

ИСПЫТАНИЯ БЕРНУЛЛИ (ПОВТОРЕНИЕ ИСПЫТАНИЙ)

ФОРМУЛА БЕРНУЛЛИ

Вероятность того что в **n** независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна **P** , событие наступит ровно **K** раз, вычисляется по формуле Бернулли

$$P_n(K) = C_n^K \cdot p^K \cdot q^{n-K}$$

где **q**- вероятность противоположного события

$$q=1-p$$

Задача 1



За один выстрел стрелок поражает мишень с вероятностью 0,1. Найти вероятность того, что при 5 выстрелах он хотя бы раз попадет в мишень.

Решение

Считаем, что все 5 выстрелов производятся независимо друг от друга.

Событие В - попадание в мишень при одном выстреле.

$$p = 0,1; q = 1 - 0,1 = 0,9.$$

А – событие, заключающееся в том, что при 5 выстрелах будет хотя бы 1 попадание

Тогда $\bar{A}$ – событие, при котором стрелок все 5 раз «промазал».

$$P(\bar{A}) = P_5(0) = C_5^0 \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^5 = 0,5905$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,5905 = 0,4095$$

Ответ: 0,4095.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- 2. Вероятность появления события A равна $0,4$. Найти вероятность того, что при 6 испытаниях событие A появится не более 3 раз.
- 3. Монету подбрасывают 5 раз. Найти вероятность того, что она упадет гербом не менее 4 раз.
- 4. В классе 20 мальчиков и 10 девочек. На каждый из 3 вопросов, заданных учителем, ответили по одному ученику. Найти вероятность того, что среди ответивших было 2 мальчика и одна девочка.

НАИВЕРОЯТНЕЙШЕЕ ЧИСЛО НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ

Число k называется *наивероятнейшим числом* наступления события A в n испытаниях, если

$$P_k(n) \geq P_{m_i}(n) \text{ при } m_i \neq k$$

Если $P \neq 0$ и $P \neq 1$ то число k можно определить из неравенства

$$np - q \leq k \leq np + p$$

Число k может принимать или единственное значение или два наивероятнейших значения.

ЗАДАЧА 5

Вероятность попадания стрелком в цель равна 0,7.
Сделано 25 выстрелов. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель.

Решение

$$n=25; \quad p=0,7; \quad q=0,3$$

$$25 \cdot 0,7 - 0,3 \leq k \leq 25 \cdot 0,7 + 0,7$$

$$17,2 \leq k \leq 18,2$$

Т.к. k - целое число, то $k=18$

Ответ: $k=18$

ЗАДАЧА 6

В урне 10 белых и 40 черных шаров. Подряд вынимают 14 шаров, причем цвет вынутого шара регистрируют, а затем шар возвращают в урну. Найти наивероятнейшее число появлений белого шара.

Решение

$$n=14; \quad p=10/50=1/5; \quad q=1-1/5=4/5$$

$$\frac{14}{5} - \frac{4}{5} \leq k \leq \frac{14}{5} + \frac{1}{5}$$

$$2 \leq k \leq 3$$

Т.о., задача имеет 2 решения: $k=2$; $k=3$

Ответ: $k=2$; $k=3$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- 7. В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя в Москве 1 октября равна $1/7$. Найти наивероятнейшее число дождливых дней в Москве 1 октября за 40 лет.
- 8. Имеется 20 ящиков однородных деталей. Вероятность того, что в одном наудачу взятом ящике детали окажутся стандартными, равна 0,75. Найти наивероятнейшее число ящиков, в которых все детали стандартные.
- 9. В урне 100 белых и 80 черных шаров. Из урны извлекают n шаров (с возвратом каждого вынутого шара). Наивероятнейшее число появлений белого шара равно 11. Найти n .

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

- 10. Один рабочий за смену может изготовить 120 изделий, другой – 140 изделий, причем вероятности того, что эти изделия высшего сорта, составляют соответственно 0,94 и 0,8. Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- 1. В каждом из 4 ящиков по 5 белых и по 15 черных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность вынуть 2 белых и 2 черных шара?
- 2. Имеется 100 урн с белыми и черными шарами. Вероятность появления белого шара из каждой урны равно 0,6. Найти наивероятнейшее число урн, в которых все шары белые.