

Практическое занятие 2

Правила приближенных вычислений.

Выполнение практической работы.

Расчет погрешности результата измерения.

Связь с последующей деятельностью

Изучение теоретических курсов:

Обработка результатов измерений, полученных
при выполнении лабораторных работ.

Практическое применение:

1. Обработка результатов медицинских измерений и
различных воздействий на организм

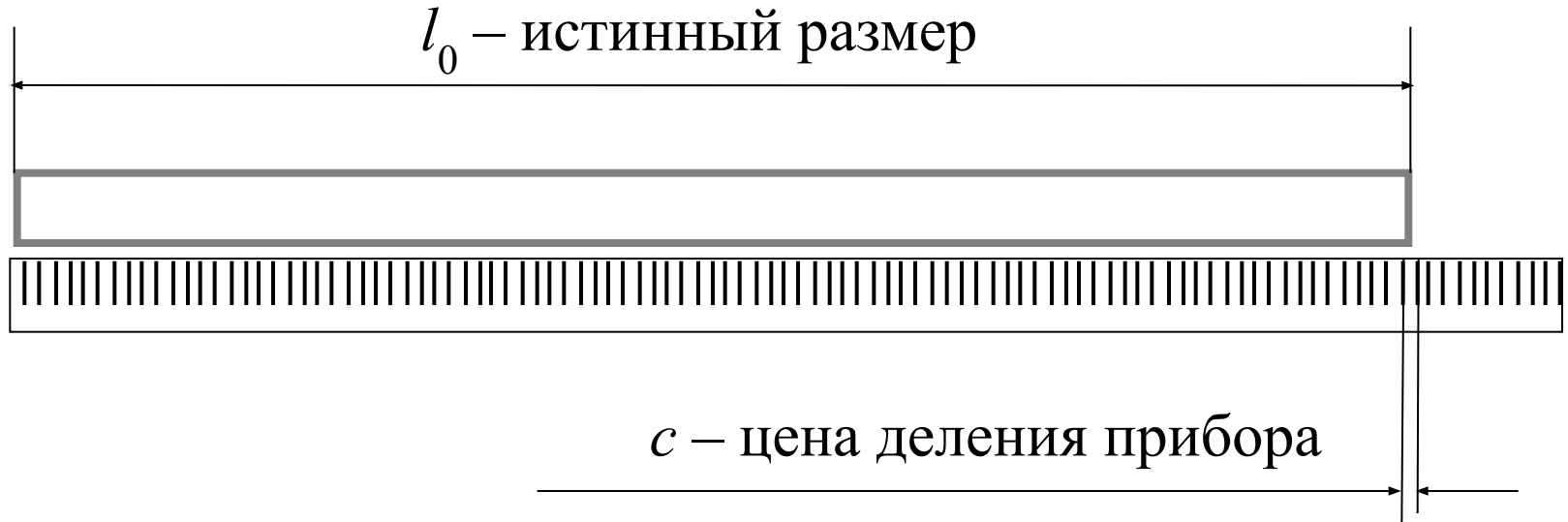
Единственный практический способ получить информацию о свойствах объекта – измерение этих свойств с помощью измерительных приборов (ИП)

Важнейшая характеристика ИП – цена деления (ЦД)
ИП, определяющая во многом качество (точность)
измерения

Именно ЦД определяет количество значащих цифр (ЗЦ)
в результате прямого измерения

При прямом измерении организуется непосредственное
взаимодействие между объектом исследования и ИП

Прямое измерение размера:



Цена ↓	Линейка: $c = 1\text{ см/дел}$:	$l = 12\text{ см}$	2 ЗЦ	Качество ↓
	Линейка: $c = 1\text{ мм/дел}$:	$l = 124\text{ мм}$	3 ЗЦ	
	Штангенциркуль: $c = 0,1\text{ мм/дел}$:	$l = 123,9\text{ мм}$	4 ЗЦ	
	Микрометр: $c = 0,01\text{ мм/дел}$:	$l = 123,92\text{ мм}$	5 ЗЦ	
$l \neq l_0$				

Число ЗЦ результата прямого измерения определяется ЦД ИП и равно количеству цифр, «снимаемых» непосредственно со шкалы ИП
(все эти цифры заслуживают доверия)

Нули слева ЗЦ не являются:

$$123,7 \text{ мм} = 0,1237 \text{ м} = 0,0001237 \text{ км} \quad 4 \text{ ЗЦ}$$

Нули справа могут быть ЗЦ, если получены со шкалы ИП:

$$l = 123,9 \text{ мм или } l = 124,0 \text{ мм} \quad 4 \text{ ЗЦ}$$

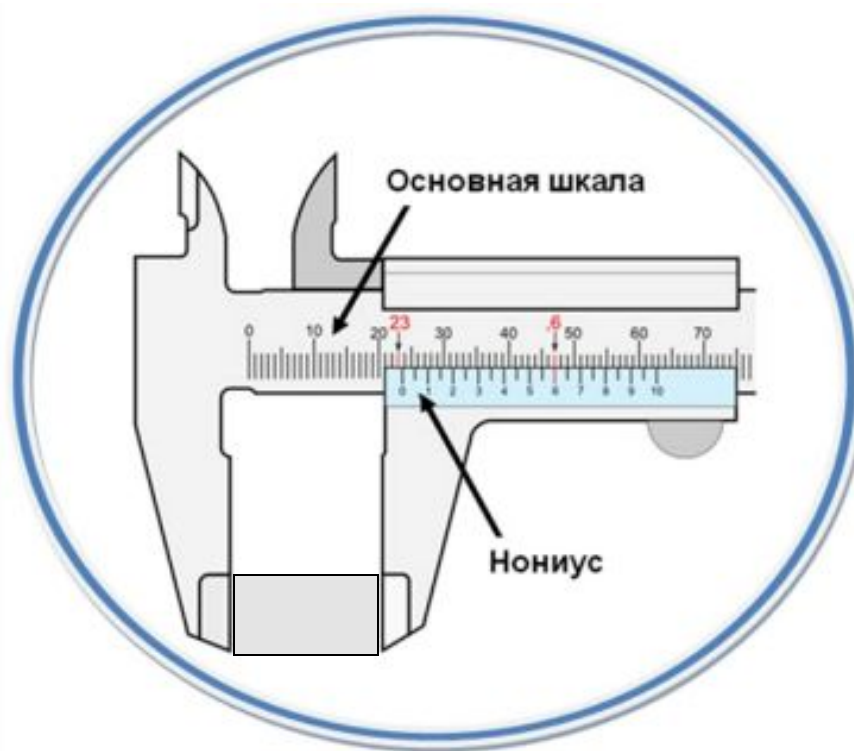
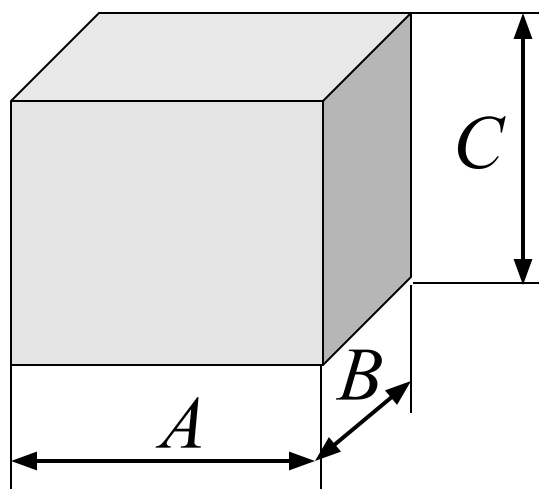
Выполнение лабораторной работы:

Характеристики измерительных приборов:

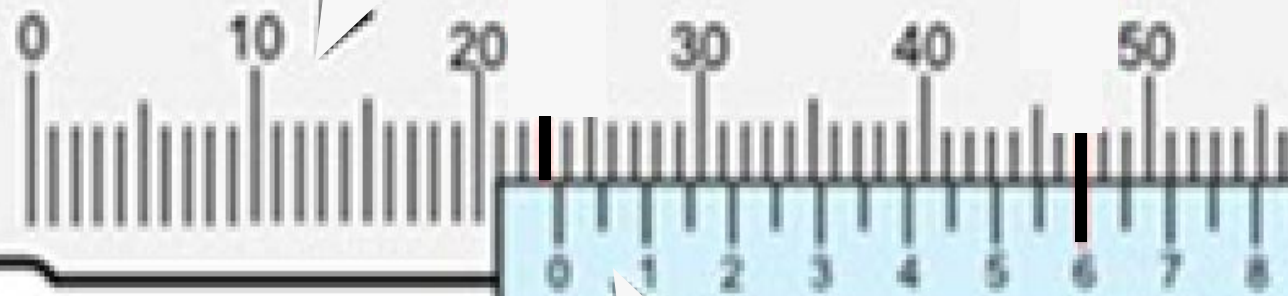
1. Штангенциркуль: $s = 0,1$ мм/дел;

2. Весы: $s = 0,01$ г/дел

Измерение размеров бруска с помощью штангенциркуля:



Основная шкала



$$A = 23,6 \text{ мм}$$

Измерение каждого размера A , B и C [мм] производится
пять раз.

Результаты измерений заносятся в таблицу.

Прямое измерение массы m [г] с помощью весов.

Результат измерения заносится в таблицу.

Пять раз рассчитывается плотность вещества бруска:

$$\rho = \frac{m}{A \cdot B \cdot C}$$

$$[\rho] = \frac{[m]}{[A] \cdot [B] \cdot [C]} = \frac{\text{г}}{\text{мм}^3} = \frac{10^{-3} \text{ кг}}{(10^{-3} \text{ м})^3} = 10^6 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Рабочая формула для расчета:

$$\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \frac{m, \text{г}}{A, \text{мм} \cdot B, \text{мм} \cdot C, \text{мм}} 10^6$$

Расчетом нельзя улучшить точность:

*результат расчета содержит столько ЗЦ,
сколько их содержится в данном прямого измерения
с минимальным числом ЗЦ.*

Пример:

$$A = 36,5 \text{ мм (3)} \quad \rho = \frac{80,28}{36,5 \cdot 42,0 \cdot 54,7} 10^6 = 957,3657416 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

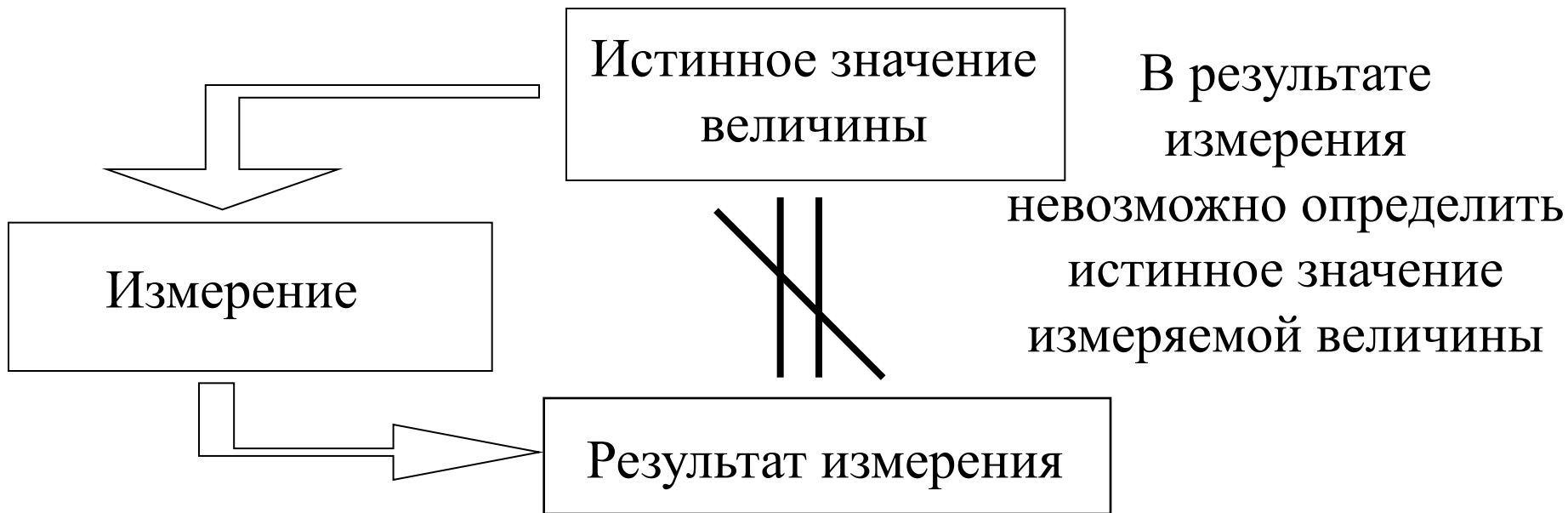
$$B = 42,0 \text{ мм (3)}$$

$$C = 54,7 \text{ мм (3)}$$

$$m = 80,28 \text{ г (4)}$$

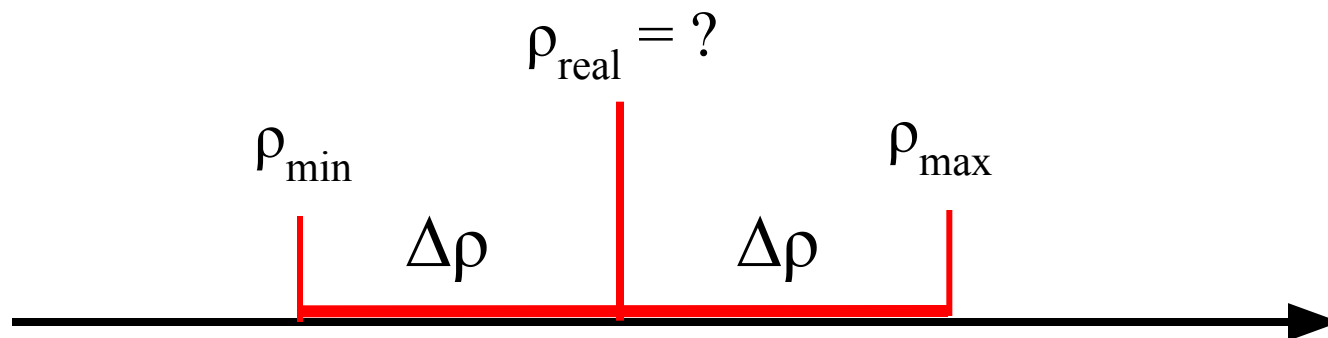
Округление по стандартным правилам:

$$(3): \quad \rho = 957 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



Задача измерения – оценка истинного значения
измеряемой величины ρ

Интервальная оценка:



Ось возможных значений измеряемой величины ρ

Результат измерения:

$$\rho \in [\rho_{\min}; \rho_{\max}]$$

$$\alpha = 0,95$$

Расшифровка результата измерения:

истинное значение измеренной величины лежит
внутри этого интервала с доверительной
вероятностью $\alpha = 0,95$ (95%)

Интервальная оценка истинного значения измеряемой величины:

Произведено 5 измерений величины ρ :

$$n = 5$$

Значения ρ , полученные в конкретных измерениях:

$$\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_4, \rho_5$$

Среднее арифметическое измеренных значений:

$$\bar{\rho} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \rho_i}{n} = \frac{\rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \rho_4 + \rho_5}{5}$$

Отклонения измеренных значений относительно
среднего арифметического:

$$\Delta\rho_i = \rho_i - \bar{\rho}$$

$$\Delta\rho_1 = \rho_1 - \bar{\rho}; \quad \Delta\rho_2 = \rho_2 - \bar{\rho}; \quad \Delta\rho_3 = \rho_3 - \bar{\rho};$$

$$\Delta\rho_4 = \rho_4 - \bar{\rho}; \quad \Delta\rho_5 = \rho_5 - \bar{\rho}$$

Каждое отклонение возводится в квадрат: $\Delta\rho_i^2$

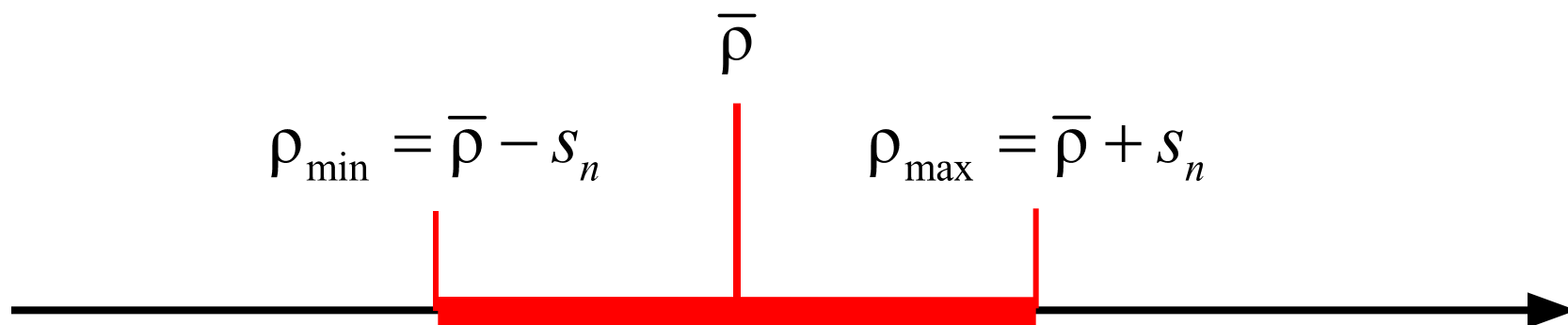
$$\Delta\rho_1^2; \quad \Delta\rho_2^2; \quad \Delta\rho_3^2; \quad \Delta\rho_4^2; \quad \Delta\rho_5^2$$

Квадраты отклонений суммируются:

$$\sum_{i=1}^{i=n} \Delta\rho_i^2 = \Delta\rho_1^2 + \Delta\rho_2^2 + \Delta\rho_3^2 + \Delta\rho_4^2 + \Delta\rho_5^2$$

Оценка среднего квадратичного отклонения (о.с.к.о.)
измеренной величины относительно среднего значения:

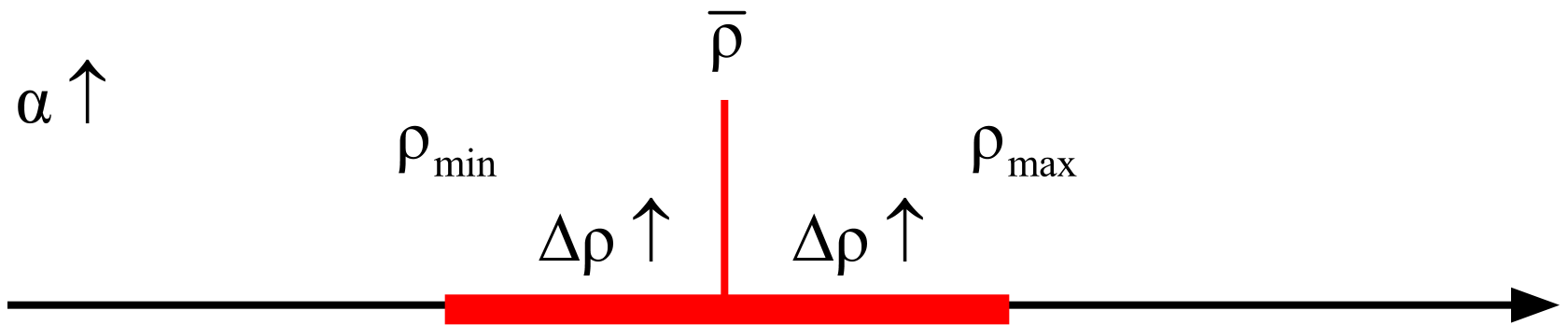
$$s_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} \Delta \rho_i^2}{n(n-1)}}$$



Ось возможных значений измеряемой величины ρ

$$\rho \in [\rho_{\min}; \rho_{\max}]$$

$$\alpha = 0,67 \quad (67\%)$$



Ось возможных значений измеряемой величины ρ

Доверительная вероятность увеличивается за счет
расширения интервала (полуинтервала Δx)
возможных значений ρ

О.с.к.о. умножается на коэффициент Стьюдента:

$$t_{\alpha, n} = f(\alpha, n) \approx 1$$

Таблица значений коэффициентов Стьюдента

$n \backslash \alpha$	0,90	0,95	0,99	0,999
1				
2				
3				
4				
5		2,7760		
6				
7				
8				
9				
10				
11				16

Абсолютное отклонение измеренной величины
относительно среднего значения
(абсолютная погрешность измерения):

$$\Delta\rho = t_{\alpha,n} \cdot S_n$$

NB: округление погрешности

- а. Погрешность результата измерения указывается **2 – мя** цифрами, если *первая* из них **1** или **2** (округление в **большую** сторону).
- б. Погрешность результата измерения указывается **1 – ной** цифрой, если первая из них **3 или более** (округление в **большую** сторону).

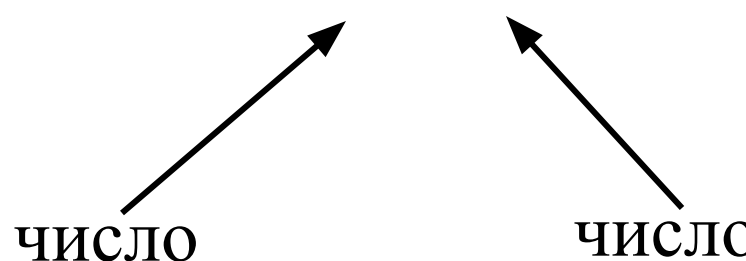
NB: округление результата измерения \bar{p}

в. Результат измерения округляется
(по обычным правилам округления)
до того же десятичного разряда,
которым оканчивается округленное
значение абсолютной погрешности.

г. Округление — в конце расчета.

Промежуточные расчеты: + (1 – 2) лишние знаки.

Результат измерения:

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho, \quad \alpha = 0,95$$


число

число

Относительная погрешность измерения:

$$\gamma_{\rho} = \frac{\Delta\rho}{\bar{\rho}} 100\%$$

NB: округление погрешности

Тема следующего занятия:

Колебания и волны.

Иметь при себе распечатанные выдачи лекции №1