность

Если  $F = \text{const}$ , то

$$N = \frac{dA}{dt} = \frac{d(F_{\tau} \cdot S)}{dt} = F_{\tau} \frac{dS}{dt} = F_{\tau} \cdot v = F \cdot v \cdot \cos \varphi$$

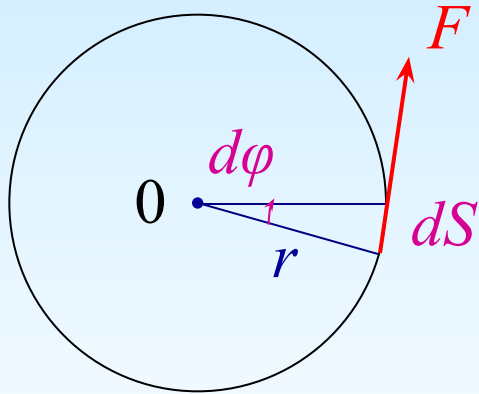
## Единица работы

За единицу работы 1 Дж (Джоуль) принята работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м.

## Единица мощности

За единицу мощности 1 Вт (Ватт) принята такая мощность, если за время 1 сек совершается работа 1 Дж.

## Работа при вращательном движении



$$dA = F_{\tau} \cdot dS = F_{\tau} \cdot r \cdot d\varphi = M \cdot d\varphi$$

Работа силы, действующей на твердое тело при его вращении вокруг неподвижной оси, равна произведению момента этой силы на угол поворота тела.

Если момент силы постоянен, то  $A_{ep} = M \cdot \Delta\varphi$

## Мощность при вращательном движении

Средняя мощность  $N_{cp} = \frac{\Delta A_{ep}}{\Delta t}$   $N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_{ep}}{\Delta t} = \frac{dA_{ep}}{dt}$  Мгновенная мощность

Если  $M = \text{const}$ , то  $N = \frac{dA_{ep}}{dt} = \frac{d(M \cdot \varphi)}{dt} = M \frac{d\varphi}{dt} = M \cdot \omega$

## **Механическая энергия**

Механической энергией называется скалярная физическая величина, характеризующая способность механического движения превращаться в другие виды движения и зависящая от параметров механического состояния тела.

Энергия — функция состояния механических параметров состояния тела.

Функция состояния — такая физическая величина, изменение которой при переходе тела из одного состояния в другое не зависит от путей перехода, а определяется только параметрами начального и конечного состояний.

$$E = f(x, y, z, v) = E_k(v) + E_n(x, y, z)$$

## **Кинетическая энергия**

Часть механической энергии, зависящая только от скорости движения тела в пространстве, называется кинетической энергией.

## **Потенциальная энергия**

Часть механической энергии, зависящая от относительного расположения взаимодействующих тел или их частей в пространстве, называется потенциальной энергией.

# Связь кинетической энергии и работы

## 1. Поступательное движение

Изменение кинетической энергии тела при его переходе из одного состояния в другое равно работе силы (или их равнодействующей) в процессе этого перехода.

$$\Delta E_{\kappa} = A = \int_1^2 F_{\tau} dS = \int_1^2 m a_{\tau} dS = \int_1^2 m \frac{dv}{dt} dS = m \int_1^2 \frac{dS}{dt} dv = m \int_0^v v dv = \frac{mv^2}{2}$$

Кинетическая энергия движущегося тела равна половине произведения его массы на квадрат скорости.

$$E_{\kappa} = \frac{mv^2}{2}$$

Если  $A$  положительна, то энергия тела возрастает, т.е. тела, совершающие работу над нашим телом, отдают ему энергию. Если  $A$  отрицательна, то энергия уменьшается, т.е. наоборот, тело отдает энергию окружающим телам, совершая над ними работу.

Если начальная скорость не равнялась нулю:

$$A = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$$

Работа, совершаемая телом в процессе движения, равна разности его кинетических энергий в конце и начале пути.

## 2. Вращательное движение

$$\Delta E_{\kappa} = A = \int_1^2 M d\varphi = \int_1^2 J \varepsilon d\varphi = \int_1^2 J \frac{d\omega}{dt} d\varphi = J \int_1^2 \frac{d\varphi}{dt} d\omega = J \int_0^{\omega} \omega d\omega = \frac{J\omega^2}{2}$$

Кинетическая энергия вращающегося тела равна половине произведения момента инерции тела на квадрат угловой скорости.

$$E_{\kappa} = \frac{J\omega^2}{2}$$

Если начальная угловая скорость не равнялась нулю:

$$A = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}$$

Работа, совершаемая телом в процессе вращения, равна разности его кинетических энергий в конце и начале углового пути.

# Потенциальная энергия

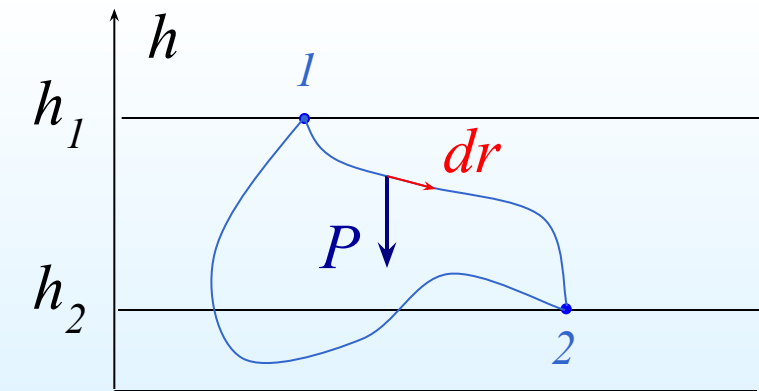
Часть механической энергии, зависящая от относительного расположения взаимодействующих тел или их частей в пространстве, называется потенциальной энергией.

## Консервативные силы

Консервативными называются силы, величина и направление которых не зависит никак от скорости (времени), а зависит только от положения тел.

Это силы тяжести, упругости, электростатические.

### а) Работа сила тяжести



$$\begin{aligned} A &= \int_1^2 P dr \cos \alpha = P \int_1^2 dr \cos \alpha = \\ &= P \int_1^2 (-dh) = -P \int_1^2 dh = -P(h_2 - h_1) = \\ &= Ph_1 - Ph_2 = mgh_1 - mgh_2 \end{aligned}$$

Работа, совершаемая силой тяжести при изменении высоты тела над уровнем Земли, зависит только от начального и конечного положения тела и не зависит от траектории его движения.

## **Консервативные силы (другое определение)**

Силы, работа которых не зависит от формы пути, а зависит только от начального и конечного положения тела, называются консервативными.

## **Неконсервативные силы**

Силы, работа которых зависит от формы пути, по которому тело переходит из одного положения в другое, называются неконсервативными. Пример: сила трения.

## **Связь потенциальной энергии и работы**

Работа, совершаемая силой тяжести при изменении относительного расположения тела и Земли, равна убыли потенциальной энергии этой системы.

$$\Delta E_n = A = mgh_1 - mgh_2$$

$$E_n = mgh$$

Потенциальная энергия тела, поднятого на некоторую высоту над нулевым уровнем, равна работе силы тяжести при падении тела с этой высоты до нулевого уровня.

## б) Работа сила упругости

$$\Delta E_n = A = \int_{x_1}^{x_2} F_{\text{упр}} dx = \int_{x_1}^{x_2} (-kx) dx = -k \int_{x_1}^{x_2} x dx = -\left( \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} \right) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

$$E_n = \frac{kx^2}{2}$$

Потенциальная энергия сжатой пружины равна произведению половины коэффициента упругости (жесткости пружины) на квадрат величины ее деформации.

## Закон сохранения энергии

Полная механическая энергия **замкнутой системы** тел остается неизменной при любых движениях тел системы.

$$E = E_k + E_n = \text{const}$$

## Диссипативные системы

Диссипативными называются системы с исчезающей энергией за счет работы против неконсервативных сил.

## Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{A_{\text{полезная}}}{A_{\text{затраченная}}} = \frac{N_{\text{полезная}}}{N_{\text{затраченная}}} \leq 1$$

Выражается в процентах.