

Статистические характеристики

Статистика

Наука, которая занимается получением, обработкой и анализом количественных данных о разнообразных массовых явлениях, происходящих в природе и обществе.

*«**Статистика**» от латинского **status**, которое означает «**состояние, положение вещей**».*

Статистика изучает численность отдельных групп населения, производство и потребление разнообразных видов продукции, перевозку грузов и пассажиров различными видами транспорта, природные ресурсы и т.д. и т.п.

Задача

При изучении учебной нагрузки выделили группу из 12 семиклассников. Их попросили отметить в определённый день время (в минутах), затраченное на выполнение домашнего задания по алгебре. Получили данные:

23, 18, 25, 25, 32, 37, 34, 26, 34, 25.

Сколько минут в среднем затратили учащиеся на выполнение д.з.?

**Среднее
арифметическое
ряда чисел
называется частное
от деления суммы
этих чисел на число
слагаемых**

Среднее арифметическое
*находят тогда, когда хотят
определить среднее значение
для некоторого ряда данных:
среднее значение затраченного
времени, среднюю
урожайность за несколько лет,
средний балл сдачи экзамена
учащимися одного класса,
средний суточный урожай, и т. д.*

Размах

ряда чисел – это разность между наибольшим и наименьшим из данных чисел.

Размах ряда

находят тогда, когда хотят определить, как велик разброс данных в ряду.

Пример:

В течение суток отмечали каждый час температуру воздуха. Полезно не только вычислить среднесуточную температуру, но и размах ряда, показывающий колебания температуры за сутки.

Мода

ряда чисел – это число, наиболее часто встречающееся в данном ряду.

Ряд чисел может иметь более одной моды или не иметь моды совсем.

*1) 47, 46, 50, 47, 52, 47, 52, 49, 45, 43, 53
две моды – это числа 47 и 52;*

*2) 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79
моды нет*

Моду ряда чисел

находят тогда, когда хотят определить некоторый типичный показатель.

Пример:

изучая данные о размерах мужских рубашек, проданных в магазине за день удобно воспользоваться **модой, показывающей размер, пользующийся наибольшим спросом.**

***Мода* является наиболее удобным показателем при расфасовке товара, которому отдают предпочтение покупатели, цены на товар данного вида, распространённой на рынке и т.д.**

Задача

Проведя учёт деталей, изготовленных за смену рабочими одной бригады, получили ряд данных:

36, 35, 35, 36, 37, 37, 36, 37, 38, 36, 36, 36, 39, 39, 37, 39, 38, 38, 36, 39.

Найдите среднее арифметическое, размах, моду.

Решение

1) Составим упорядоченный ряд – ряд, в котором каждое последующее число не меньше предыдущего

35, 35, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 36, 37, 37, 37, 37, 38, 38, 38, 39, 39, 39, 39.

2) Среднее арифметическое:

$$(35 * 2 + 36 * 7 + 37 * 4 + 38 * 3 + 39 * 4) : 20 = 740 : 20 = 37.$$

3) Размах: $39 - 35 = 4.$

4) Мода : **36 (чаще всего встречается в ряду).**

Ответ: Средняя выработка рабочих за смену 37 деталей;

Различие в выработке рабочих не превосходит 4 деталей;

Типичной является выработка, равная 36 деталям.

Задачи

1. Найдите среднее арифметическое и размах ряда чисел:
 - а) 24, 22, 27, 20, 16, 31;
 - б) 11, 9, 7, 6, 2, 0, 1;
 - в) 30, 5, 23, 5, 28, 30;
 - г) 144, 146, 114, 138.
2. Найдите среднее арифметическое, размах и моду ряда чисел:
 - а) 32, 26, 18, 26, 15, 21, 26;
 - б) 21, 18,5, 25,3, 18,5, 17,9;
 - в) 67,1, 68,2, 67,1, 70,4, 68,2;
 - г) 0,6, 0,8, 0,5, 0,9, 1,1.
3. Найдите среднее арифметическое, размах и моду ряда чисел:
 - а) 16, 22, 16, 13, 20, 17;
 - б) -21, -33, -35, -19, -20, -22;
 - в) 61, 64, 64, 83, 61, 71, 70;
 - г) -4, -6, 0, 4, 0, 6, 8, -12.
4. Как могут измениться размах и мода ряда чисел, если:
 - а) дополнить его числом, превосходящим все остальные;
 - б) вычеркнуть из него число, меньшее всех остальных;
 - в) дополнить его числом, равным наибольшему из чисел?

5. На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки:

5,2, 5,4, 5,5, 5,4, 5,1, 5,1, 5,4, 5,5, 5,3.

Для полученного ряда чисел найдите среднее арифметическое, размах и моду. Что характеризует каждый из этих показателей?

6. В аттестате о среднем образовании у четырех друзей — выпускников школы — оказались следующие оценки:

Ильин: 4, 4, 5, 5, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 4, 4;

Семенов: 3, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 4;

Попов: 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4;

Романов: 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 4, 4, 4, 5, 3, 4, 4.

С каким средним баллом окончил школу каждый из этих выпускников? Укажите наиболее типичную для каждого из них оценку в аттестате. Какие статистические характеристики вы использовали при ответе?

Медиана

Медианой упорядоченного ряда чисел с нечётным числом членов называют число, записанное посередине, а медианой упорядоченного ряда чисел с чётным числом членов называют среднее арифметическое двух чисел, записанных посередине.

Медианой произвольного ряда чисел называют медиану соответствующего упорядоченного ряда

Задачи

1. Начнем с примера. В таблице показан расход электроэнергии в январе жильцами девяти квартир:

Номер квартиры	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Расход электроэнергии, кВт·ч	85	64	78	93	72	91	72	75	82

Составим из данных, приведенных в таблице, упорядоченный ряд:

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 91, 93.

В ряду **9** чисел. В середине ряда стоит число **78** – является **серединным** числом или **медианой** ряда

2.

Приведем теперь другой пример. Пусть при сборе данных о расходе электроэнергии к указанным девяти квартирам добавили еще десятую. Получили такую таблицу:

Номер квартиры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Расход электроэнергии, кВт·ч	85	64	78	93	72	91	72	75	82	88

Так же как в первом случае, представим полученные данные в виде упорядоченного ряда чисел:

64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 88, 91, 93.

В этом числовом ряду четное число членов и имеются два числа, расположенные в середине ряда: 78 и 82. Найдем среднее арифметическое этих чисел: $\frac{78+82}{2} = 80$. Число 80, не являясь членом ряда, разбивает этот ряд на две одинаковые по численности группы: слева от него находится пять членов ряда и справа тоже пять членов ряда:

80

↓
64, 72, 72, 75, 78, 82, 85, 88, 91, 93.

Говорят, что в этом случае медианой рассматриваемого упорядоченного ряда, а также исходного ряда данных, записанного в таблице, является число 80.

3.

Рассмотрим еще пример. Известно, что 34 сотрудника отдела приобрели акции некоторого акционерного общества. Данные о числе акций, приобретенных сотрудниками, представлены в виде следующего упорядоченного ряда:

$$2, 2, 2, 2, 2, \underbrace{3, 3, \dots, 3}_{12 \text{ раз}}, \underbrace{4, 4, \dots, 4}_{16 \text{ раз}}, 100.$$

Найдем медиану этого ряда. Так как всего в ряду 34 числа, то медиана равна среднему арифметическому 17-го и 18-го членов, т. е. равна $(3 + 4) : 2 = 3,5$.

Вычисляя среднее арифметическое этого ряда, найдем, что оно приближенно равно 6,2, т. е. в среднем сотрудники отдела приобрели примерно по 6 акций. Мы видим, что в данном случае медиана лучше отражает реальную ситуацию, так как все сотрудники, кроме одного, приобрели не более 4 акций.

Такие показатели, как среднее арифметическое, мода и медиана, по-разному характеризуют данные, полученные в результате наблюдений. Поэтому на практике при анализе данных в зависимости от конкретной ситуации используют либо все три показателя, либо некоторые из них.

Если, например, анализируются сведения о годовых доходах нескольких туристических фирм города, то удобно использовать все три показателя. Среднее арифметическое покажет средний годовой доход фирм, мода будет характеризовать типичный показатель годового дохода, медиана позволит определить туристические фирмы, годовой доход которых ниже срединного показателя.

Если изучаются данные о размерах мужской обуви, проданной в определенный день в универмаге, то удобно воспользоваться таким показателем, как мода, который характеризует размер, пользующийся наибольшим спросом. Находить в этом случае среднее арифметическое или медиану не имеет смысла.

При анализе результатов, показанных участницами заплыва на дистанцию 100 м, наиболее приемлемой характеристикой является медиана. Знание медианы позволит выделить для участия в соревнованиях группу спортсменок, показавших результат выше срединного.

Задачи

1. Найдите медиану ряда чисел:

- а) 30, 32, 37, 40, 41, 42, 45, 49, 52;
- б) 102, 104, 205, 207, 327, 408, 417;
- в) 16, 18, 20, 22, 24, 26;
- г) 1,2, 1,4, 2,2, 2,6, 3,2, 3,8, 4,4, 5,6.

2. Найдите среднее арифметическое и медиану ряда чисел:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| а) 27, 29, 23, 31, 21, 34; | в) 3,8, 7,2, 6,4, 6,8, 7,2; |
| б) 56, 58, 64, 66, 62, 74; | г) 21,6, 37,3, 16,4, 12,6. |

- 3.** В таблице показано число посетителей выставки в разные дни недели:

День недели	Пн	Вт	Ср	Чт	Пт	Сб	Вс
Число посетителей	604	638	615	636	625	710	724

Найдите медиану указанного ряда данных. В какие дни недели число посетителей выставки было больше медианы?

- 4.** В таблице показано число изделий, изготовленных за месяц членами артели:

№ п/п	Фамилия	Число изделий	№ п/п	Фамилия	Число изделий
1	Антонов	185	7	Квитко	178
2	Астафьев	194	8	Лазарев	149
3	Баранов	179	9	Осокин	156
4	Бобков	185	10	Рылов	185
5	Васильев	136	11	Сухов	168
6	Егоров	158	12	Чернышев	174

Найдите медиану этого ряда данных. У кого из членов артели выработка за месяц была больше медианы?

- 5.** Ниже указана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) заводами сахарной промышленности некоторого региона:

12,2, 13,2, 13,7, 18,0, 18,6, 12,2, 18,5, 12,4, 14,2, 17,8.

Для представленного ряда данных найдите среднее арифметическое, моду, размах и медиану. Что характеризует каждый из этих показателей?

- 6.** Отмечая время (с точностью до минут), которое токари бригады затратили на обработку одной детали, получили такой ряд данных:

30, 32, 32, 38, 36, 31, 32, 38, 35, 36, 32, 40, 42, 36, 33, 35, 32, 32, 40, 38.

Для полученного ряда данных найдите размах, моду и медиану. Объясните практический смысл этих статистических показателей.

- 7.** В организации вели ежедневный учет поступивших в течение месяца писем. В результате получили такой ряд данных:

39, 43, 40, 0, 56, 38, 24, 21, 35, 38, 0, 58, 31, 49, 38, 25, 34, 0, 52, 40, 42, 40, 39, 54, 0, 64, 44, 50, 38, 37, 32.

Для полученного ряда данных найдите среднее арифметическое, размах, моду и медиану. Каков практический смысл этих показателей?

Задачи для к.р. №5

*Найти все статистические характеристики
для числового ряда*

Вариант 1

а) 16, 22, 16, 13, 20, 17;

б) -21, -33, -35, -19, -20, -22;

Вариант 2

а) 61, 64, 64, 83, 61, 71, 70;

б) -4, -6, 0, 4, 0, 6, 8, -12.