



Лекция 5

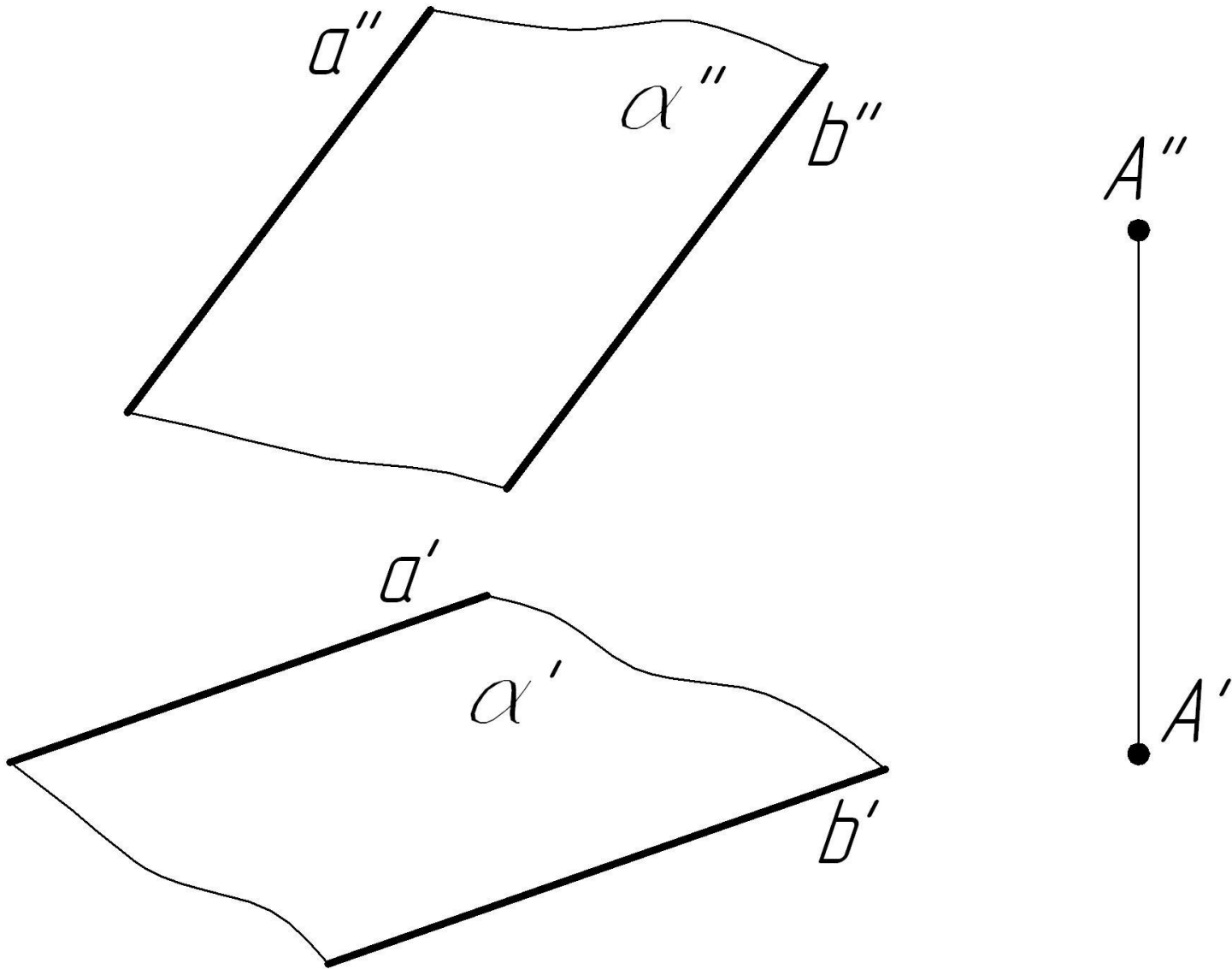
«Взаимные положения прямой и плоскости, двух плоскостей»

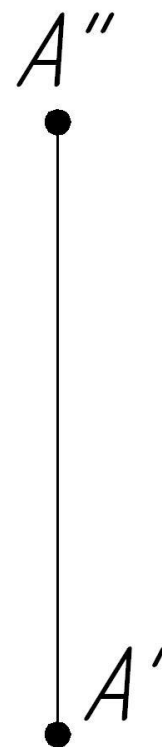
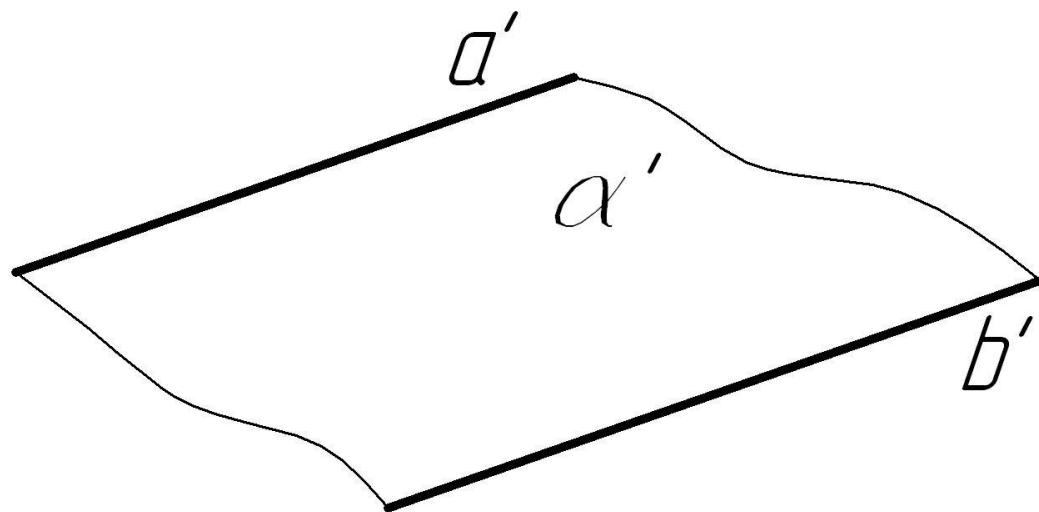
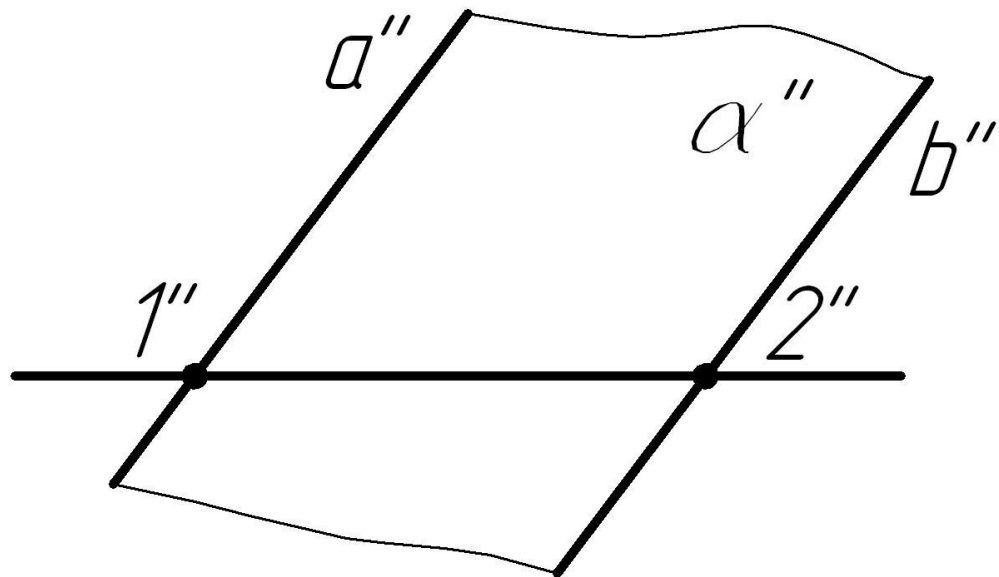
5.1. Параллельность прямой и плоскости; двух плоскостей.

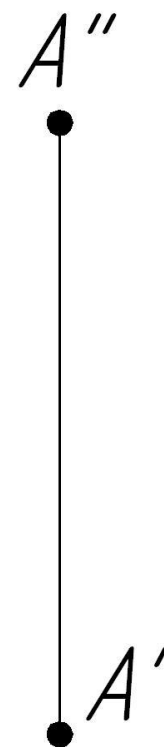
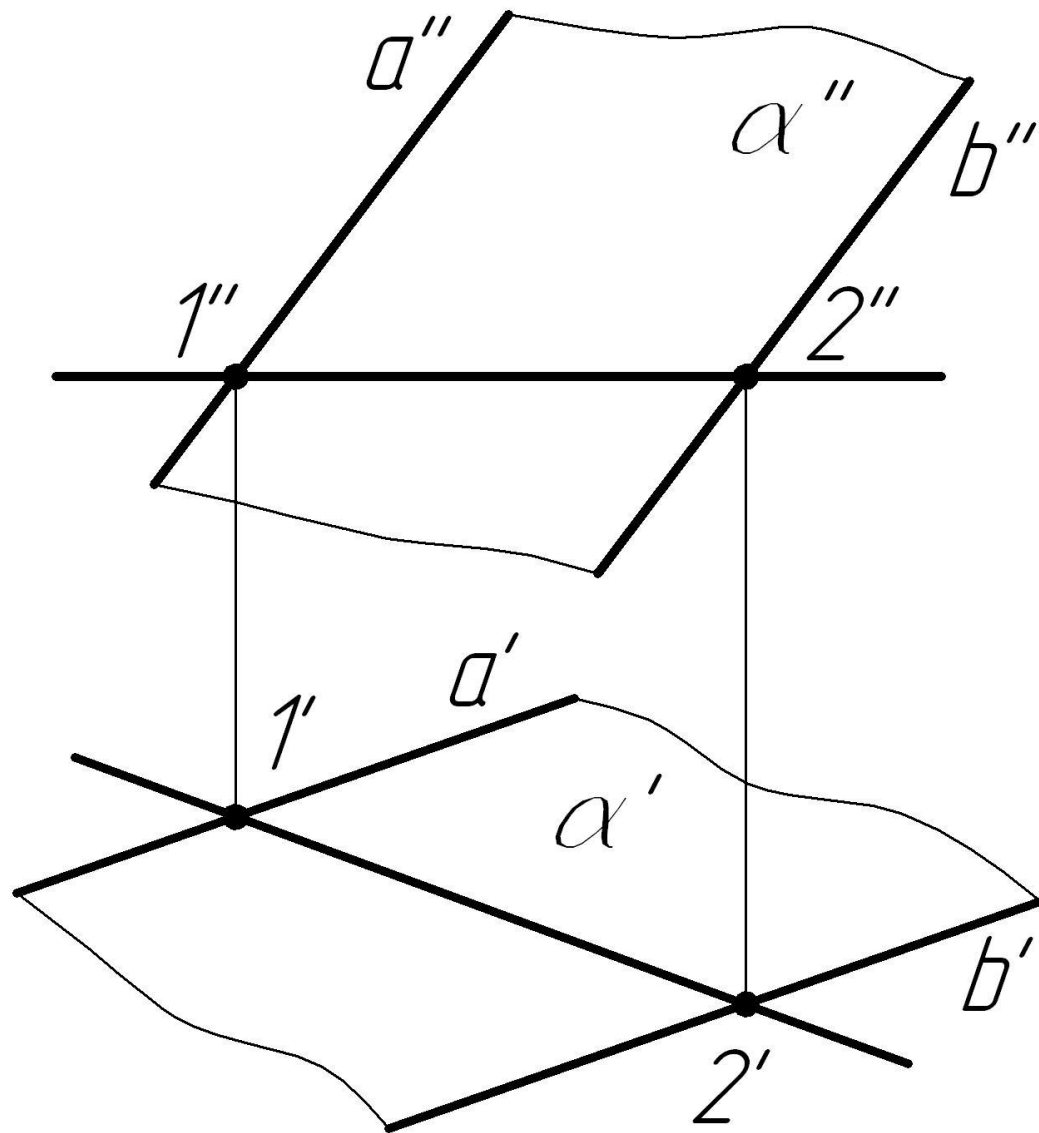
Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, принадлежащей плоскости.

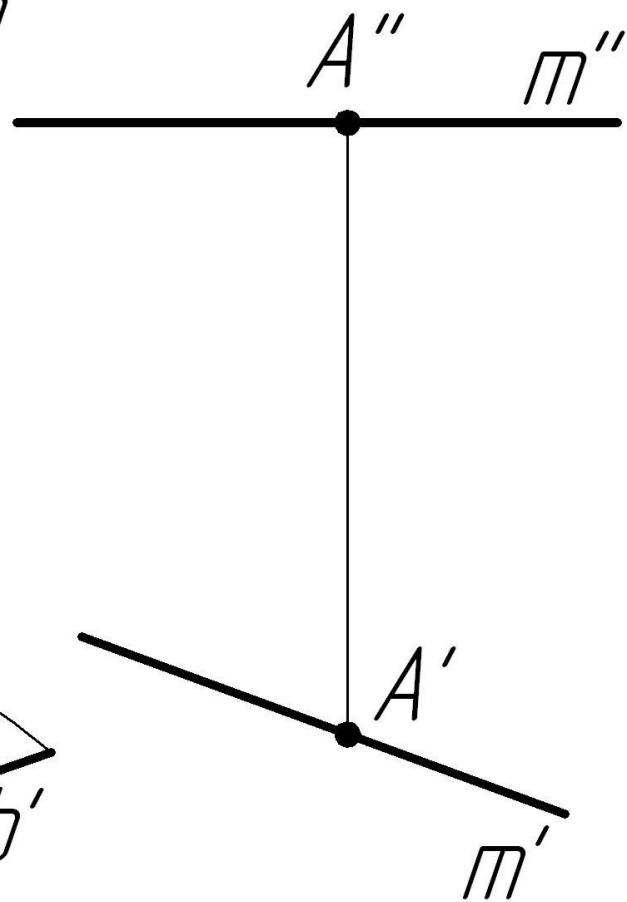
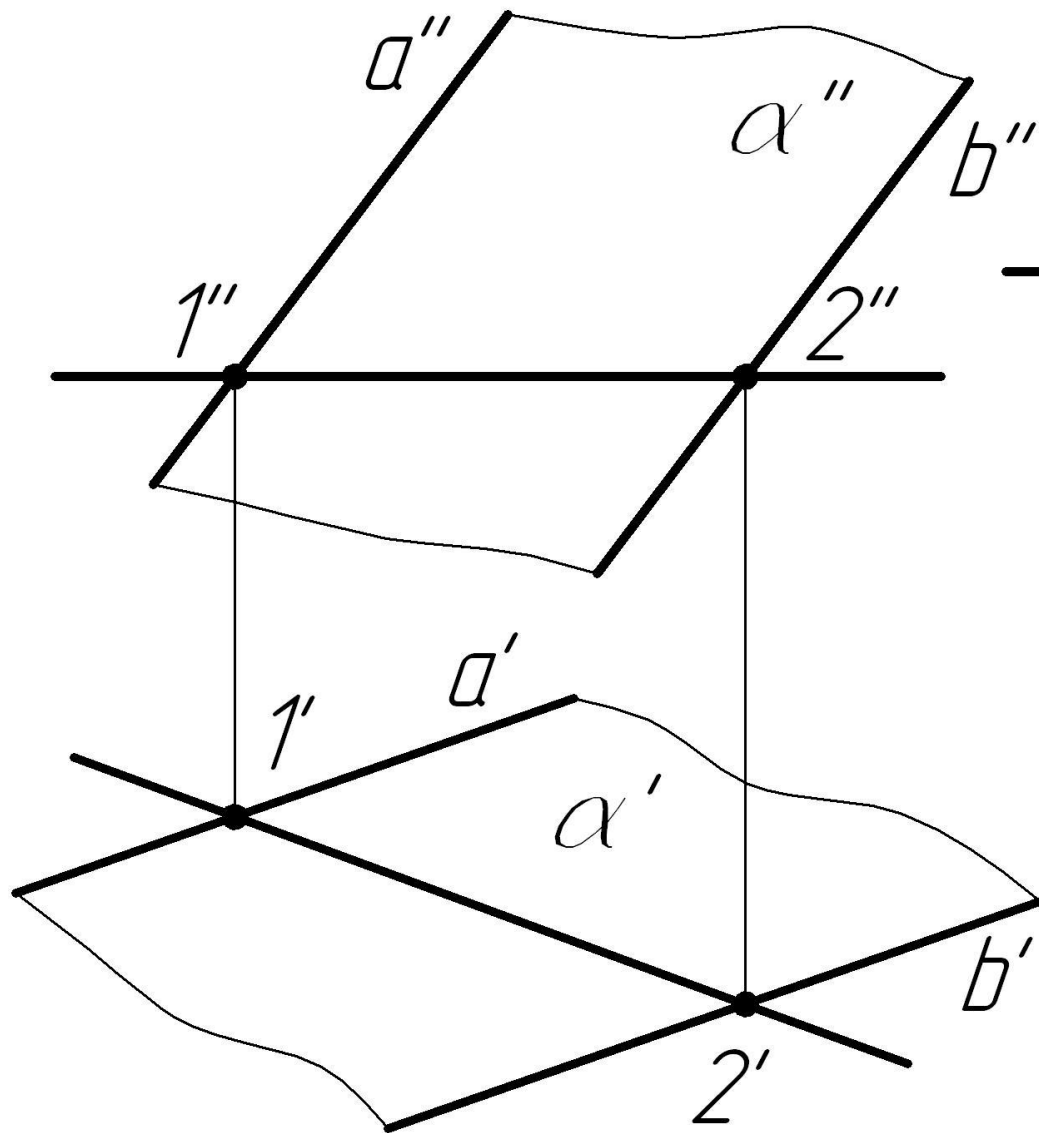
Плоскость параллельна прямой, если она проходит через прямую параллельную данной прямой.

Пример 1. Через точку A провести горизонталь, параллельную плоскости α .

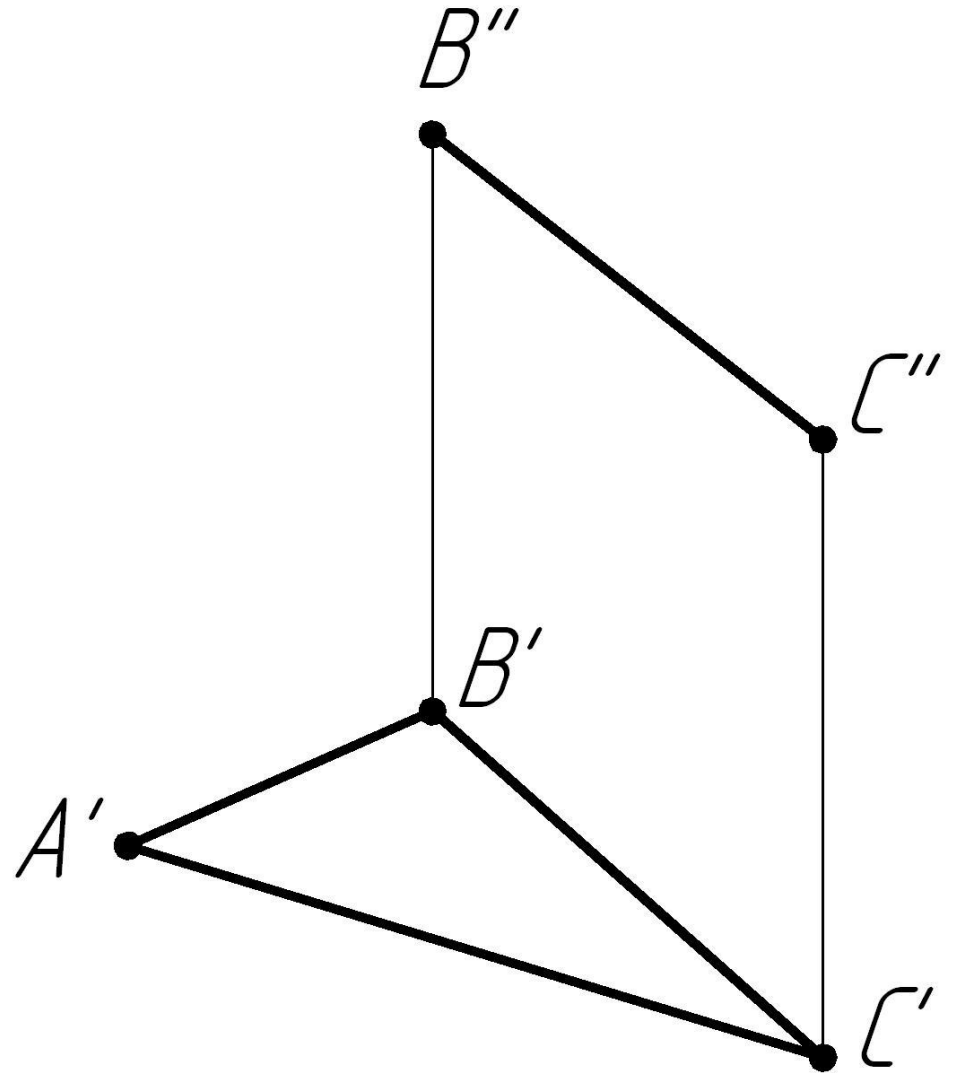
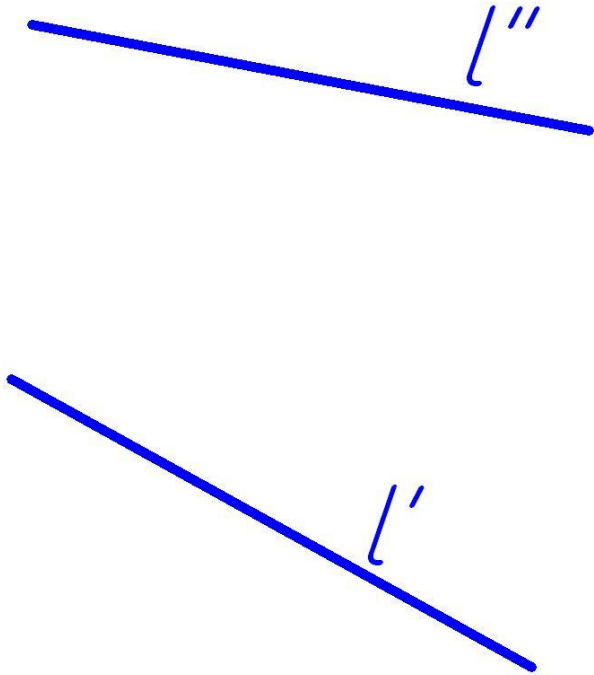


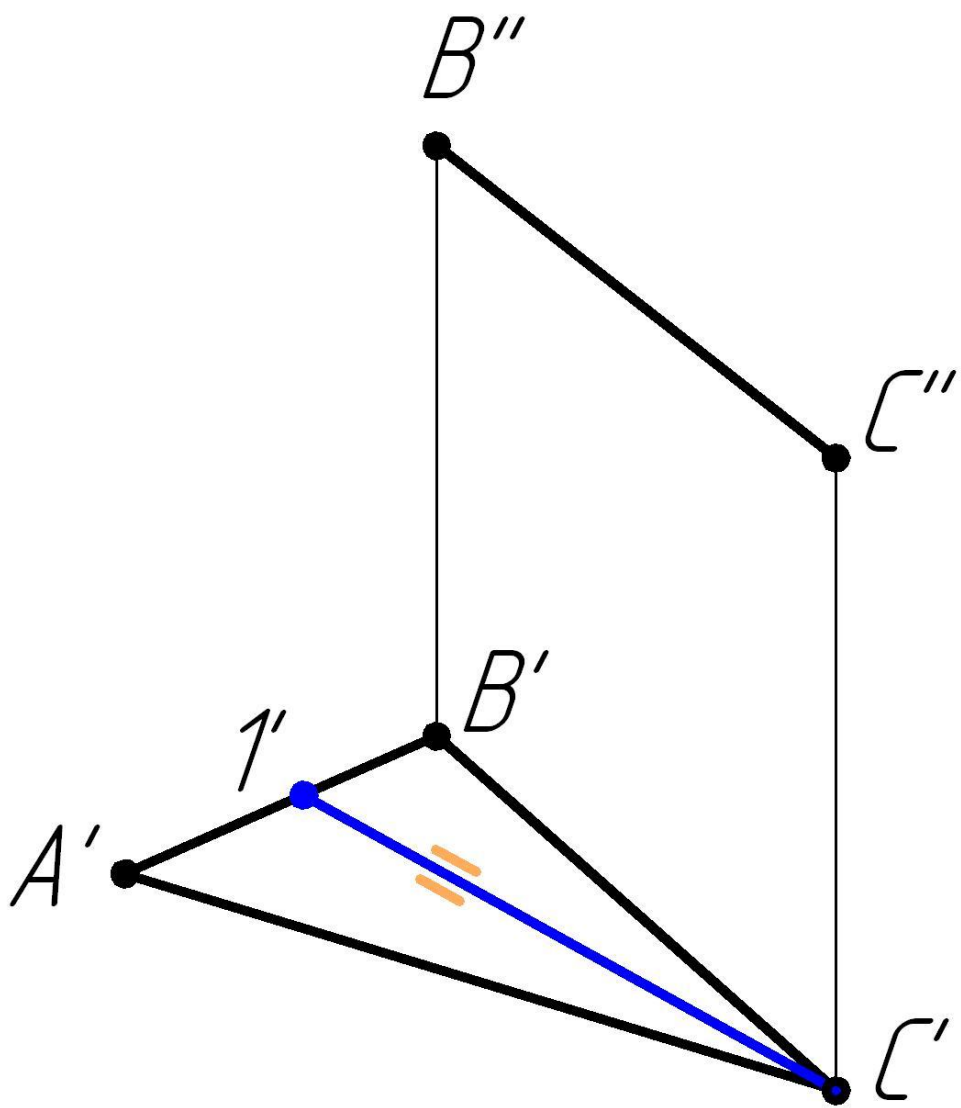
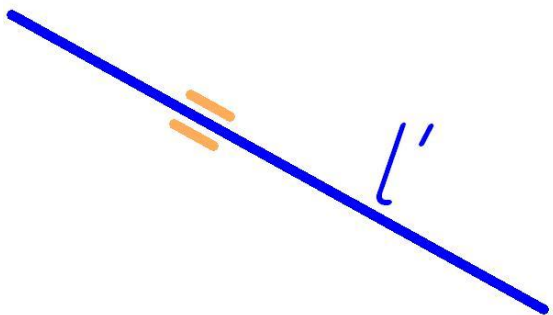
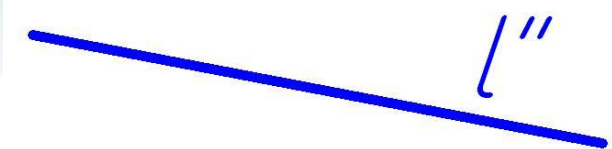


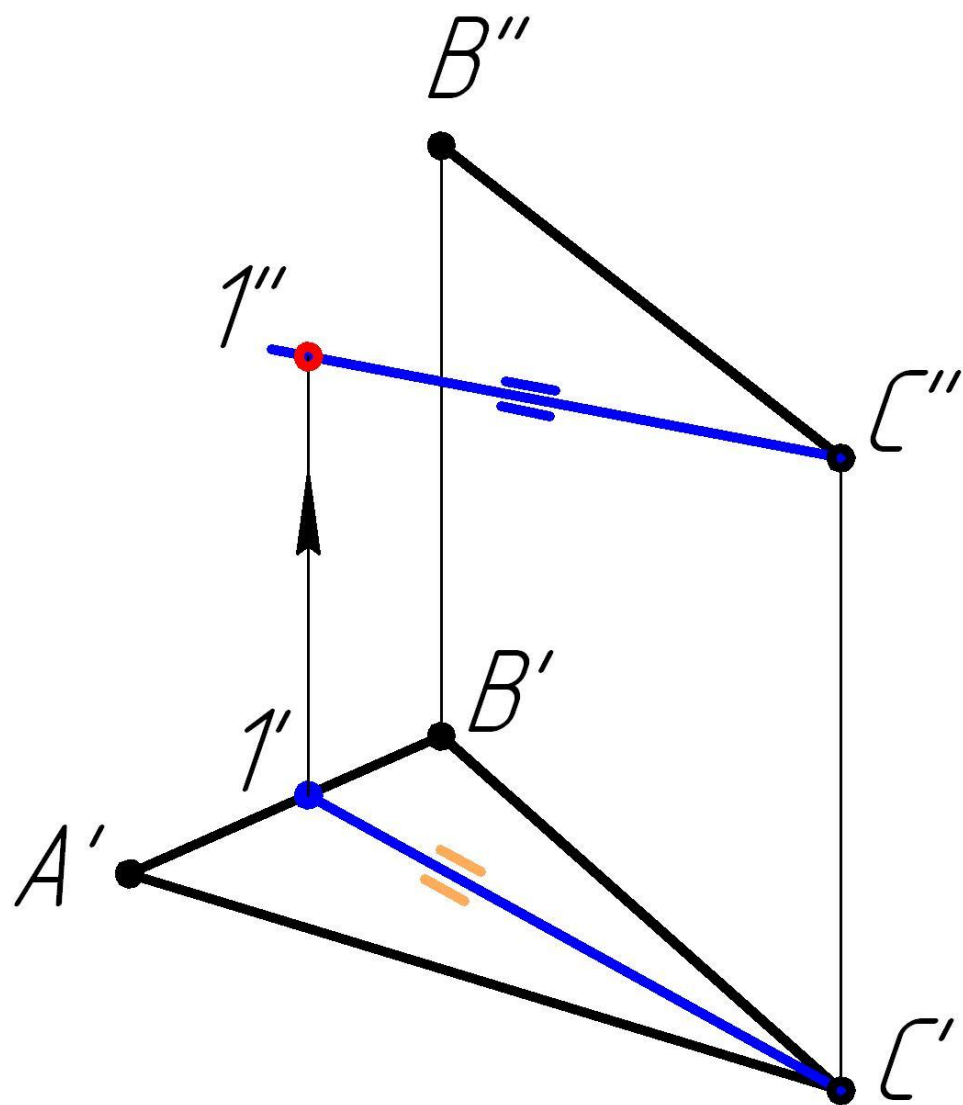
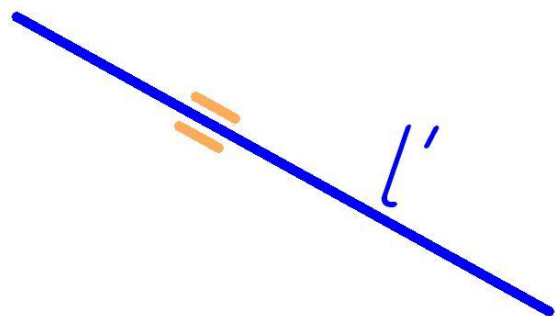
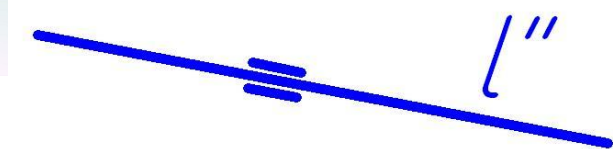


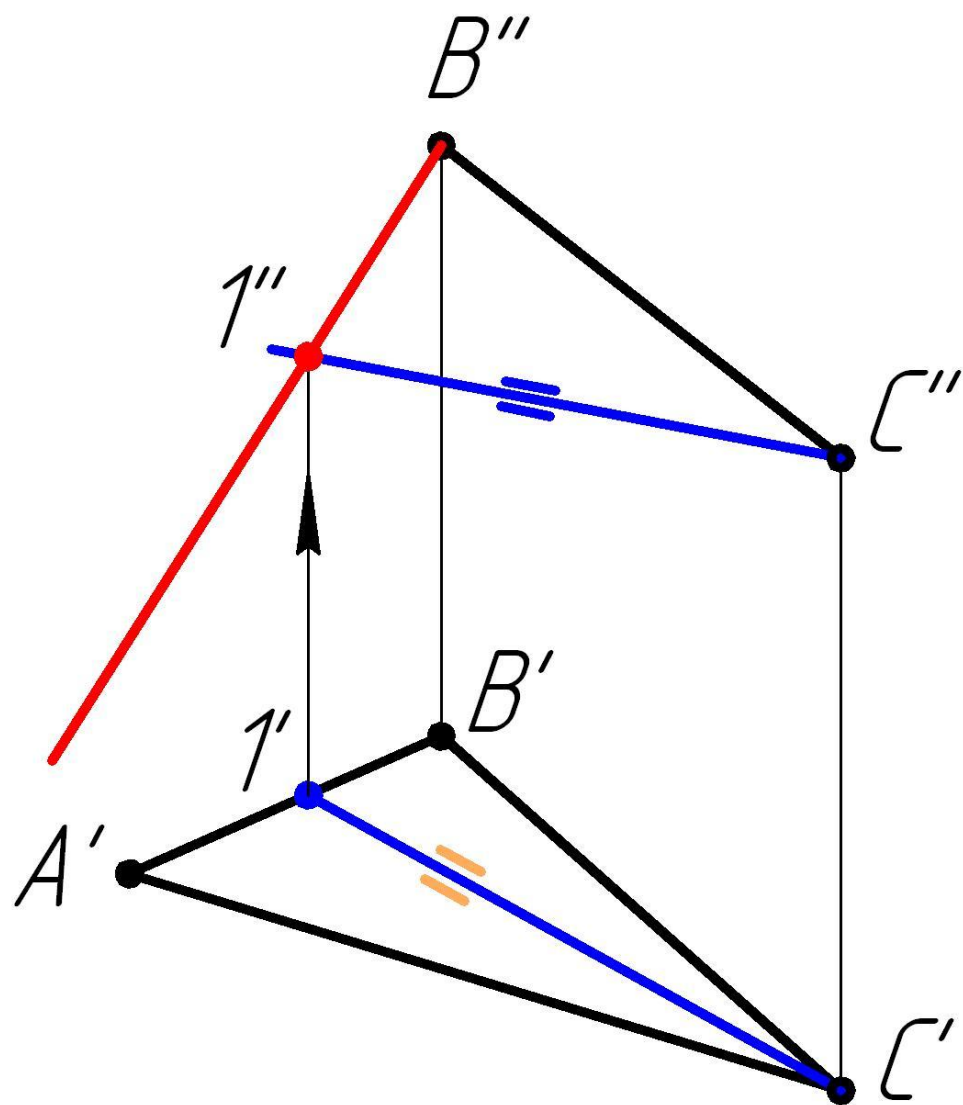
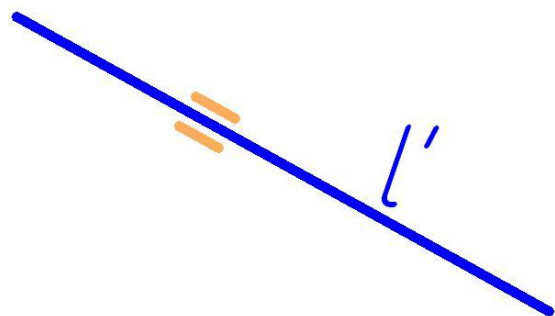
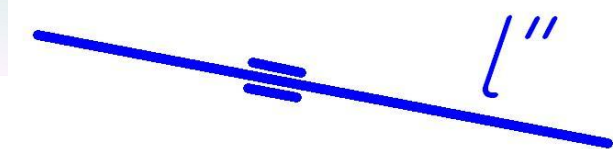


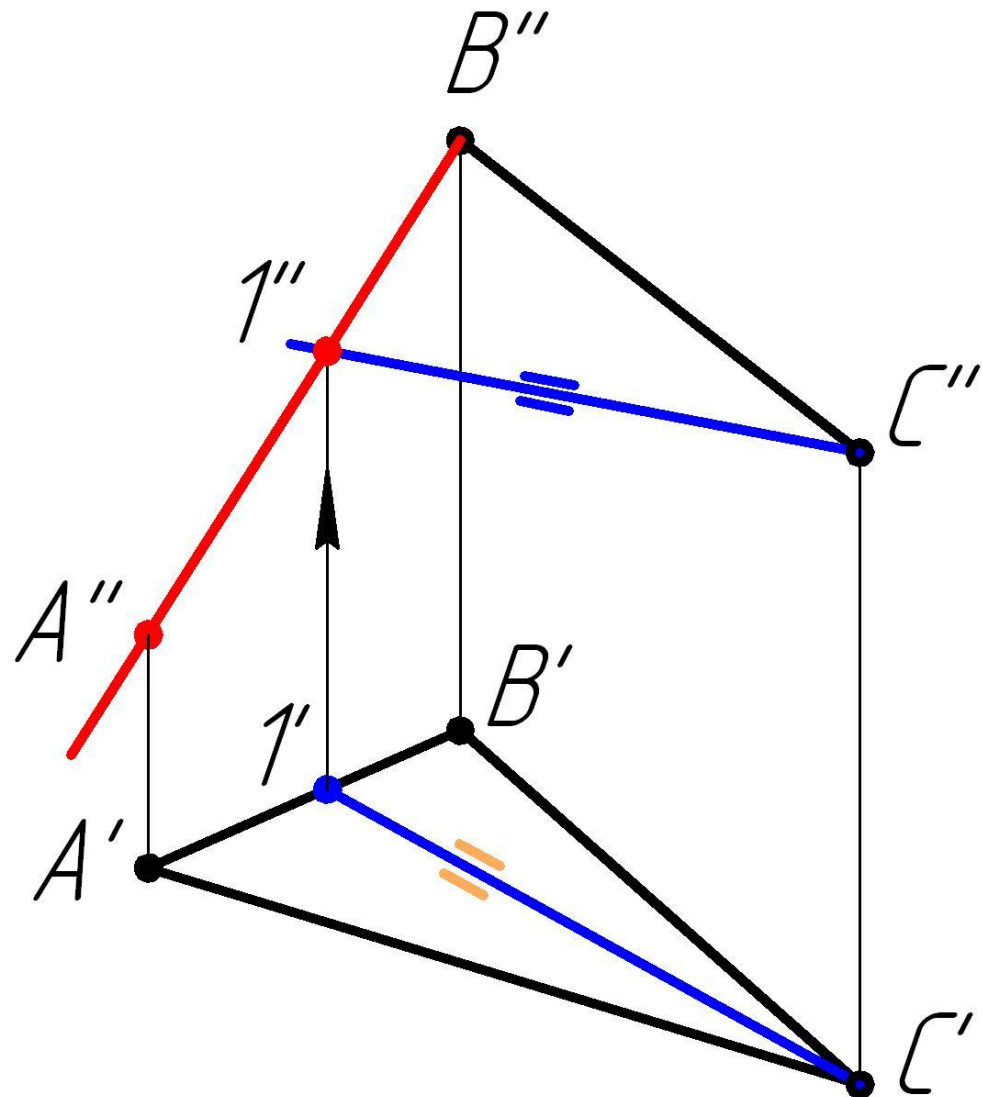
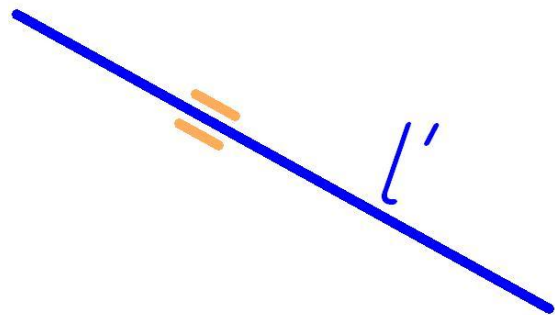
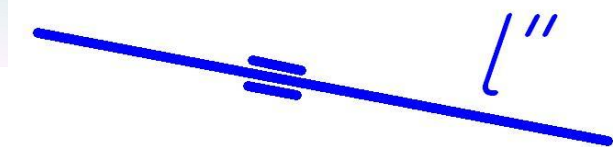
Пример 2 Достроить фронтальную проекцию $\triangle ABC$, плоскость которого параллельна прямой l .

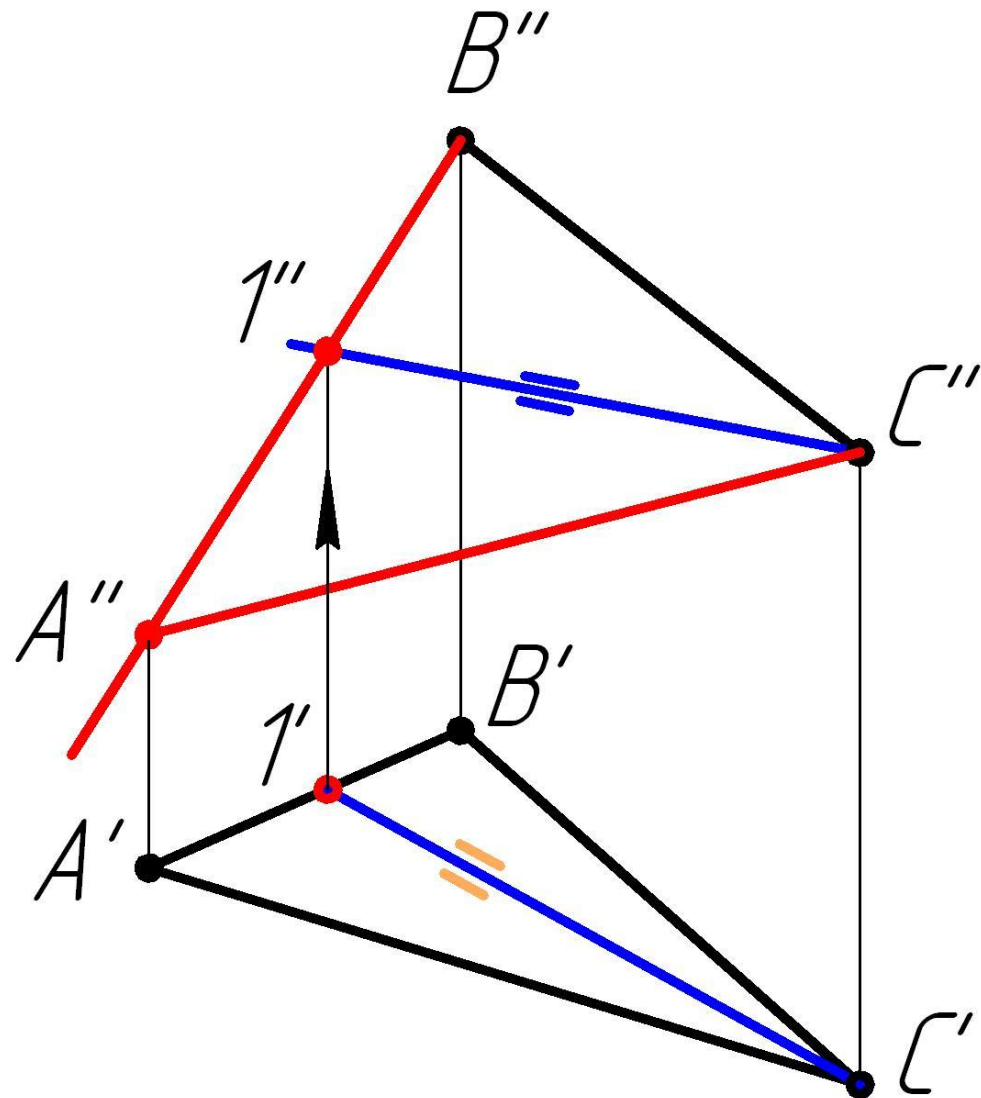
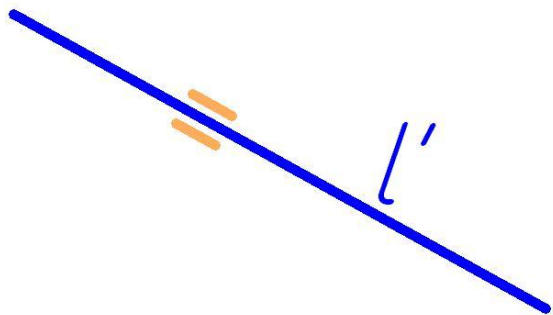
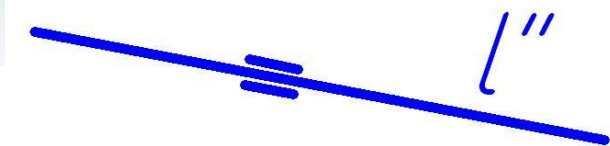








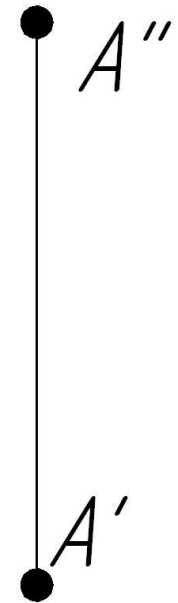
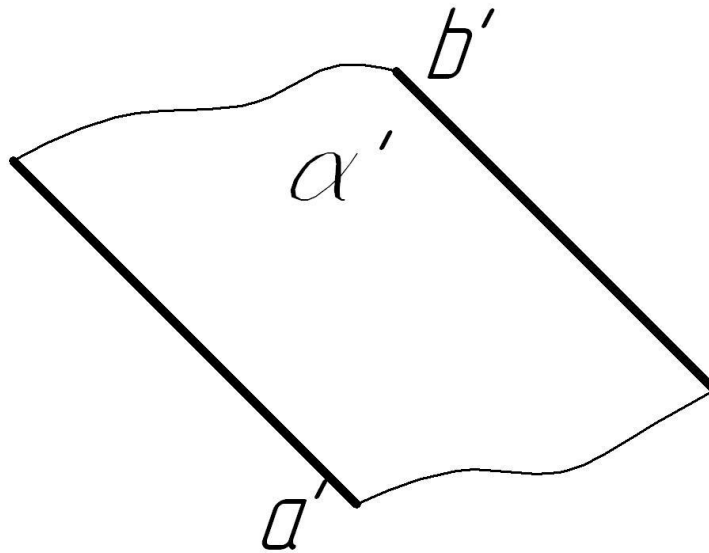
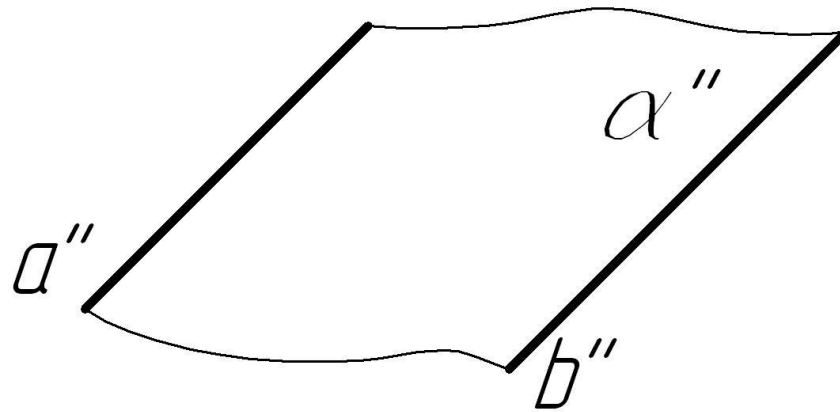


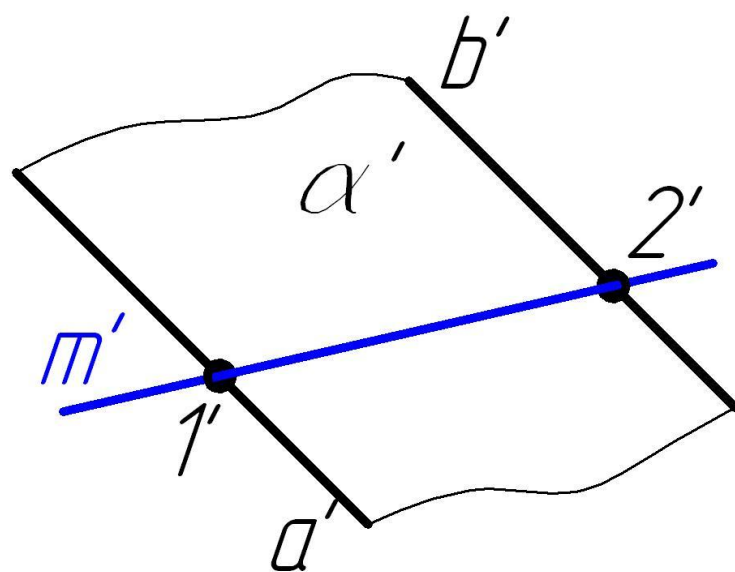
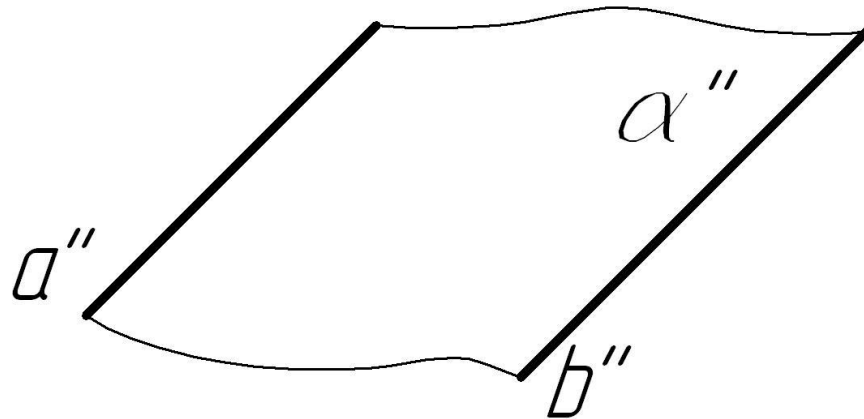


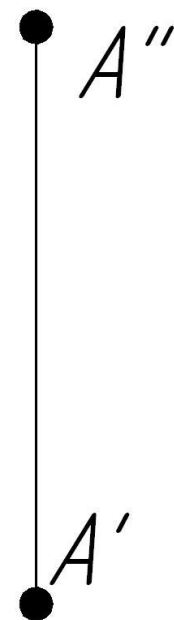
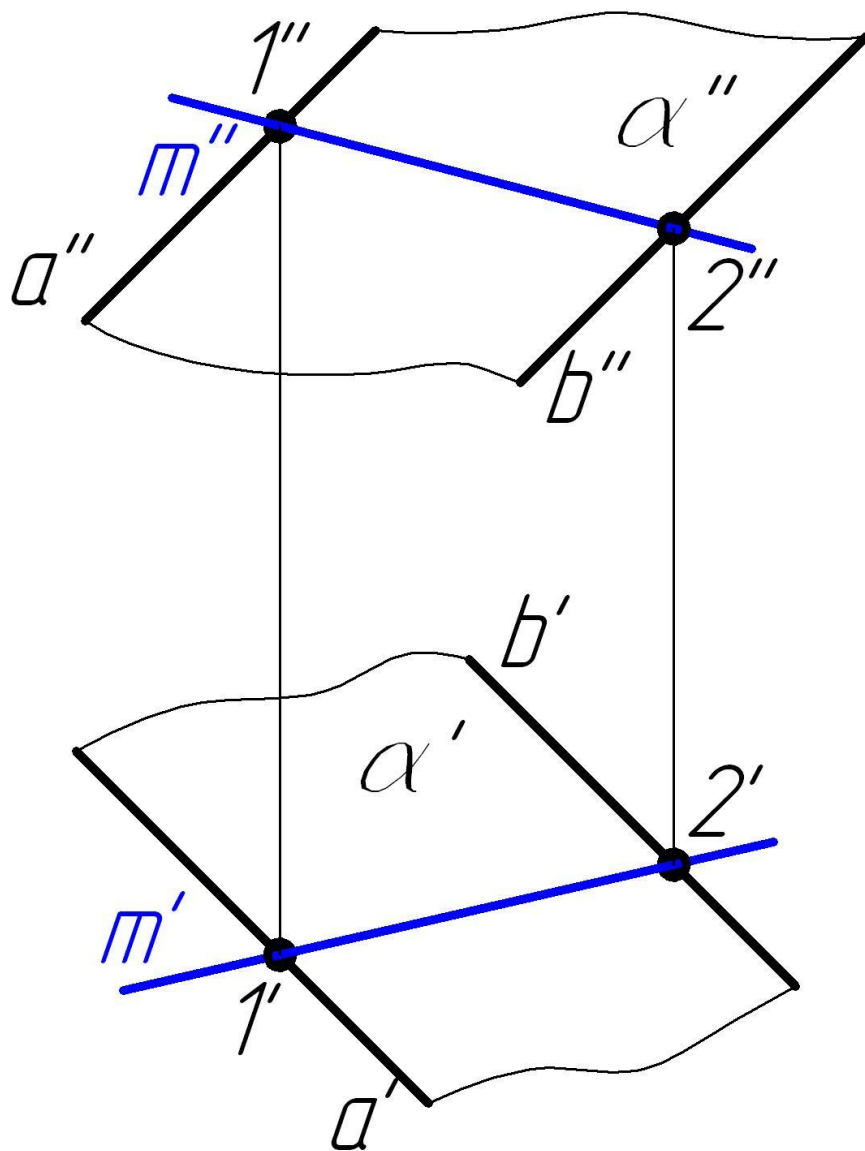
Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

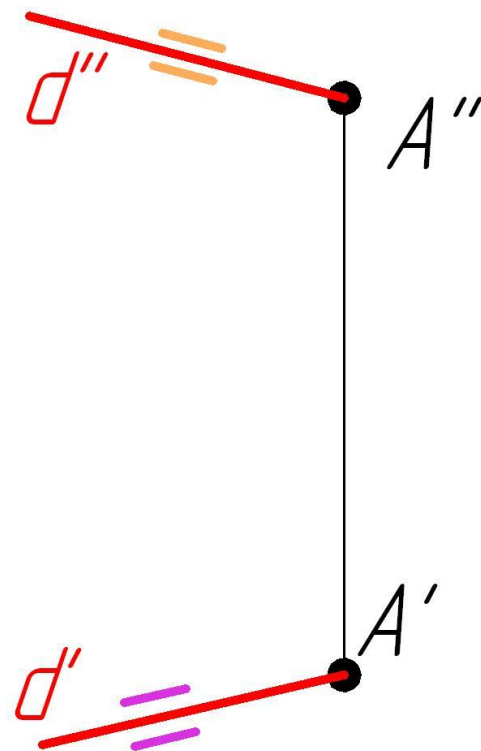
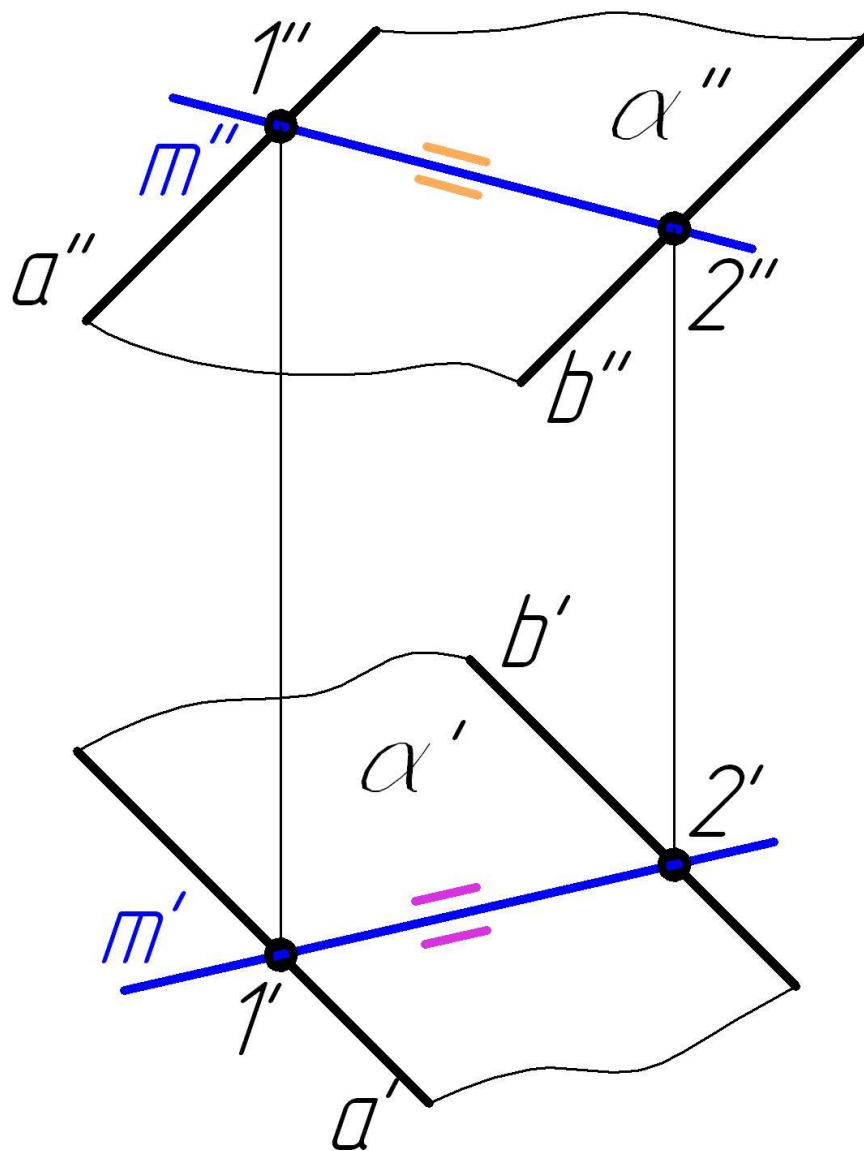
Если плоскости заданы следами, то одноименные следы параллельных плоскостей параллельны.

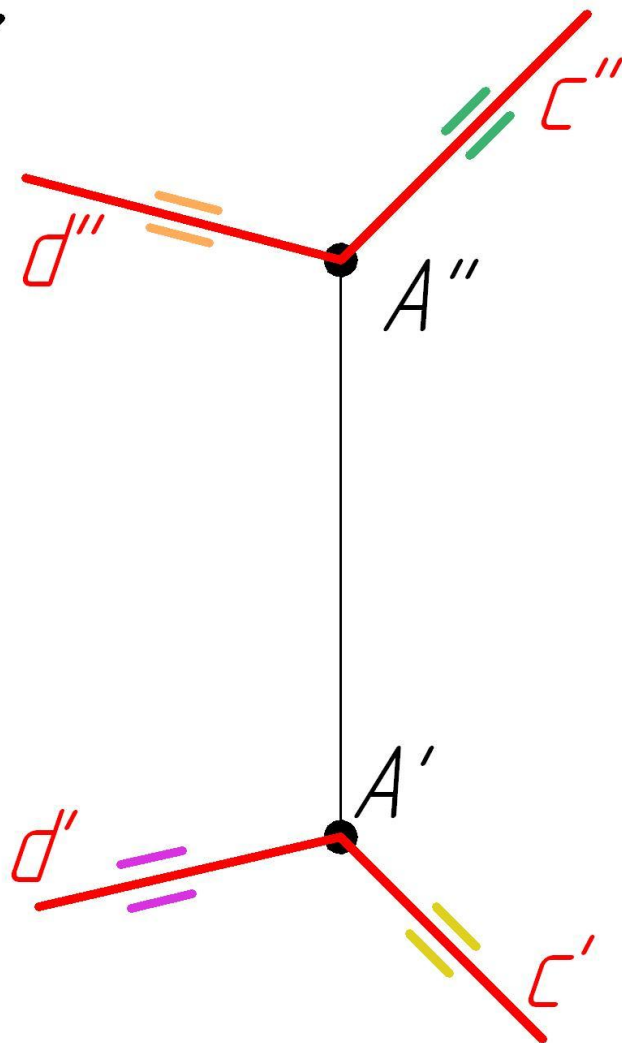
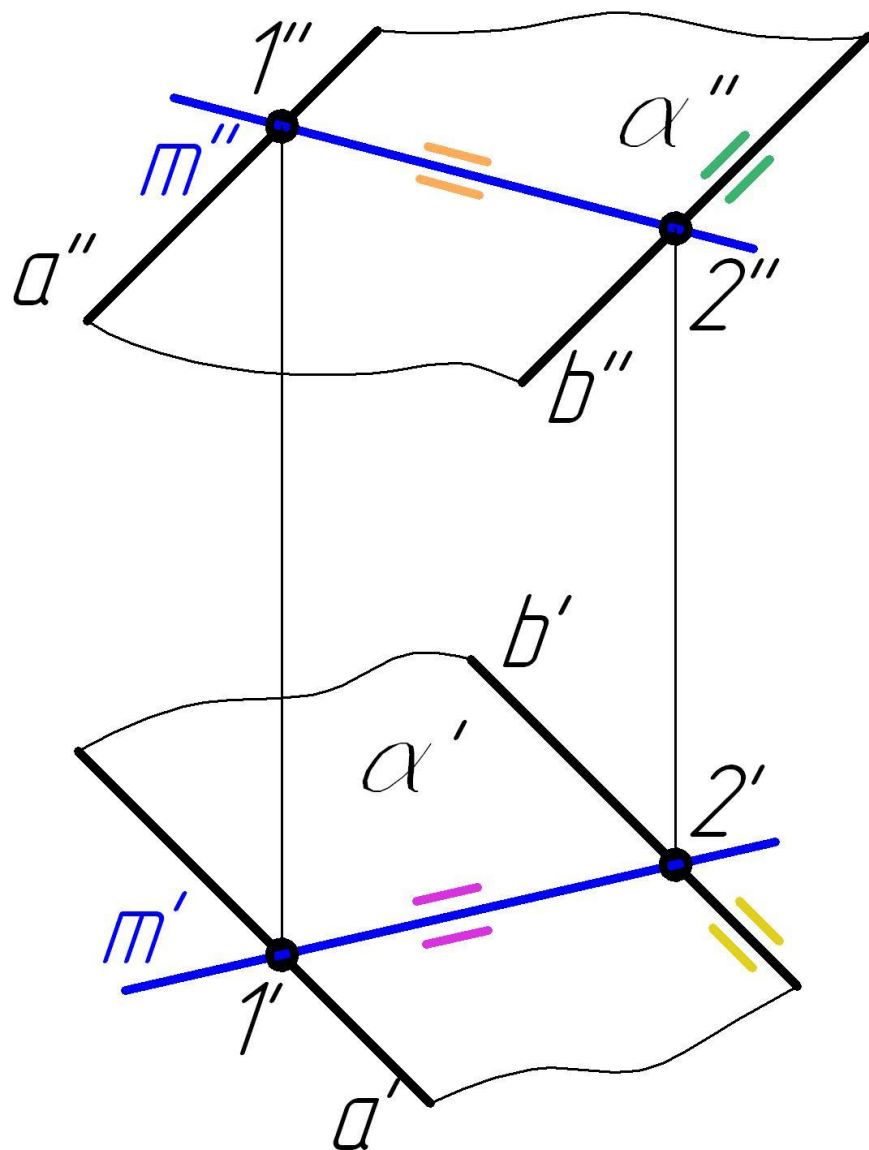
Пример 3. Через точку A провести плоскость β параллельную плоскости α .

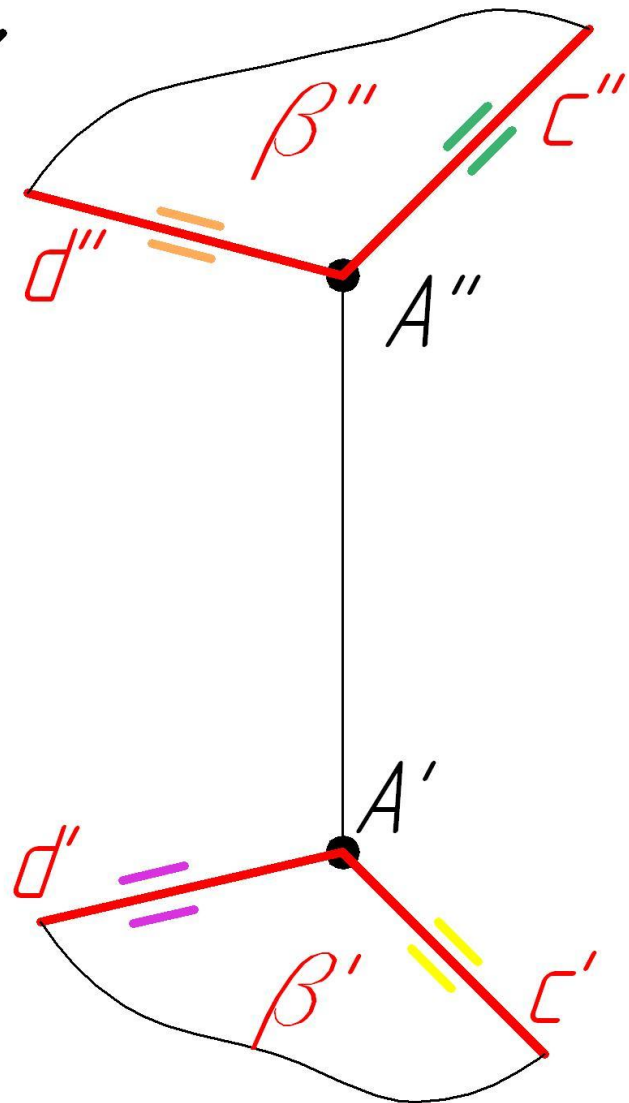
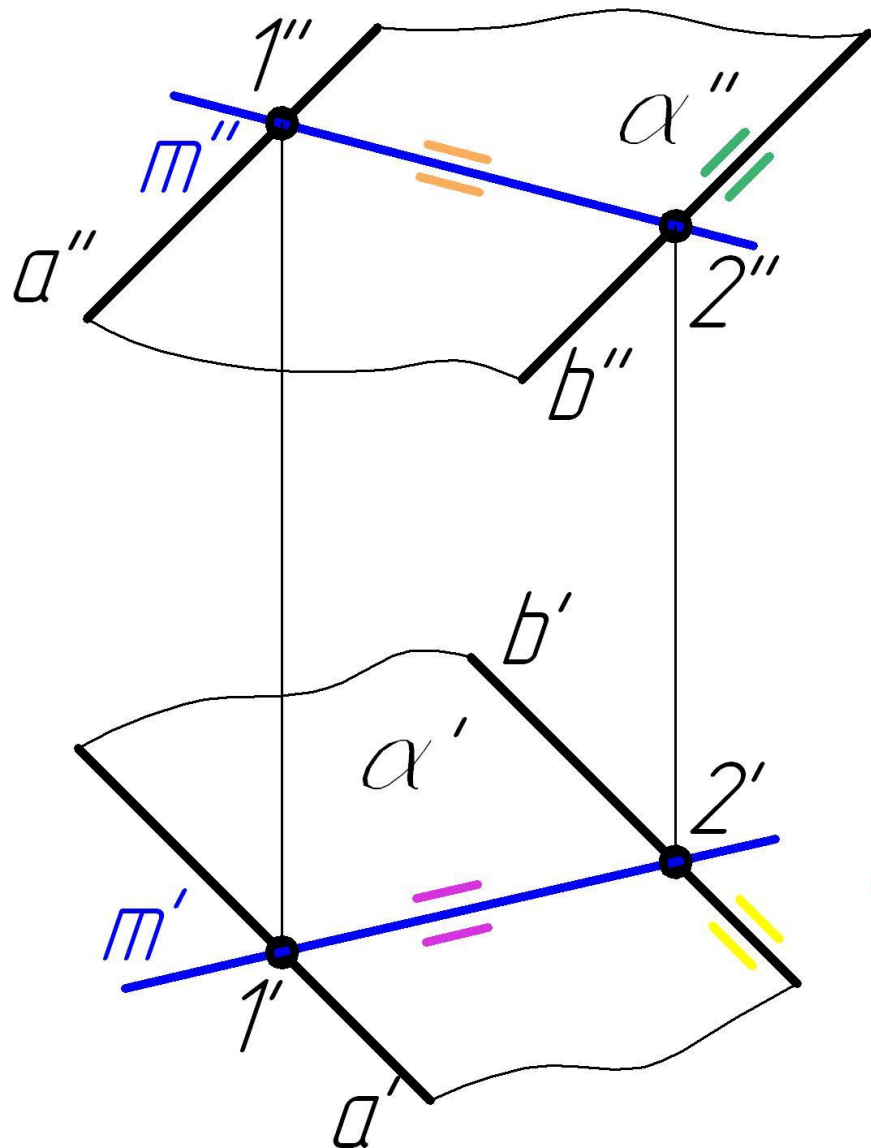




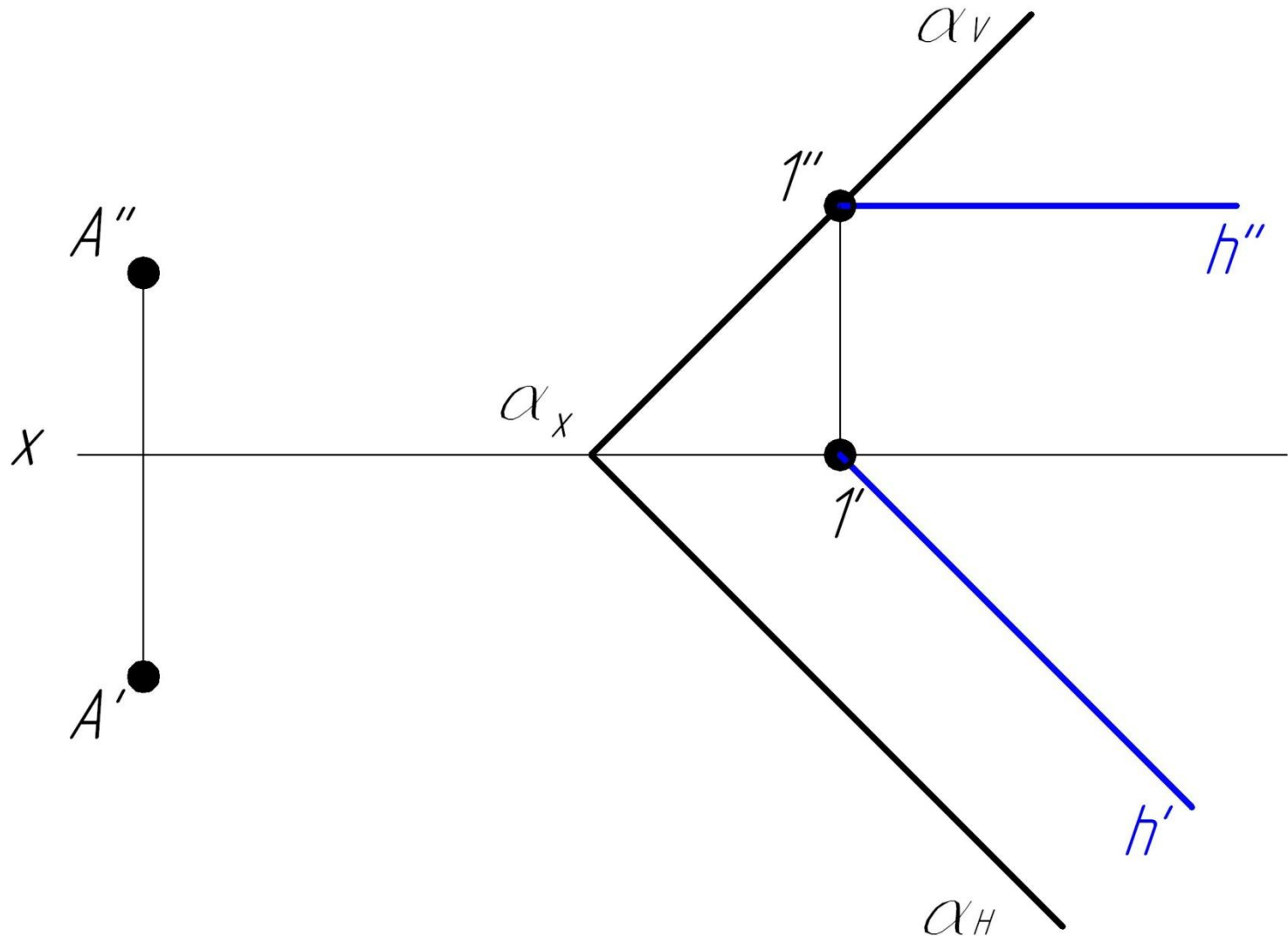


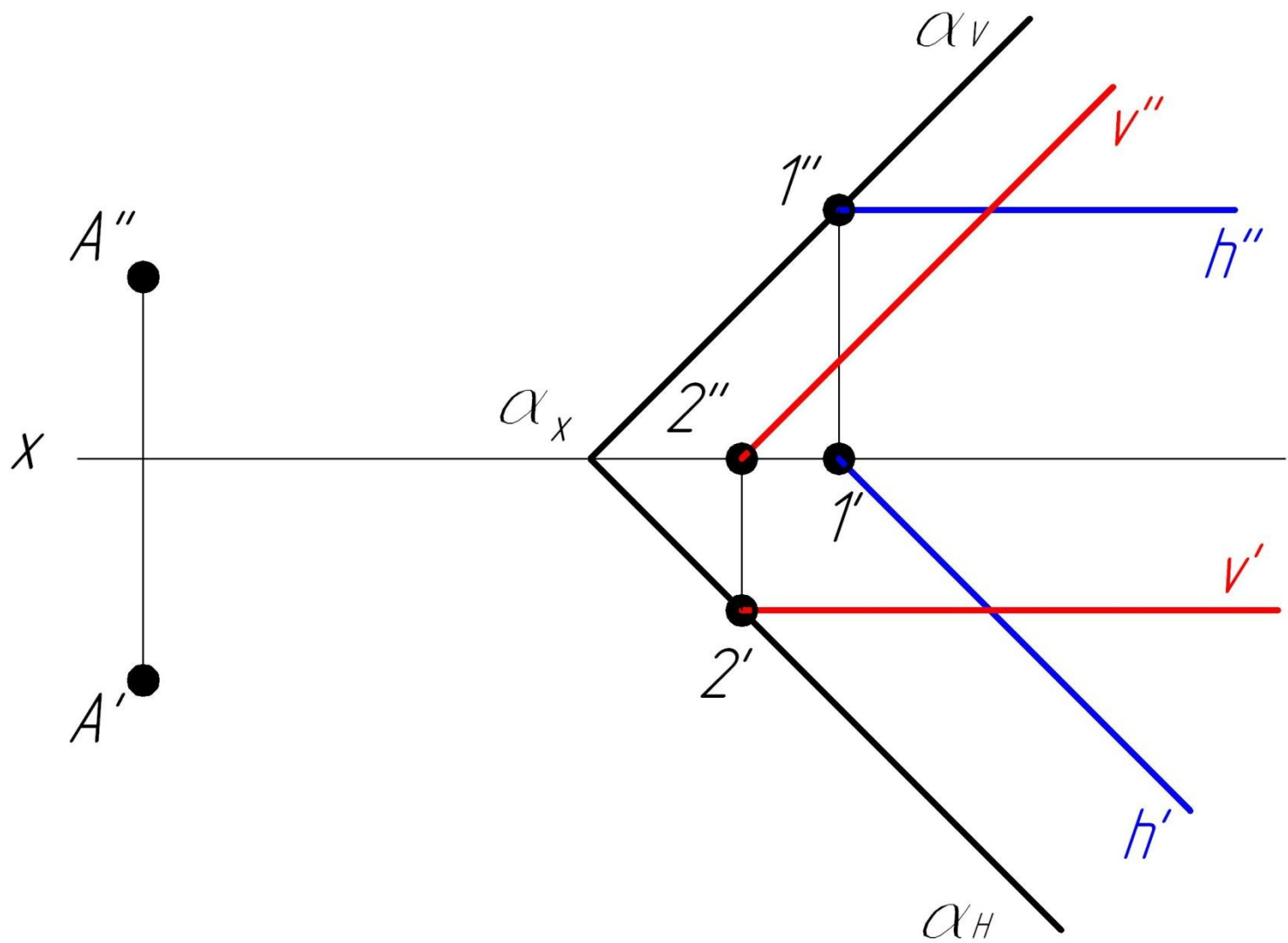


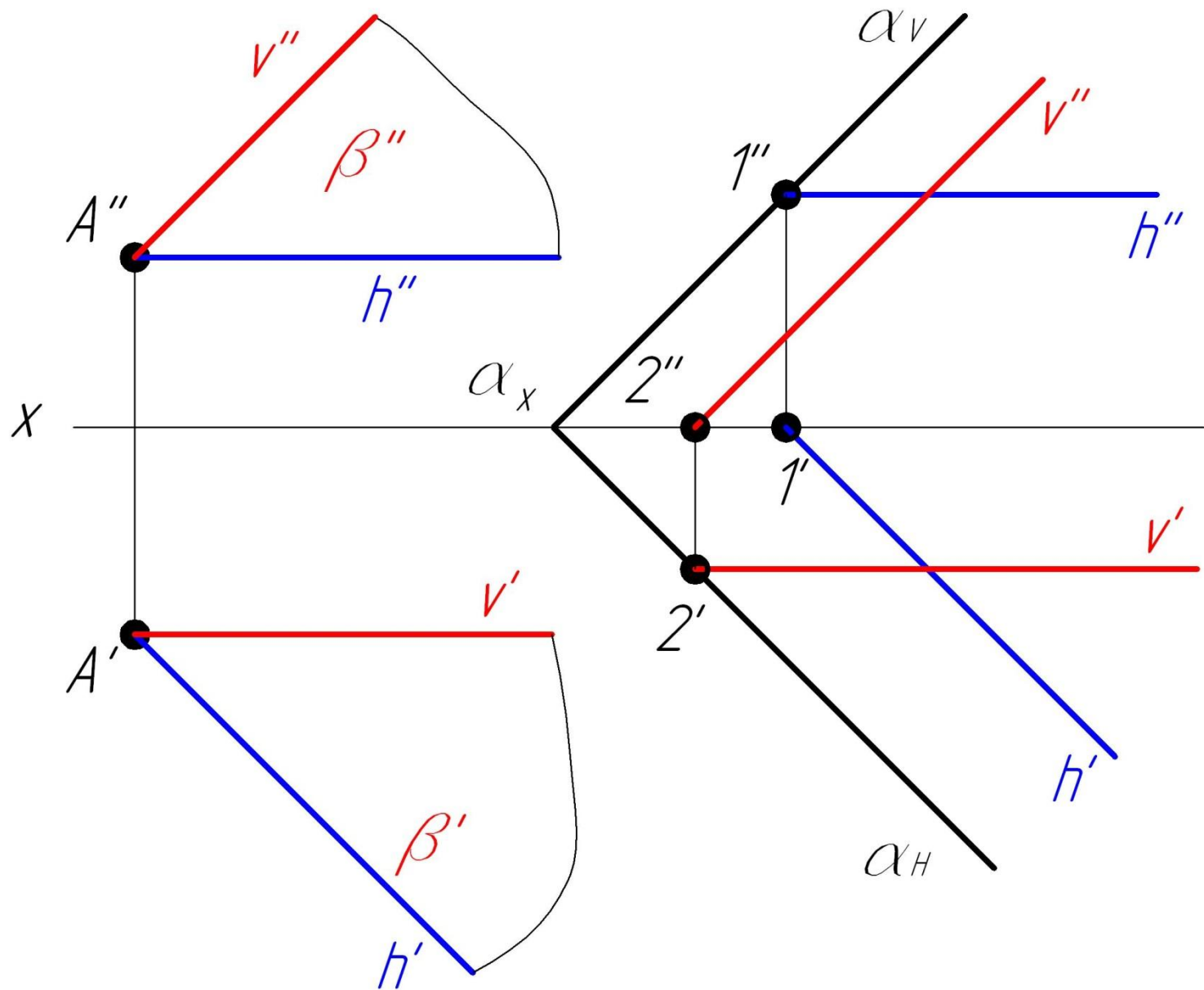




Пример 4. Через точку А провести плоскость β параллельную плоскости α , заданной следами.







5.2. Пересечение прямой с плоскостью в общем случае. Определение видимости.

Дано:

α, l

Найти:

$$K = \alpha \cap l$$

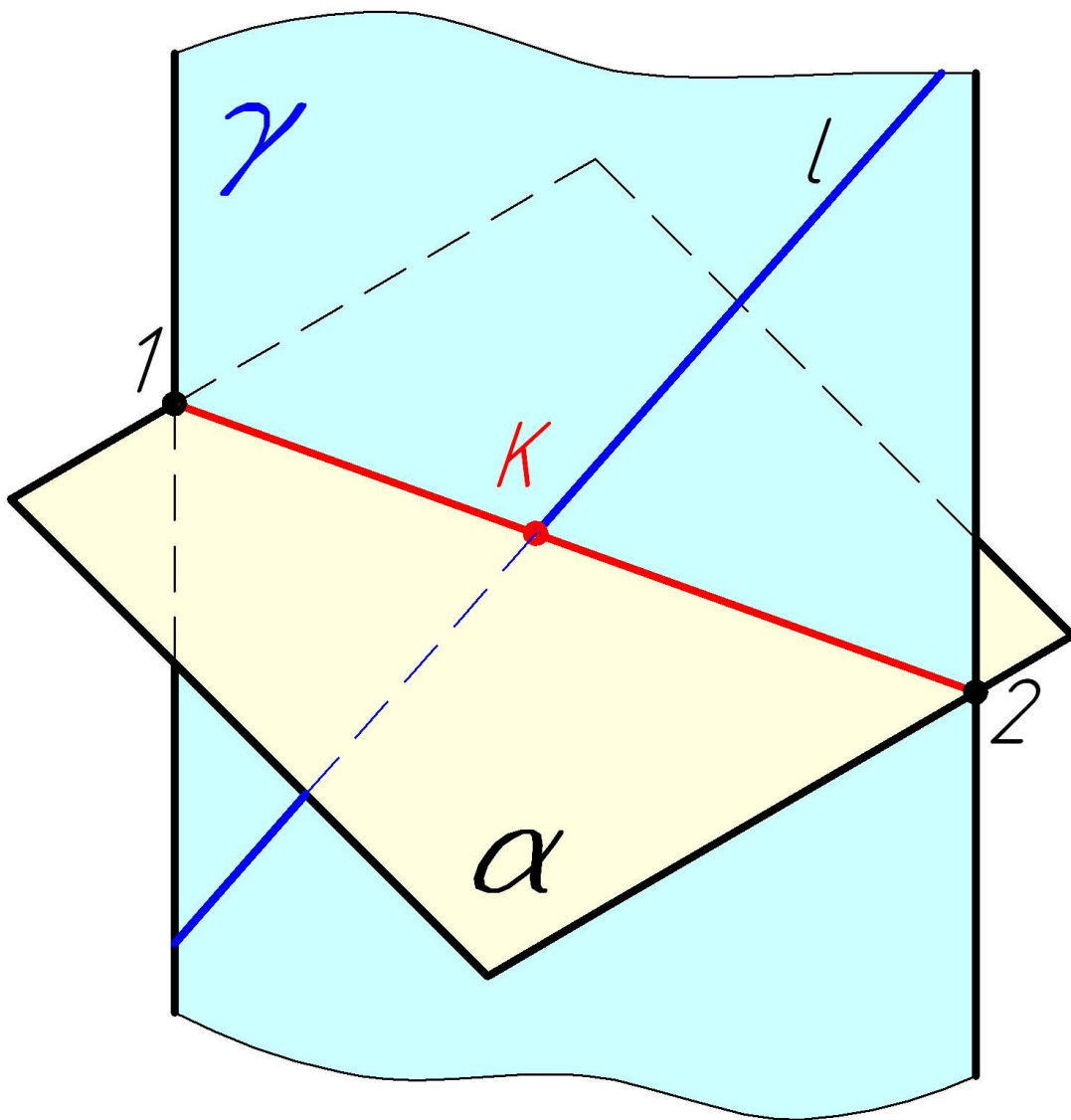
Алгоритм решения:

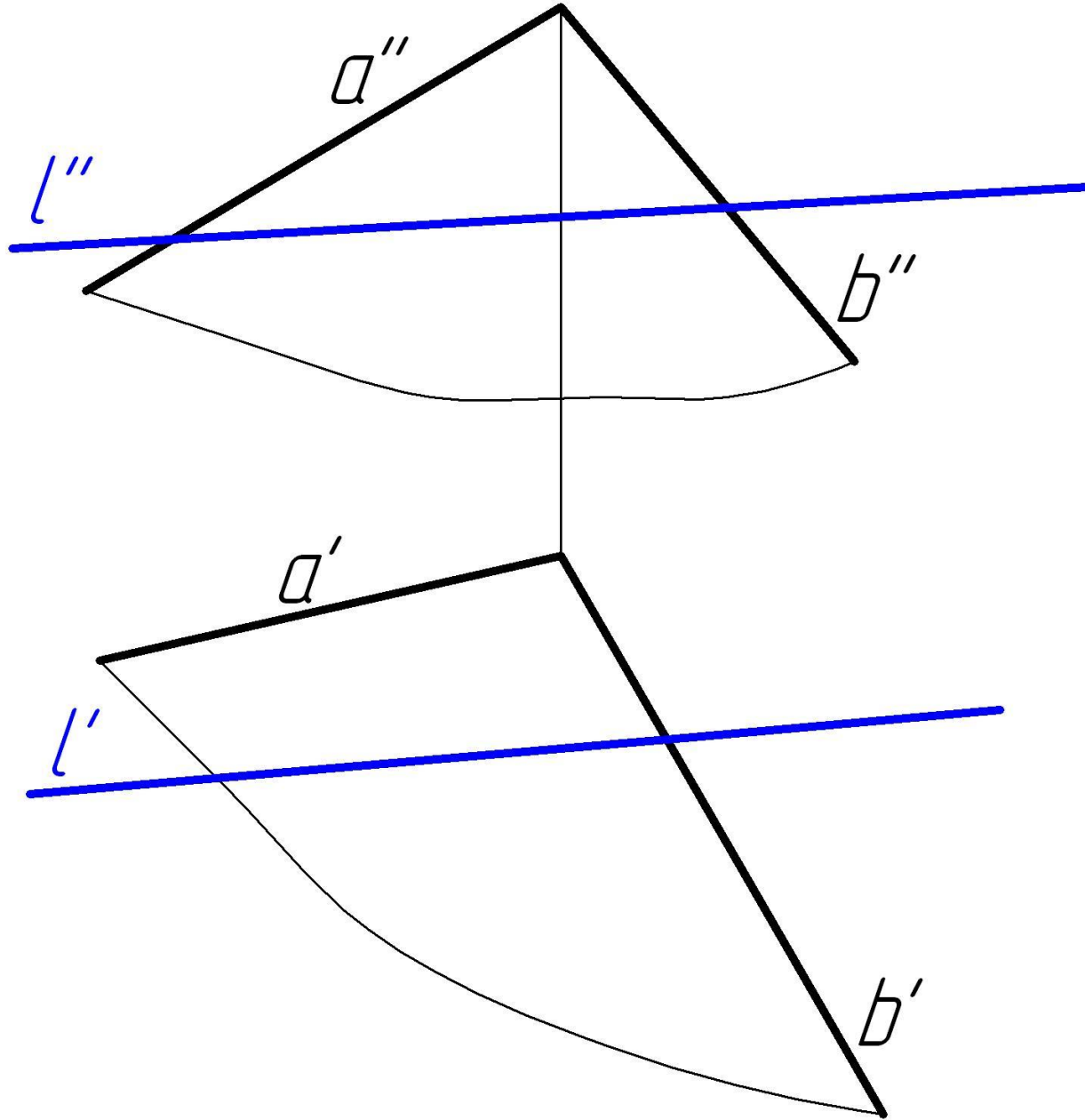
1. $l \subset \gamma$

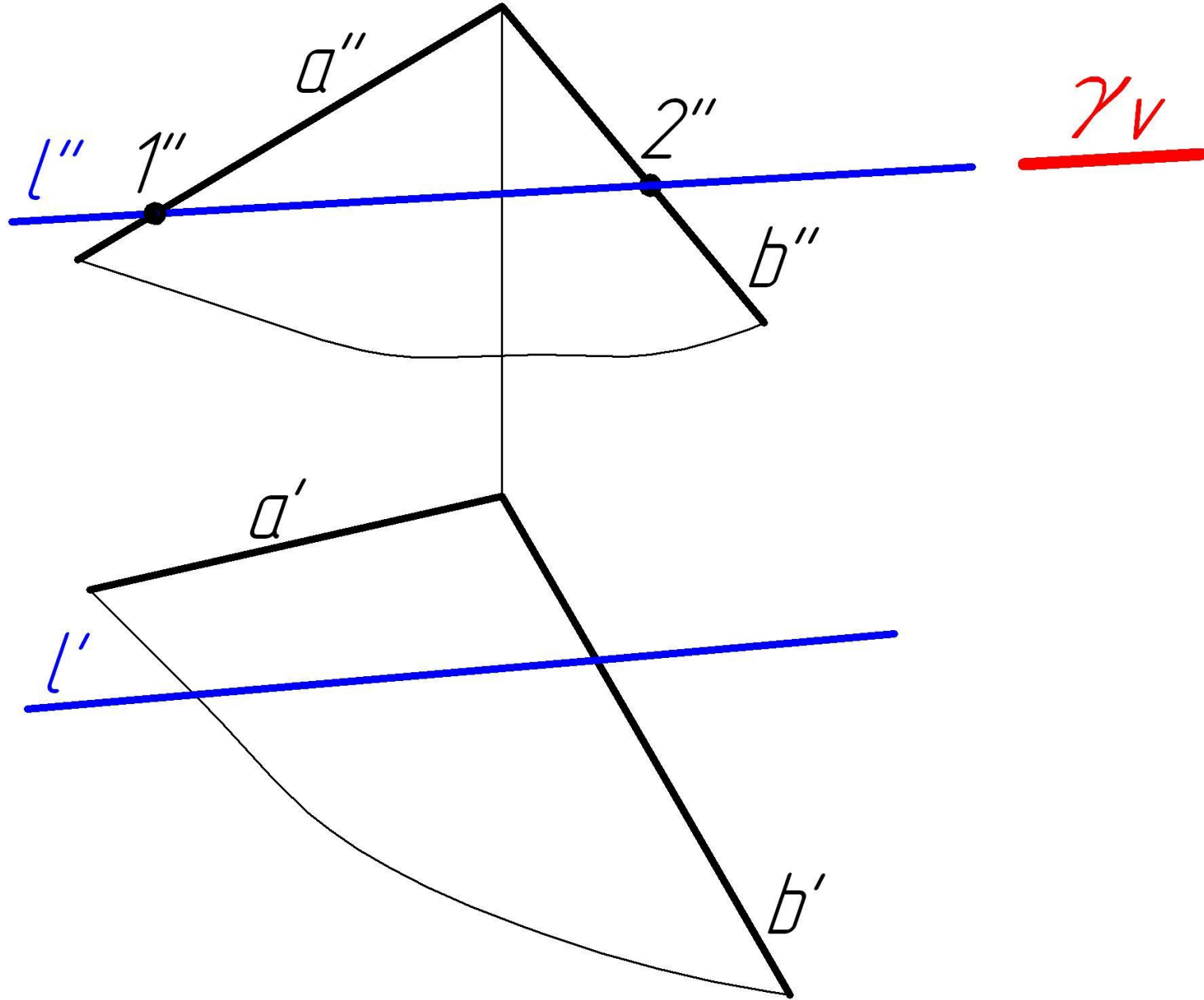
2. $\gamma \cap \alpha = 1-2$

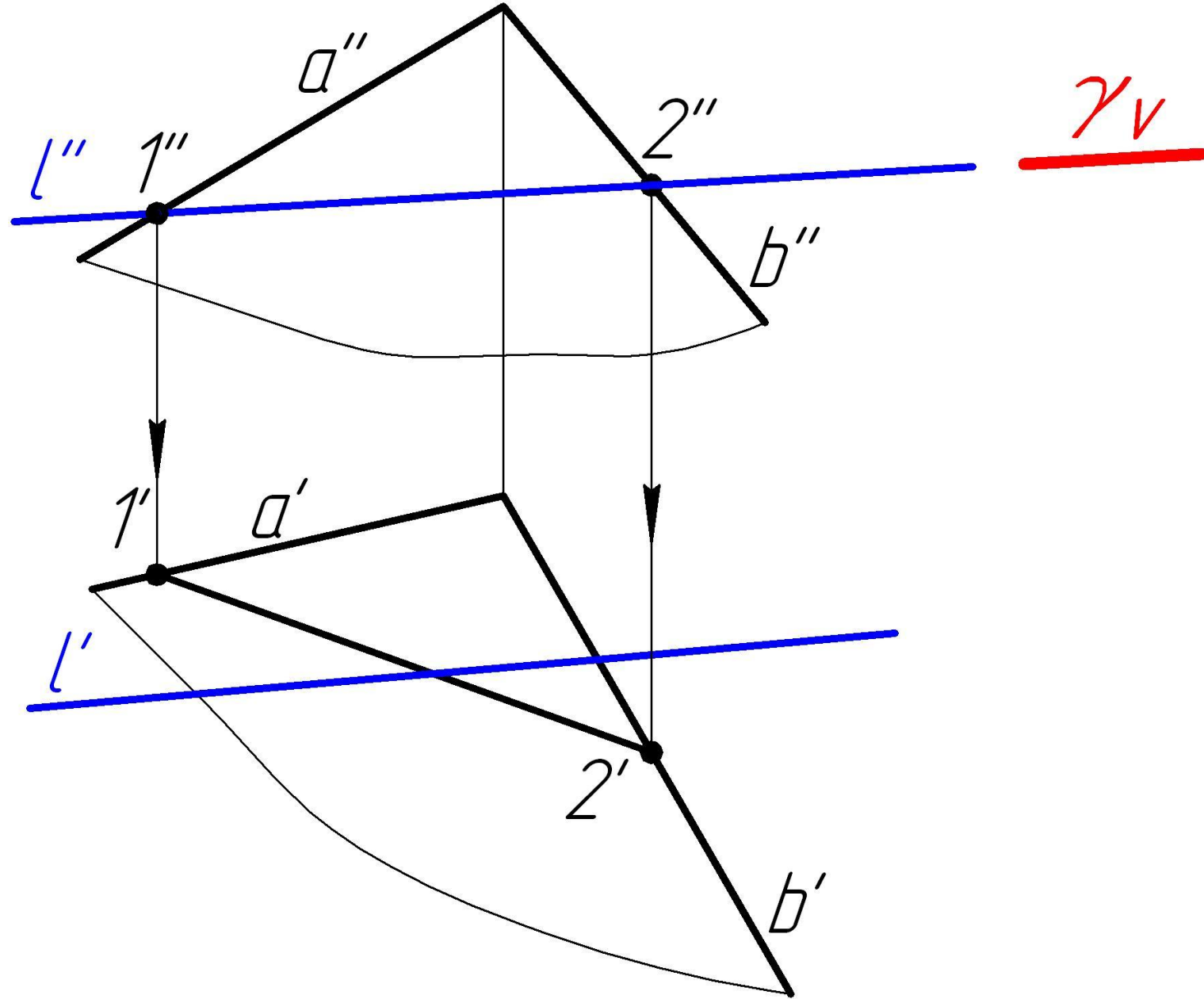
3. $1-2 \cap l = K$

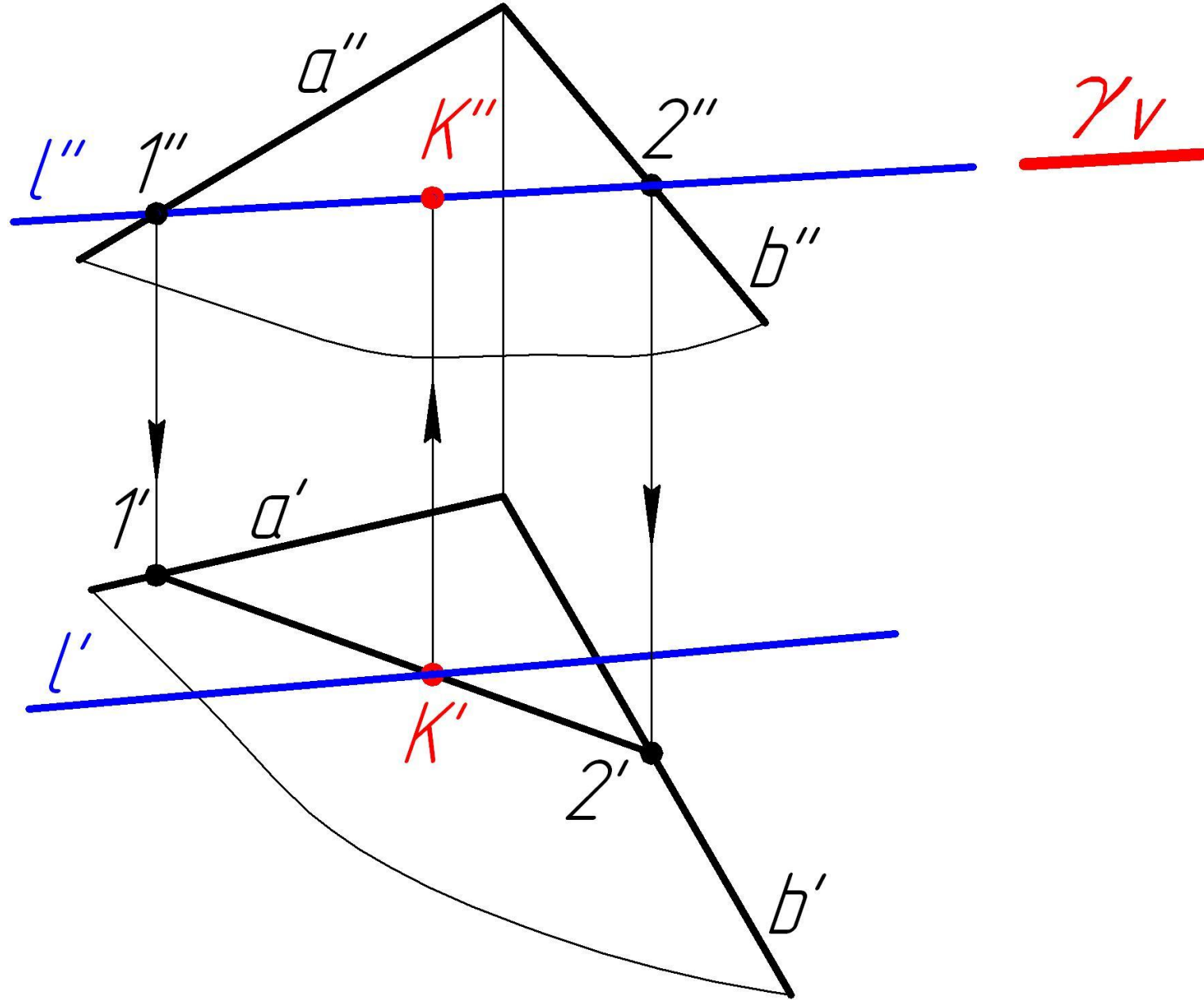
4. Определяем
видимость l

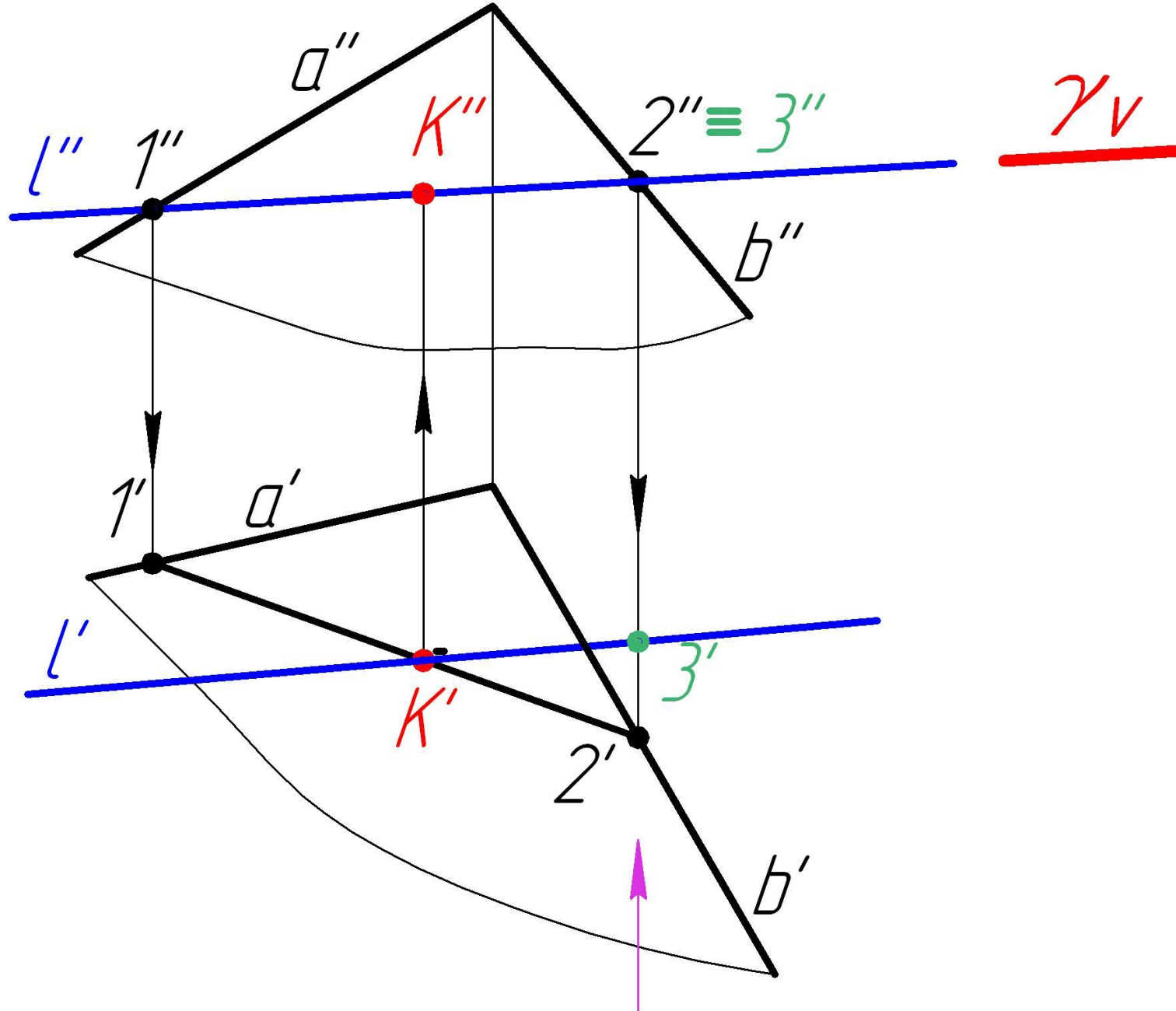


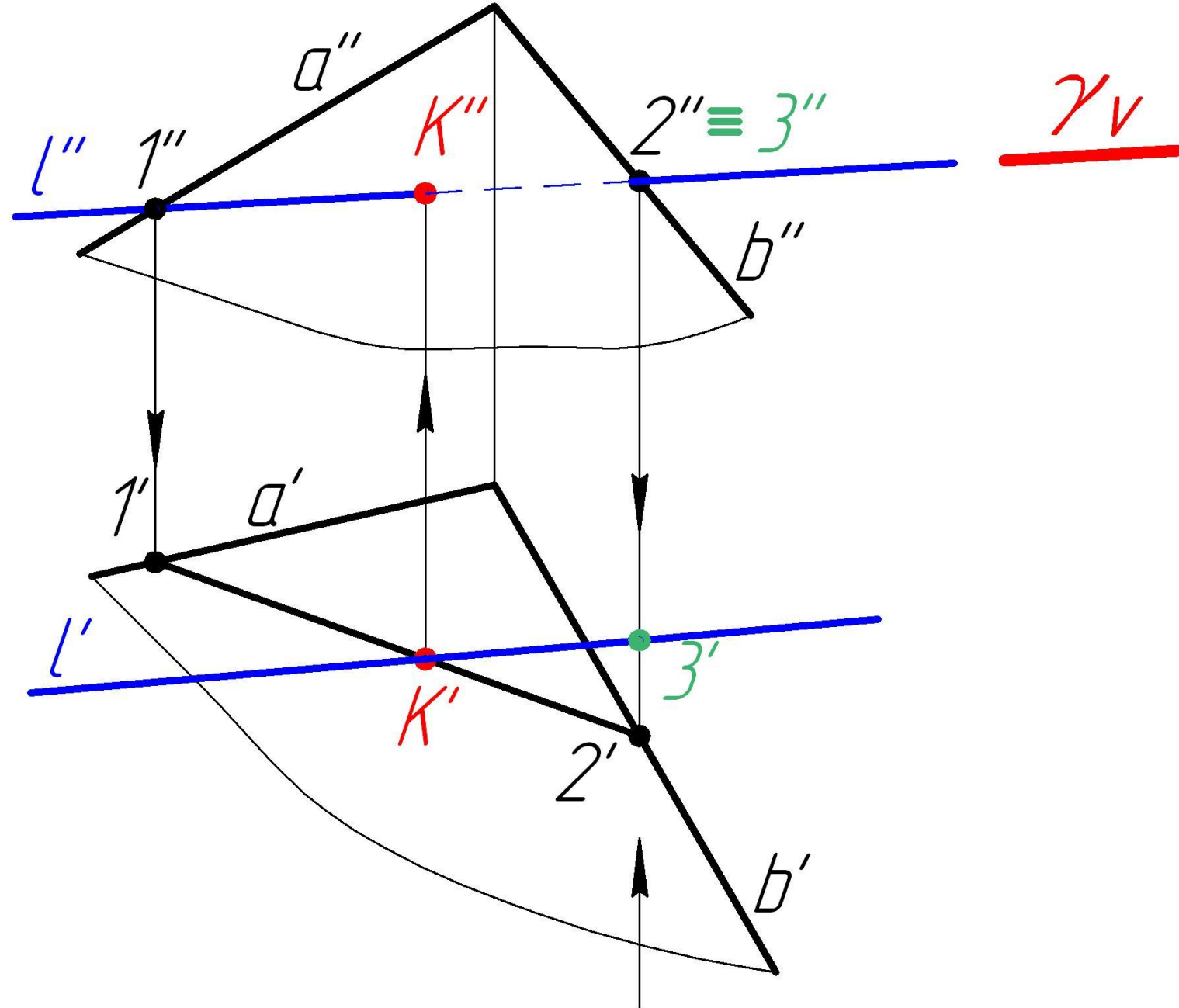


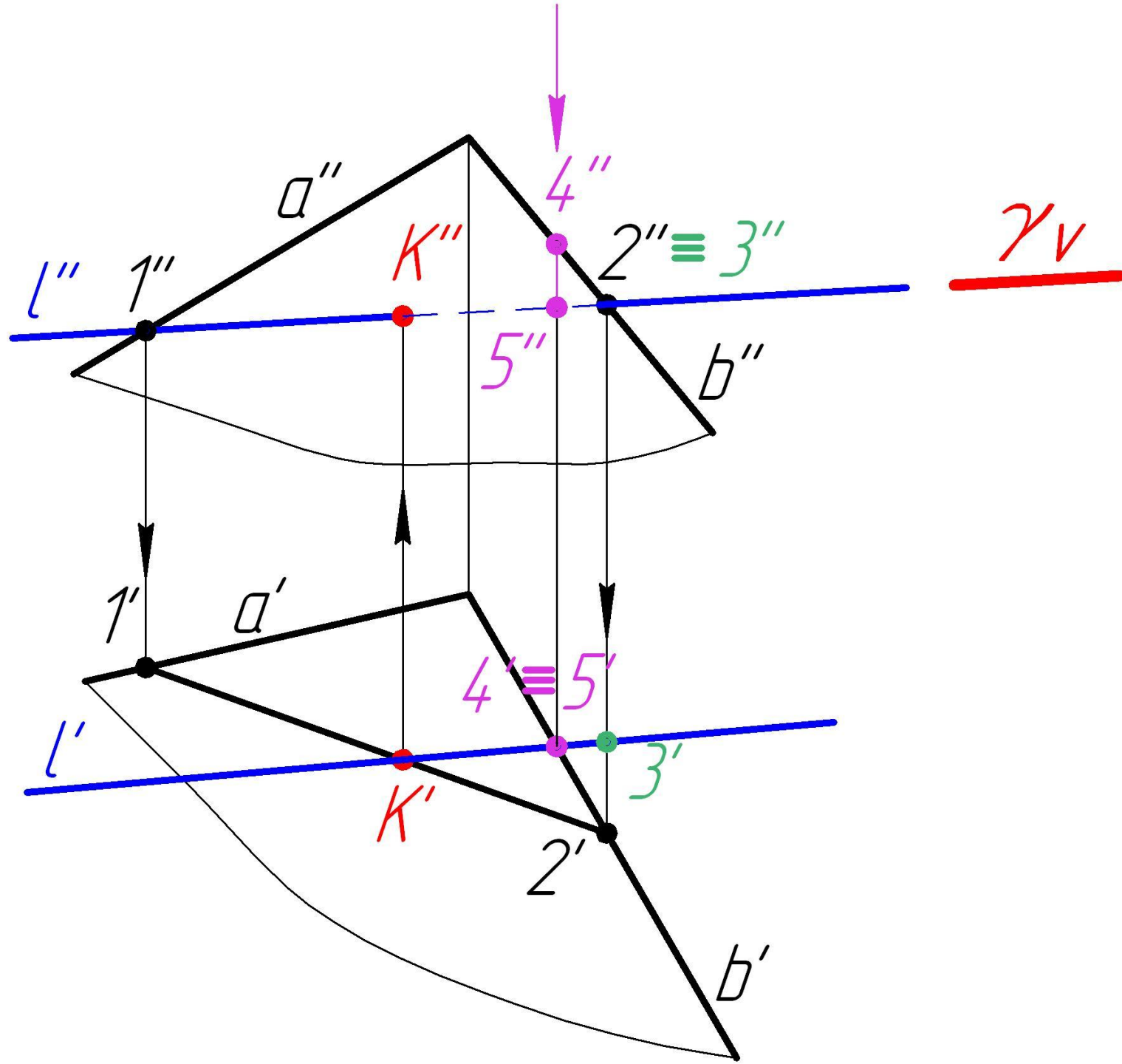


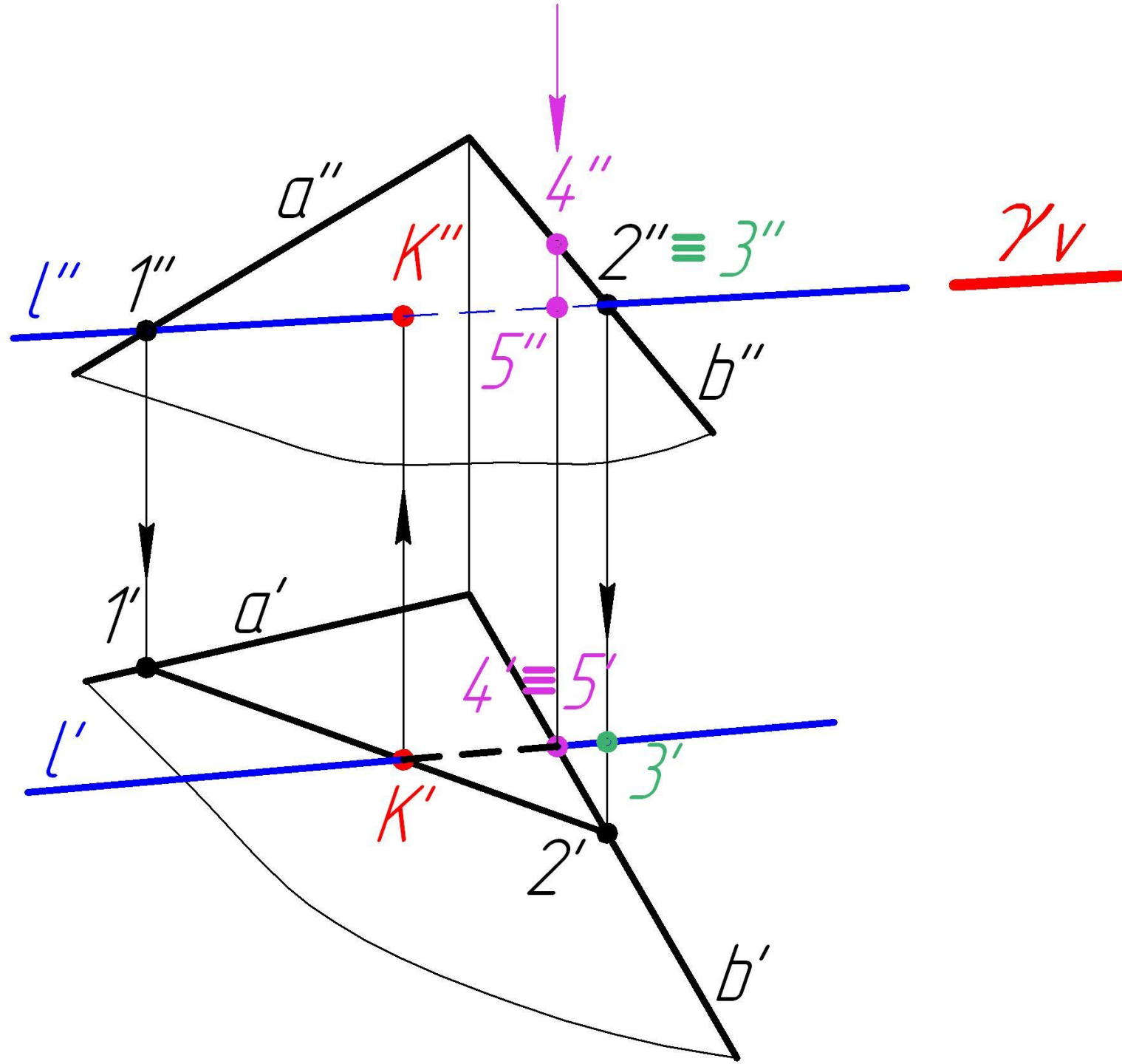


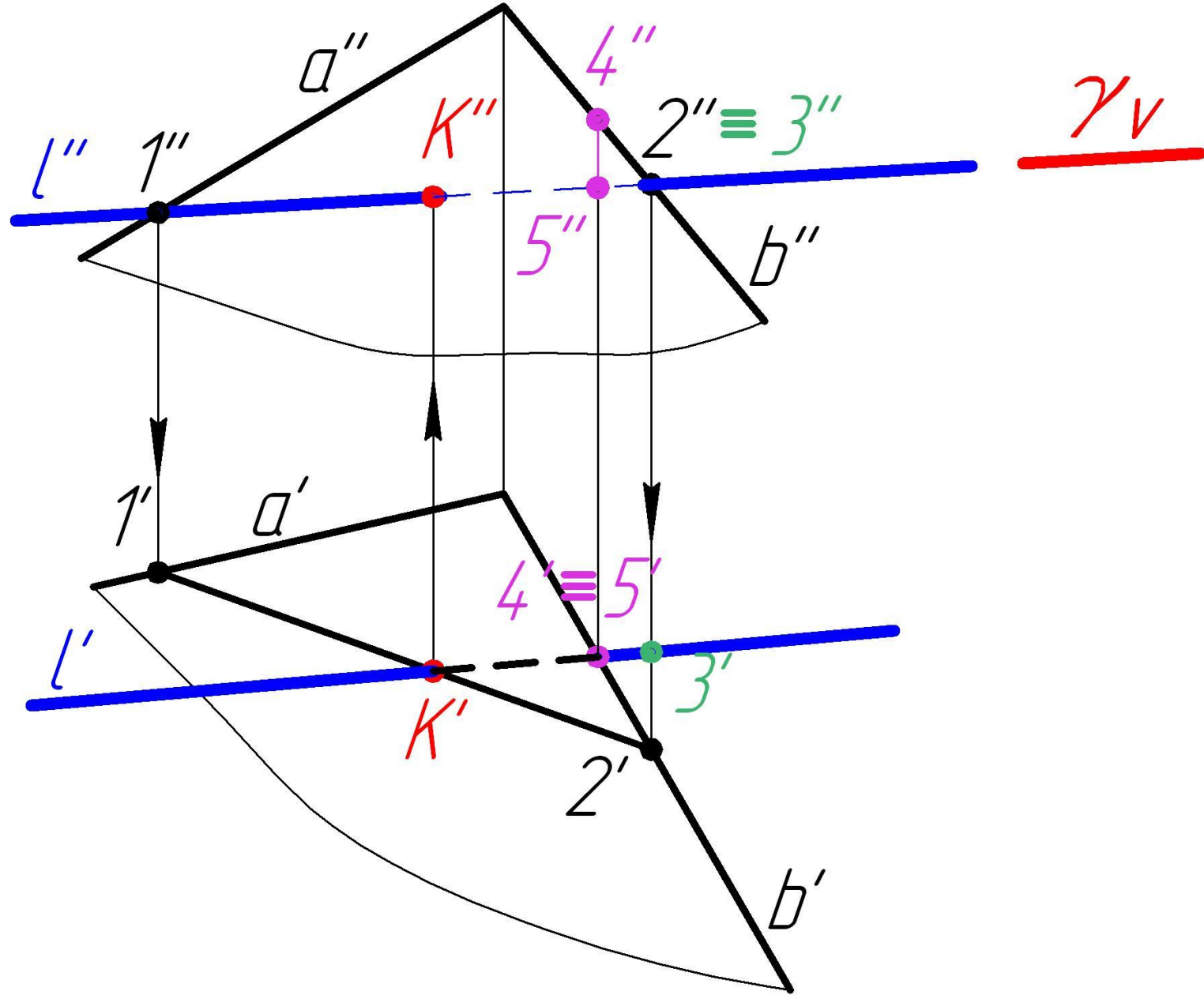








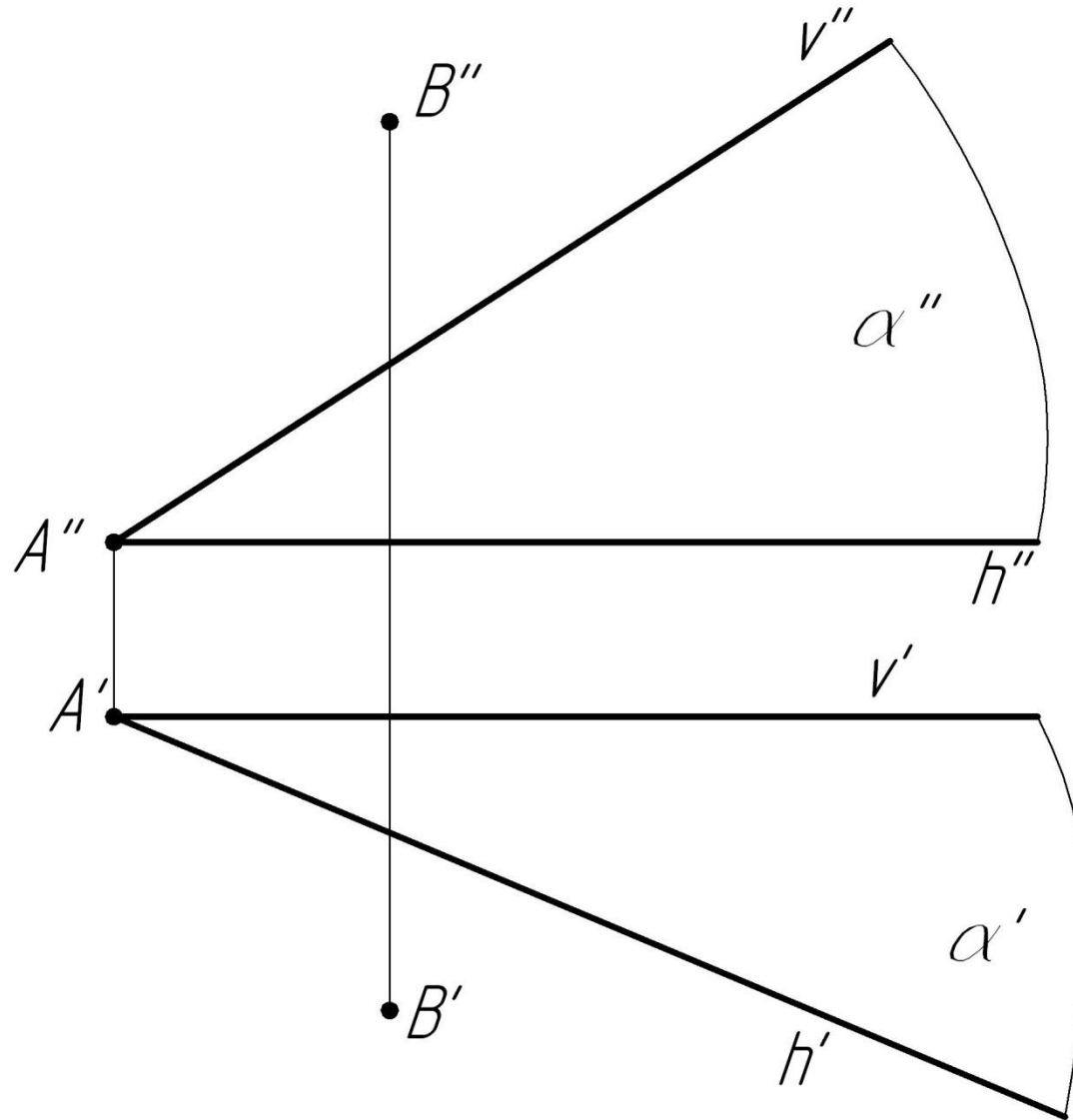




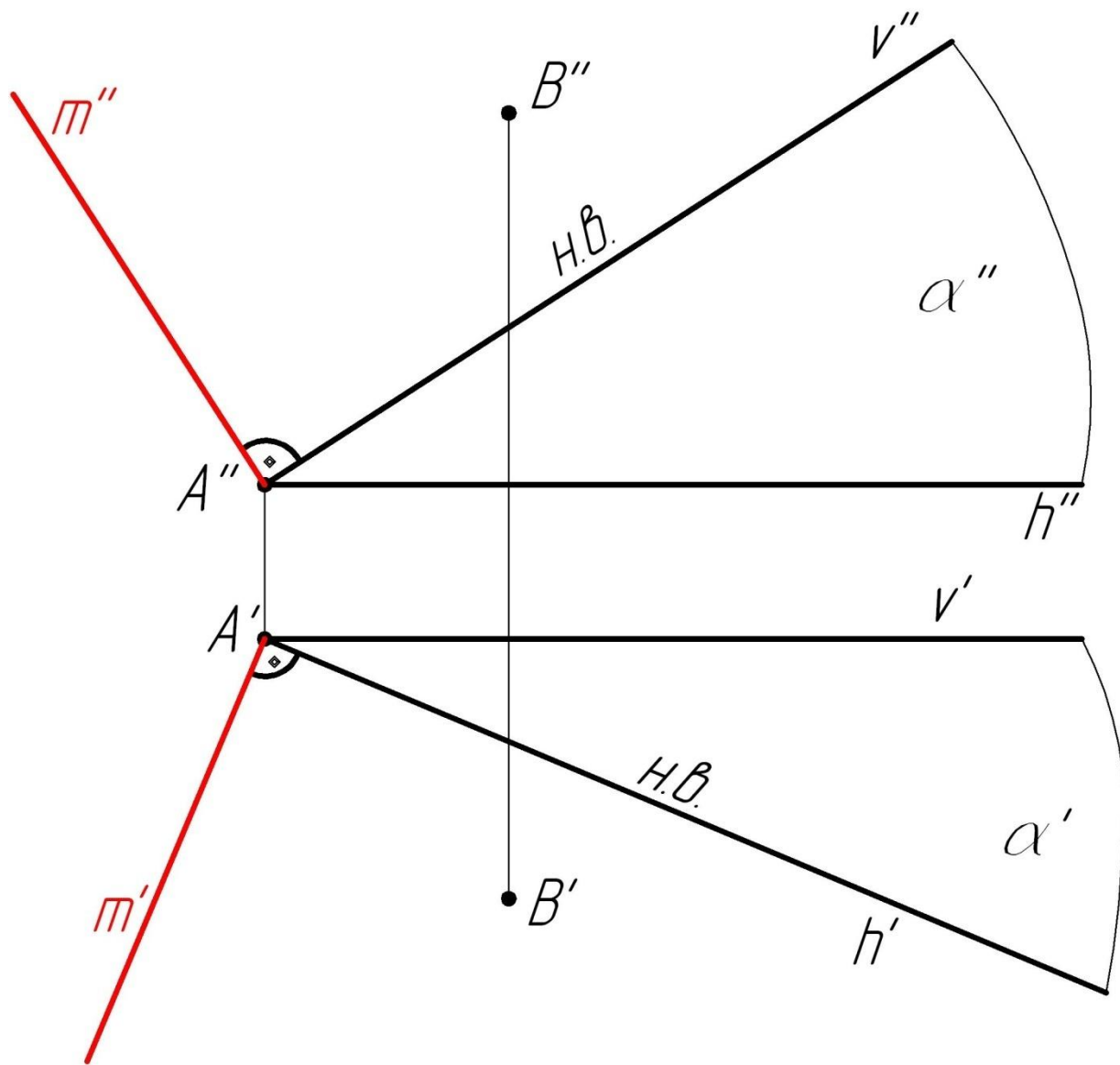
5.3. Перпендикулярность прямой и плоскости

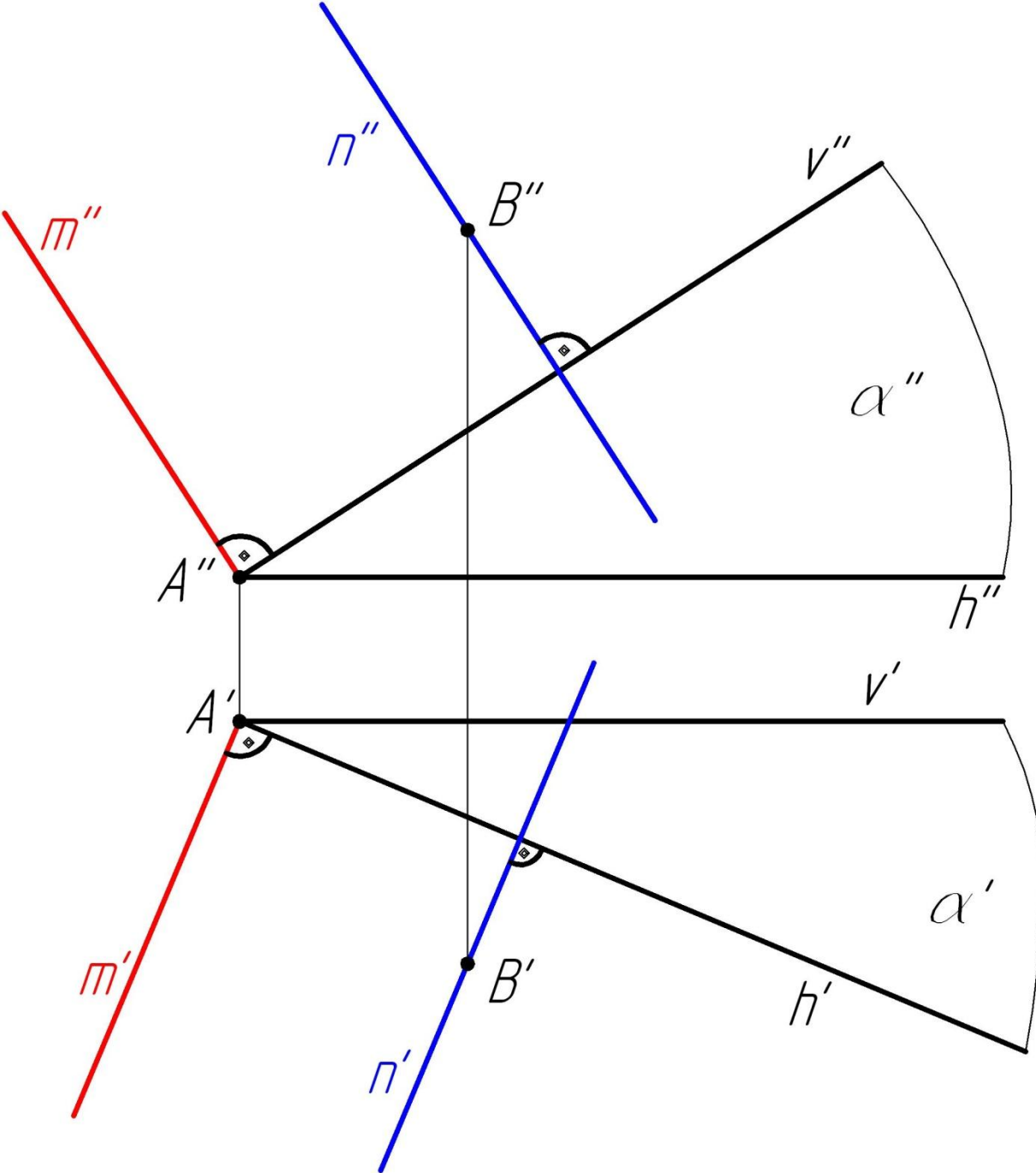
Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна к двум пересекающимся прямым этой плоскости.

Пример 1: Из точки A и B провести прямые m и n перпендикулярные плоскости α .



Чтобы построить прямую, перпендикулярную плоскости, надо иметь на чертеже (или построить) горизонталь и фронталь этой плоскости. Тогда горизонтальная проекция перпендикуляра будет перпендикулярна горизонтали, а фронтальная проекция перпендикуляра будет перпендикулярна фронтали.





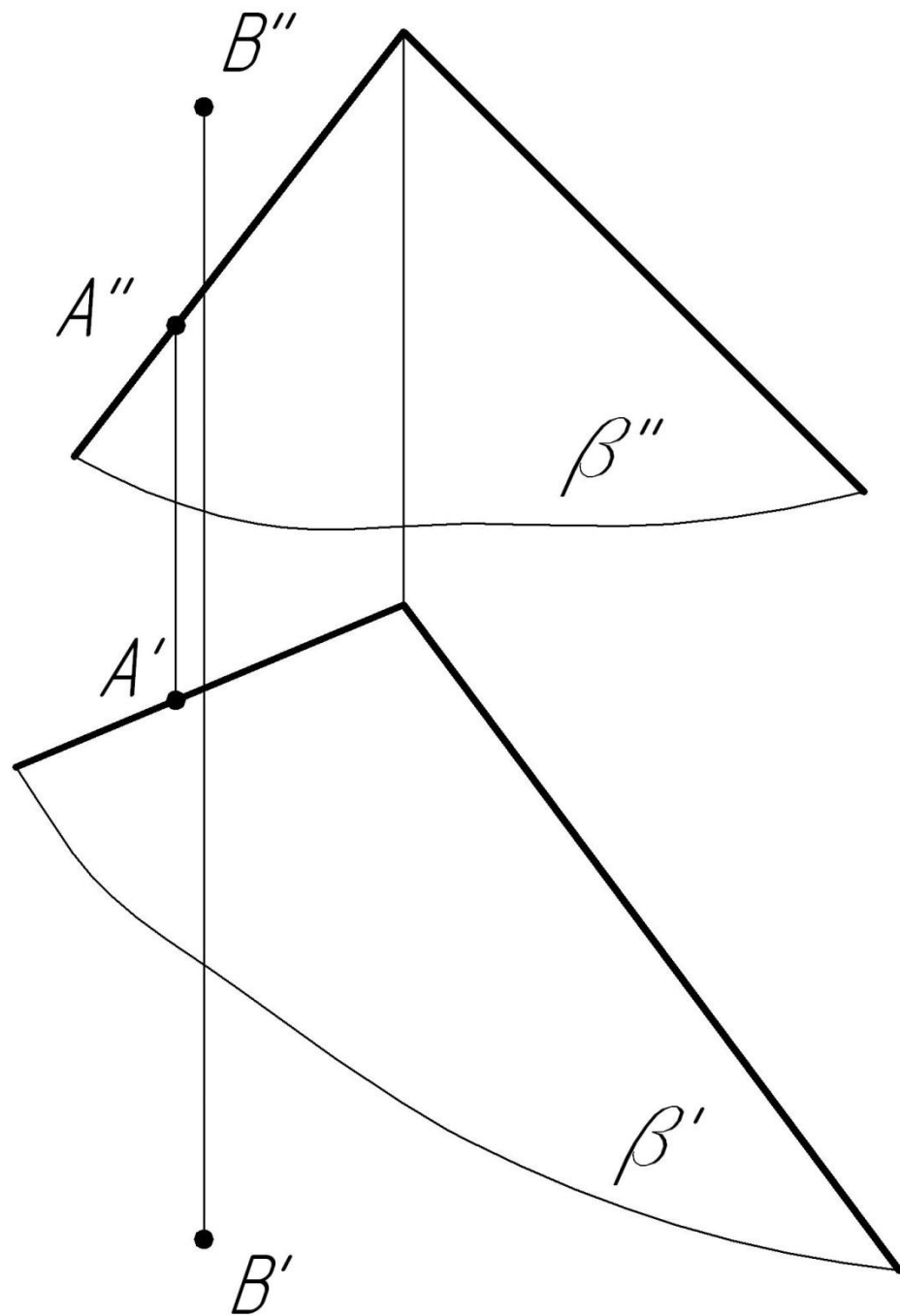
$$m' \perp h'; m'' \perp v';$$

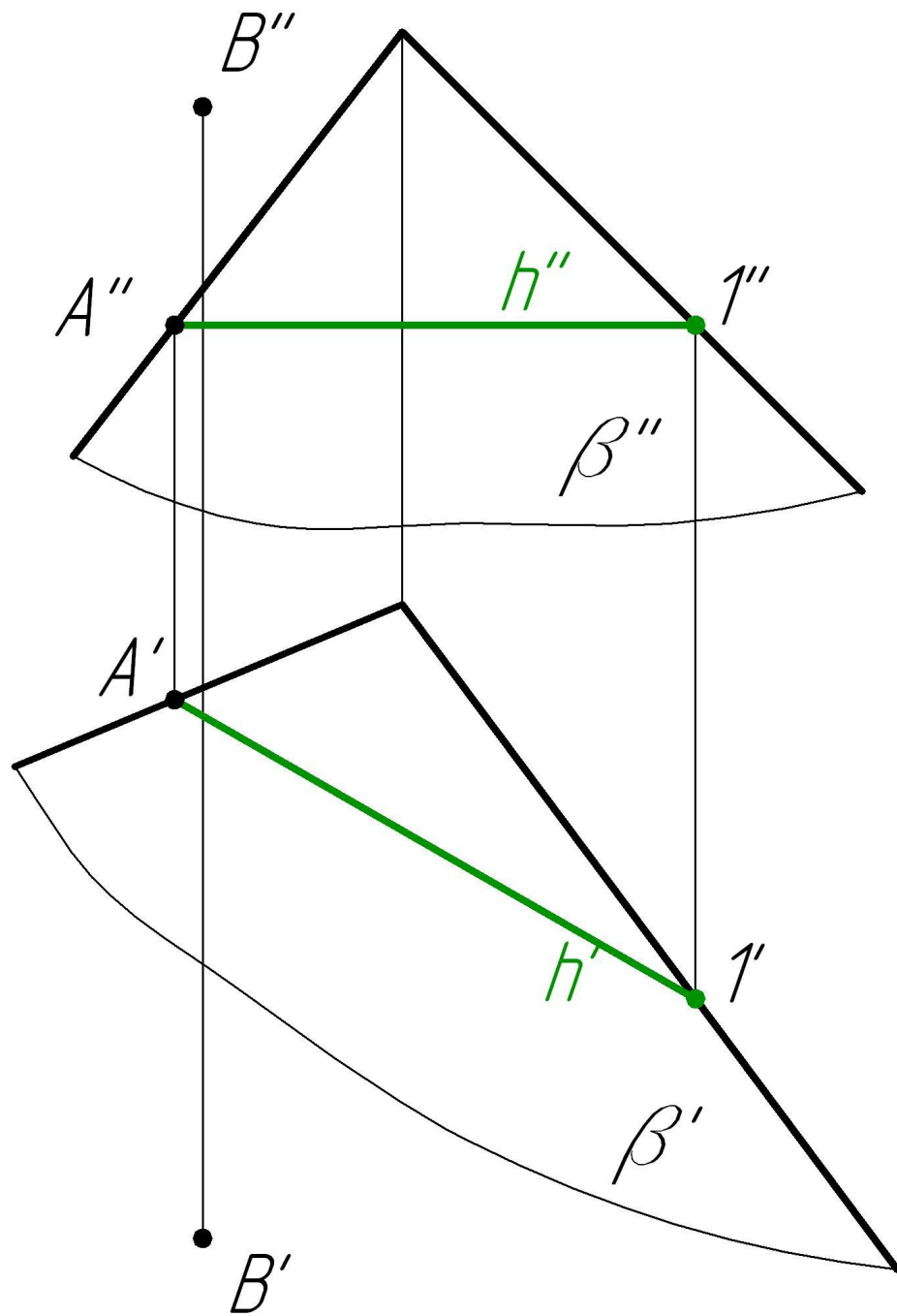
$$m \perp \alpha (h \cap v)$$

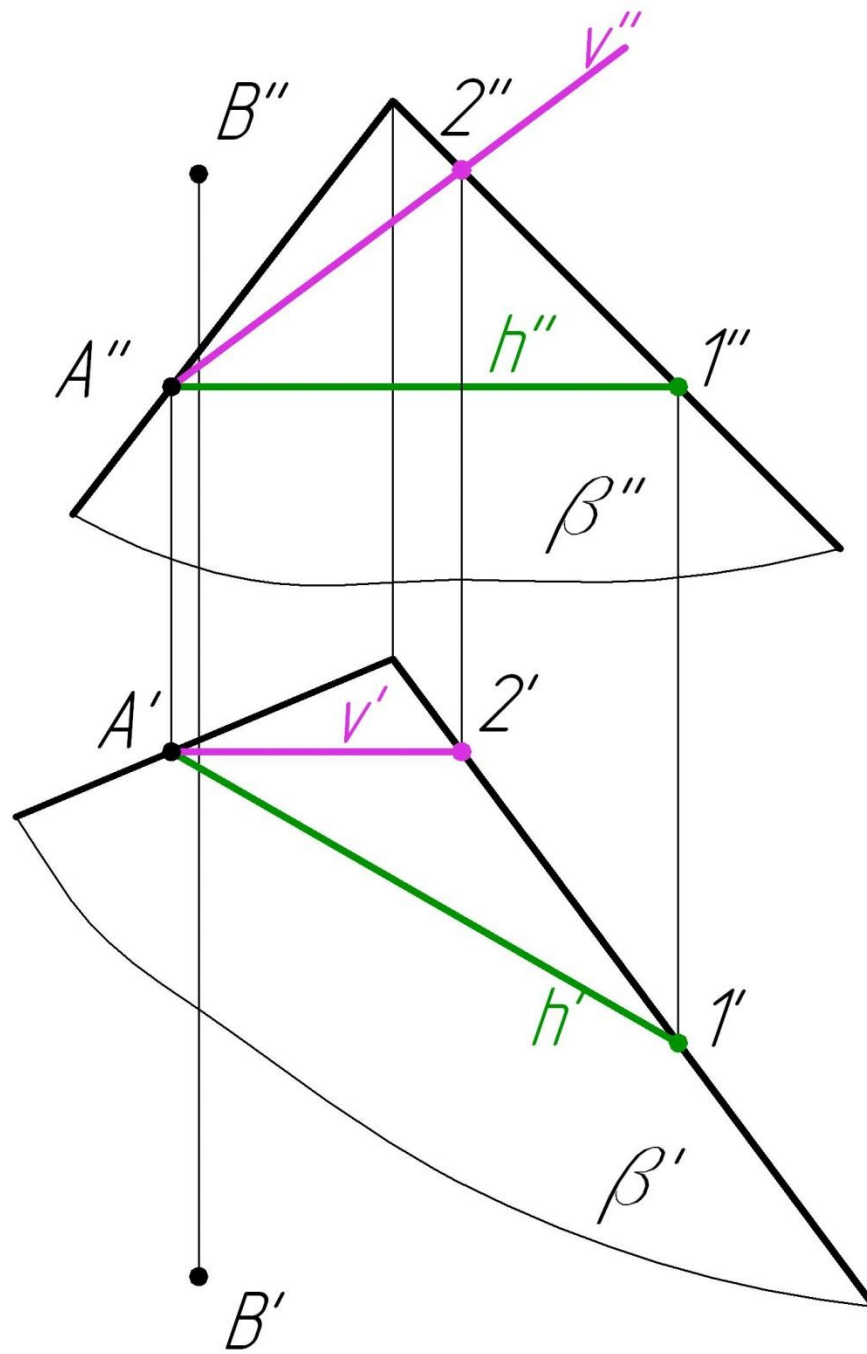
$$n' \perp h'; n'' \perp v'';$$

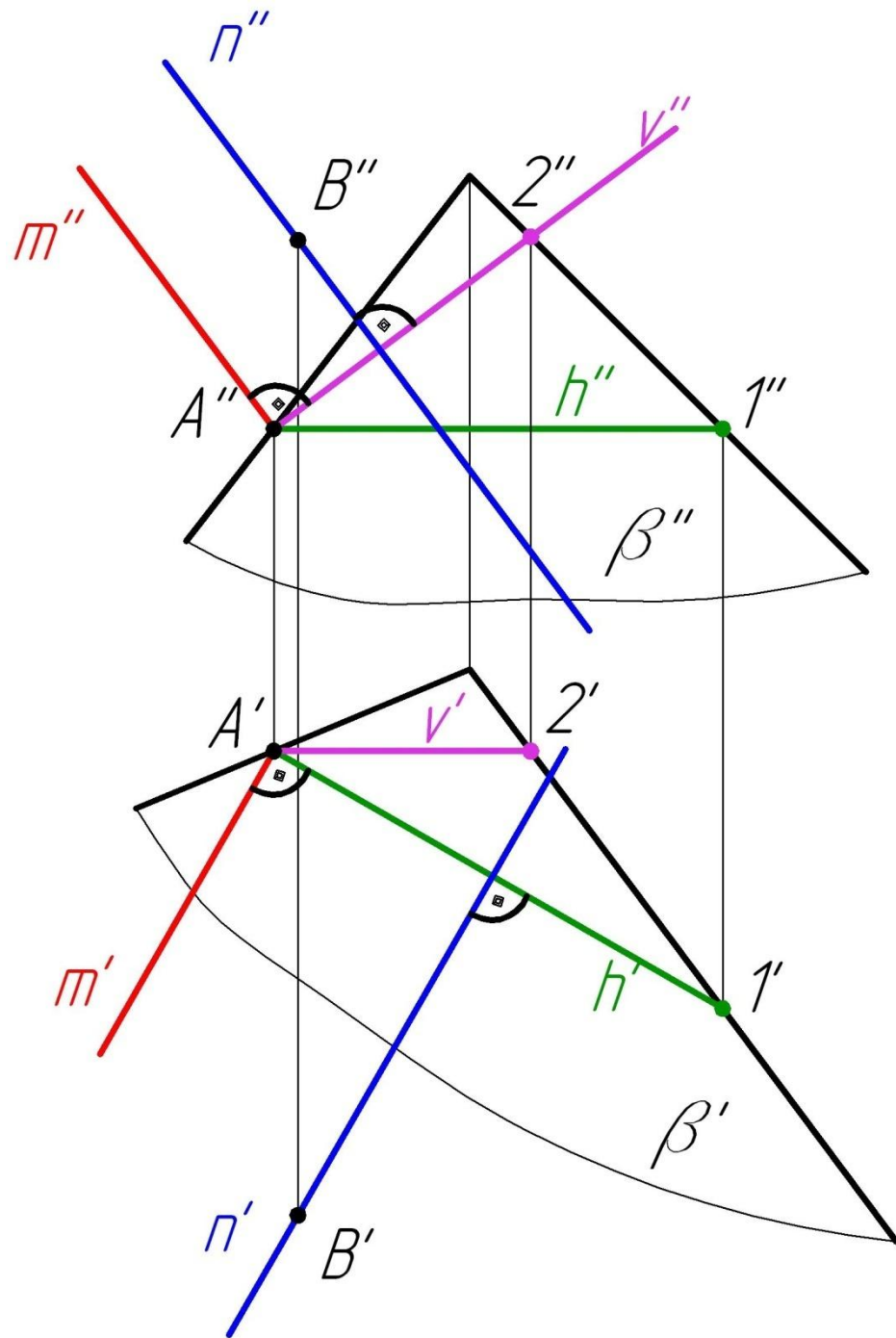
$$n \perp \alpha (h \cap v)$$

Пример 2: Из точки А и В провести прямые m и n перпендикулярные плоскости β .

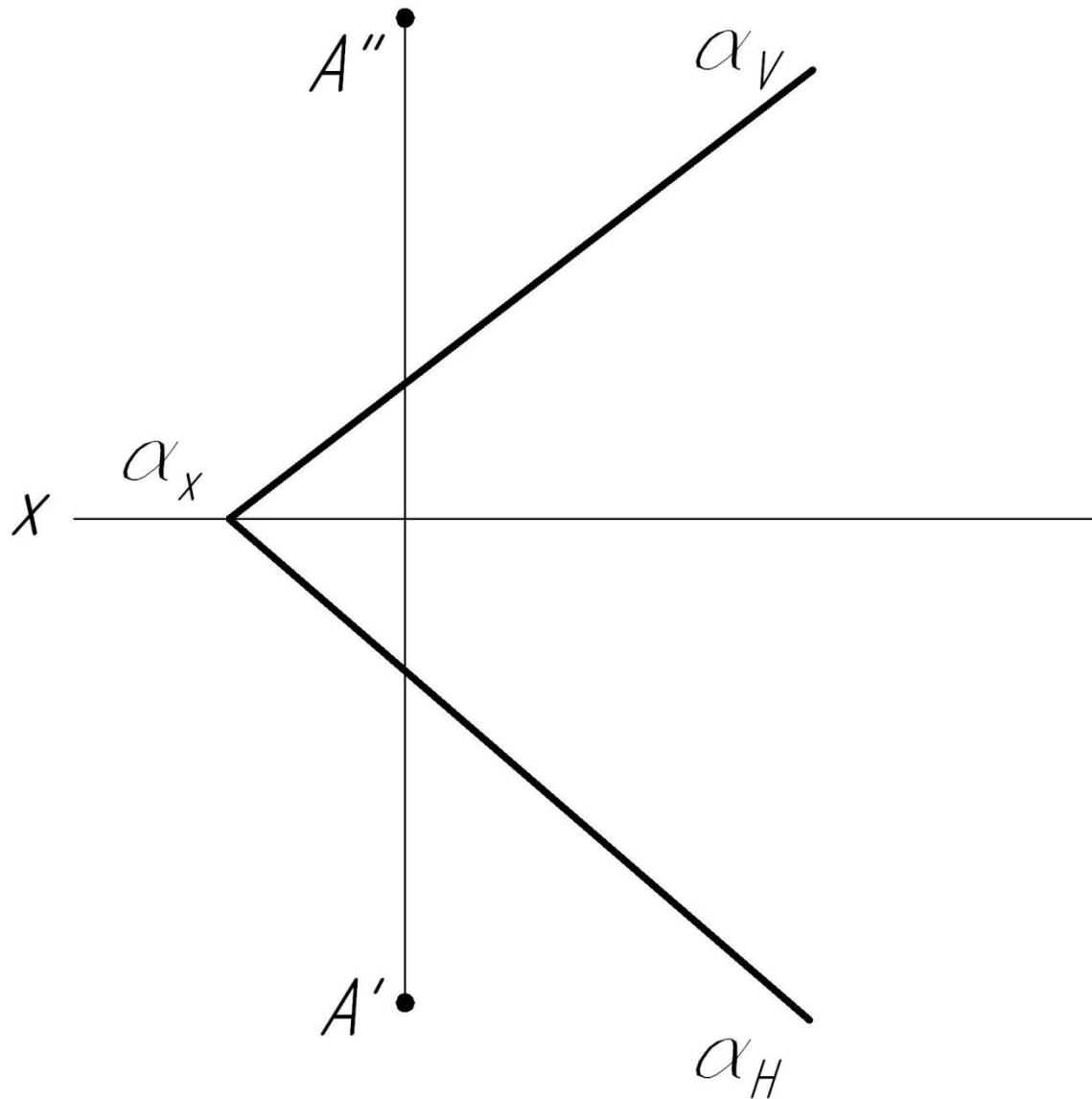


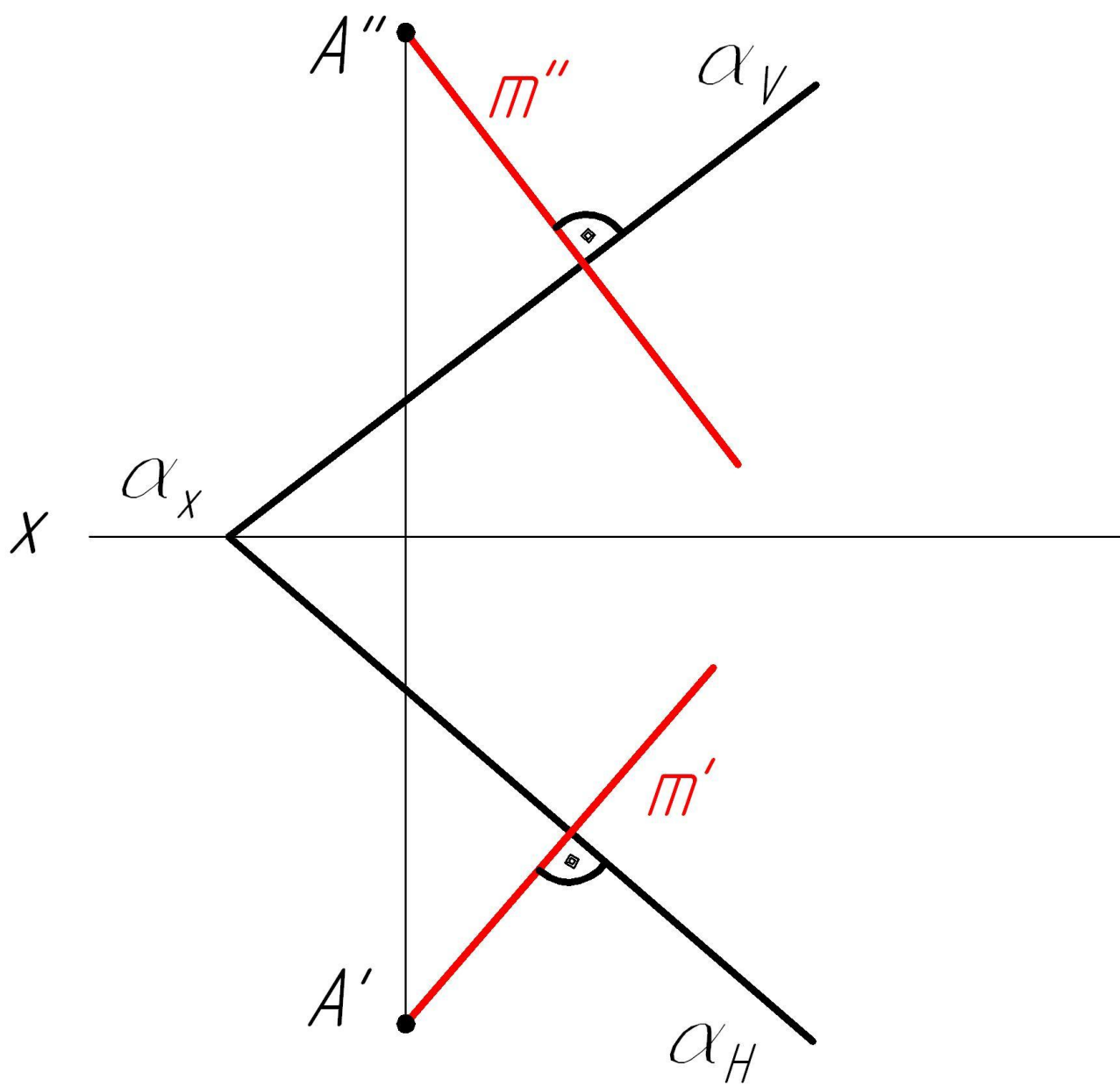






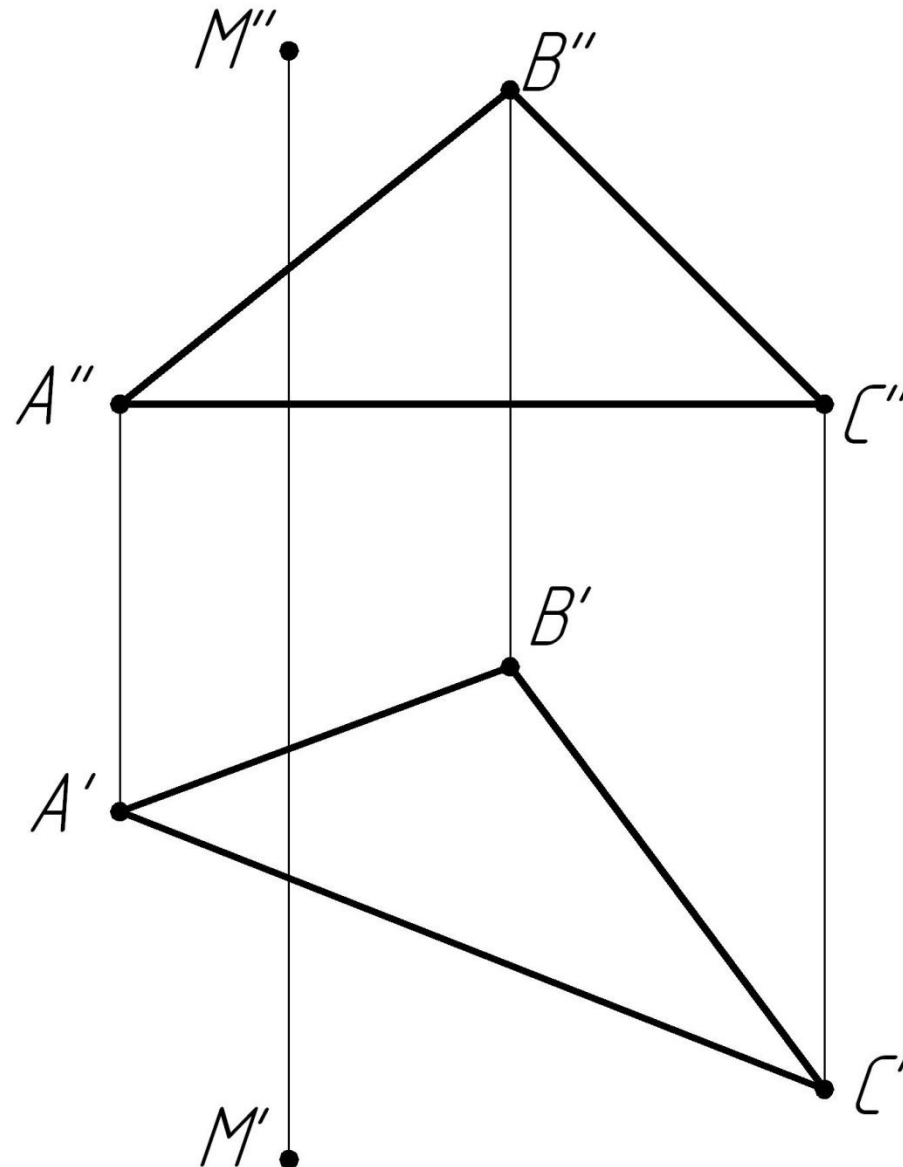
Если плоскость задана следами, то проекции перпендикуляра перпендикулярны одноименным следам плоскости.

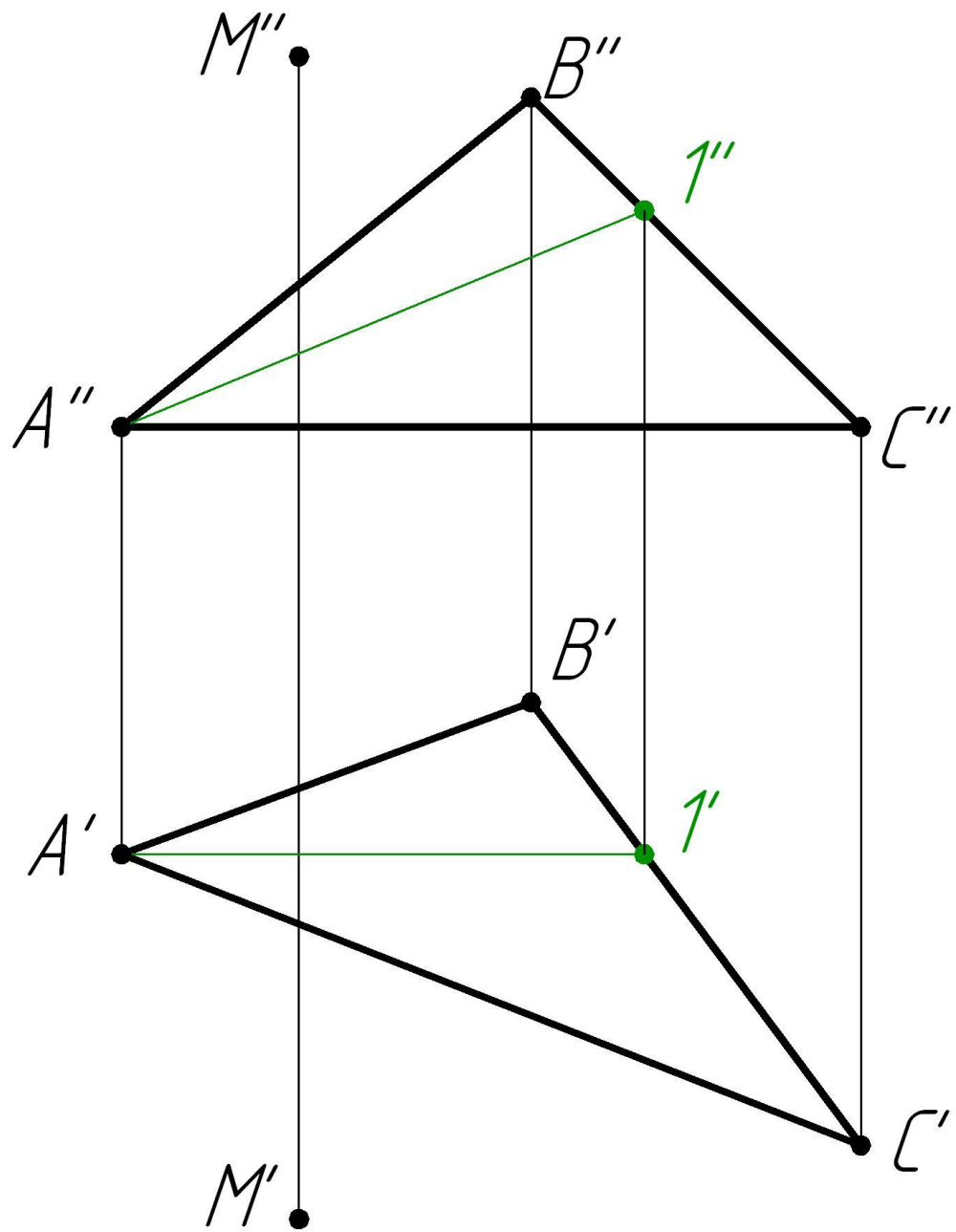


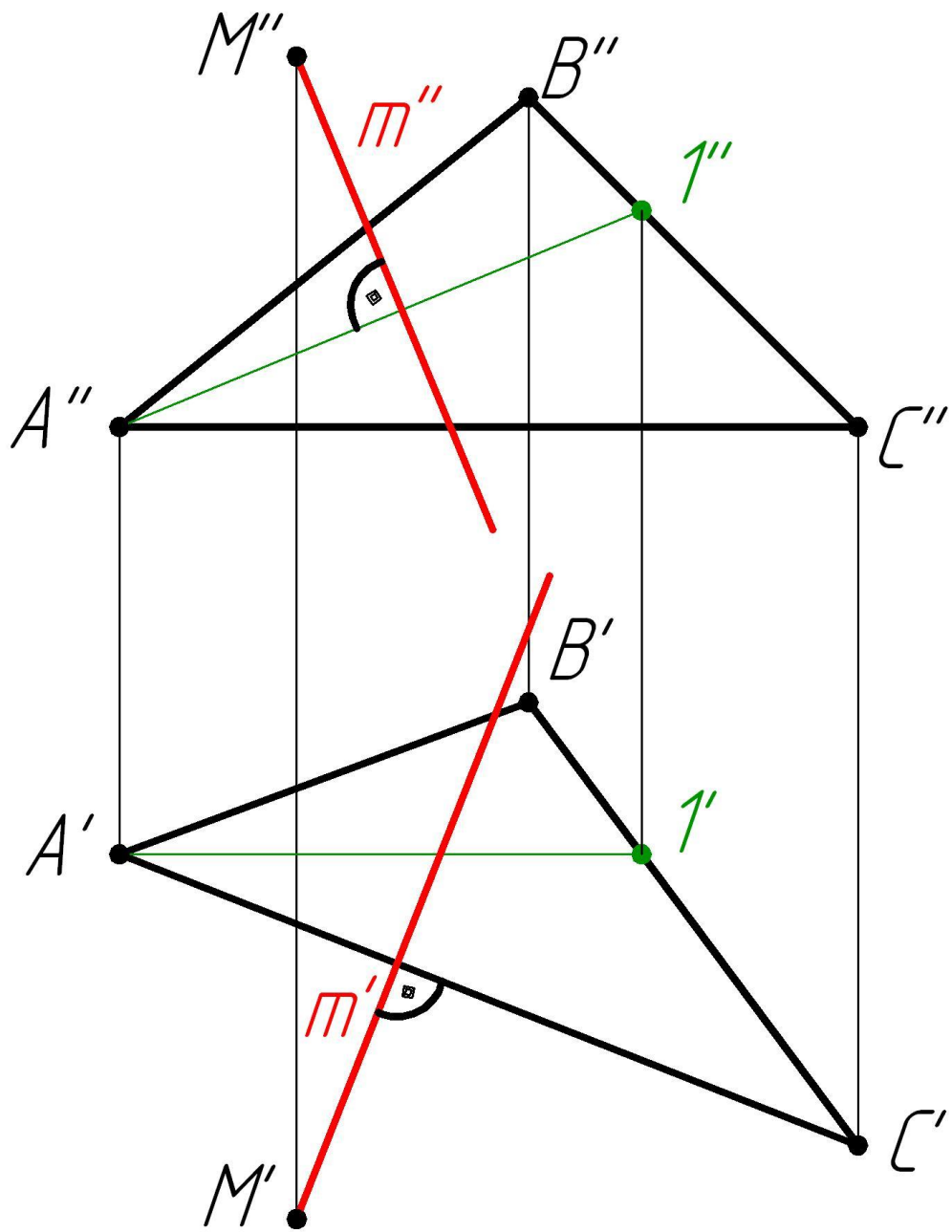


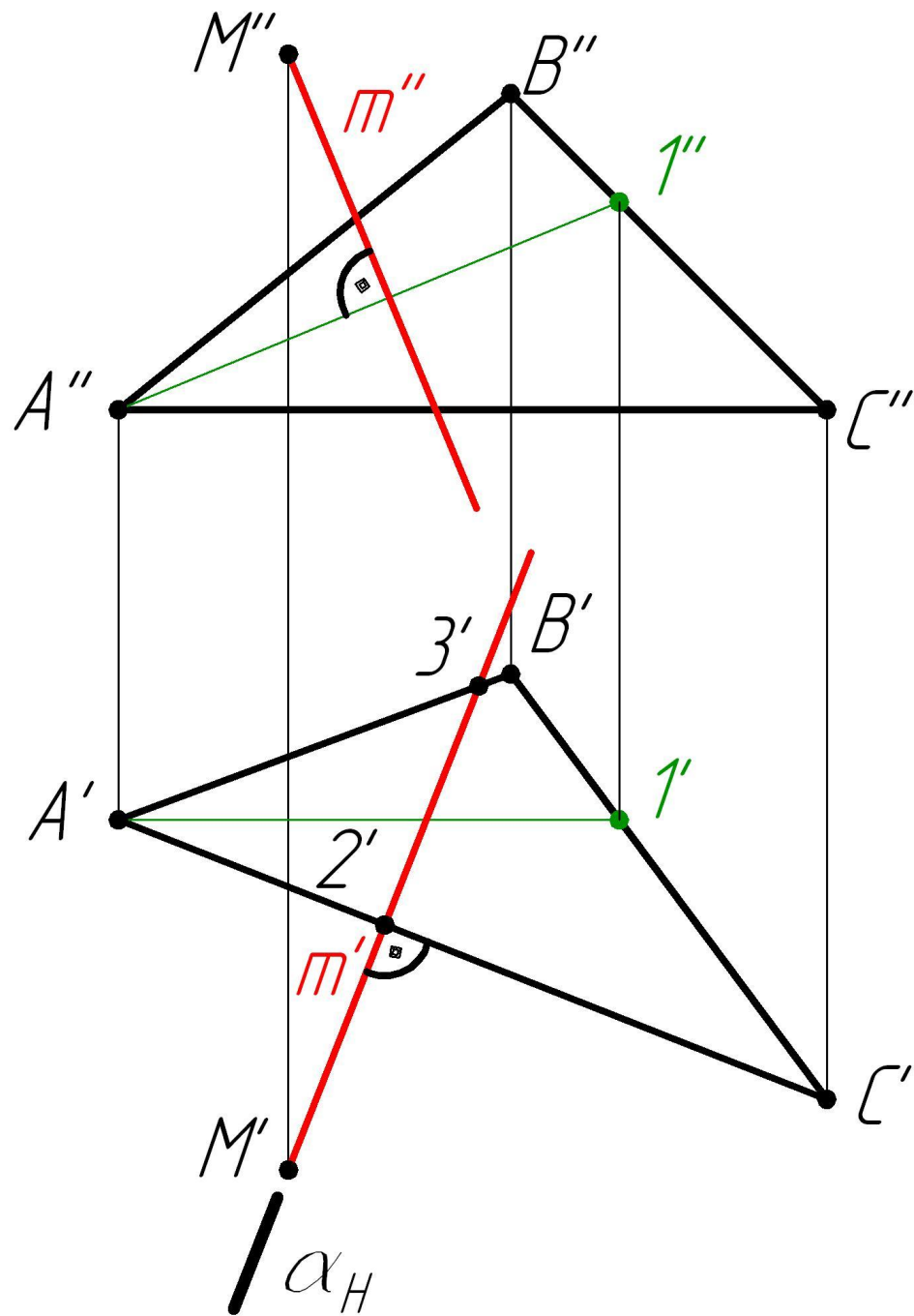
$m' \perp \alpha_H$; $m'' \perp \alpha_V$;
 $m \perp \alpha$

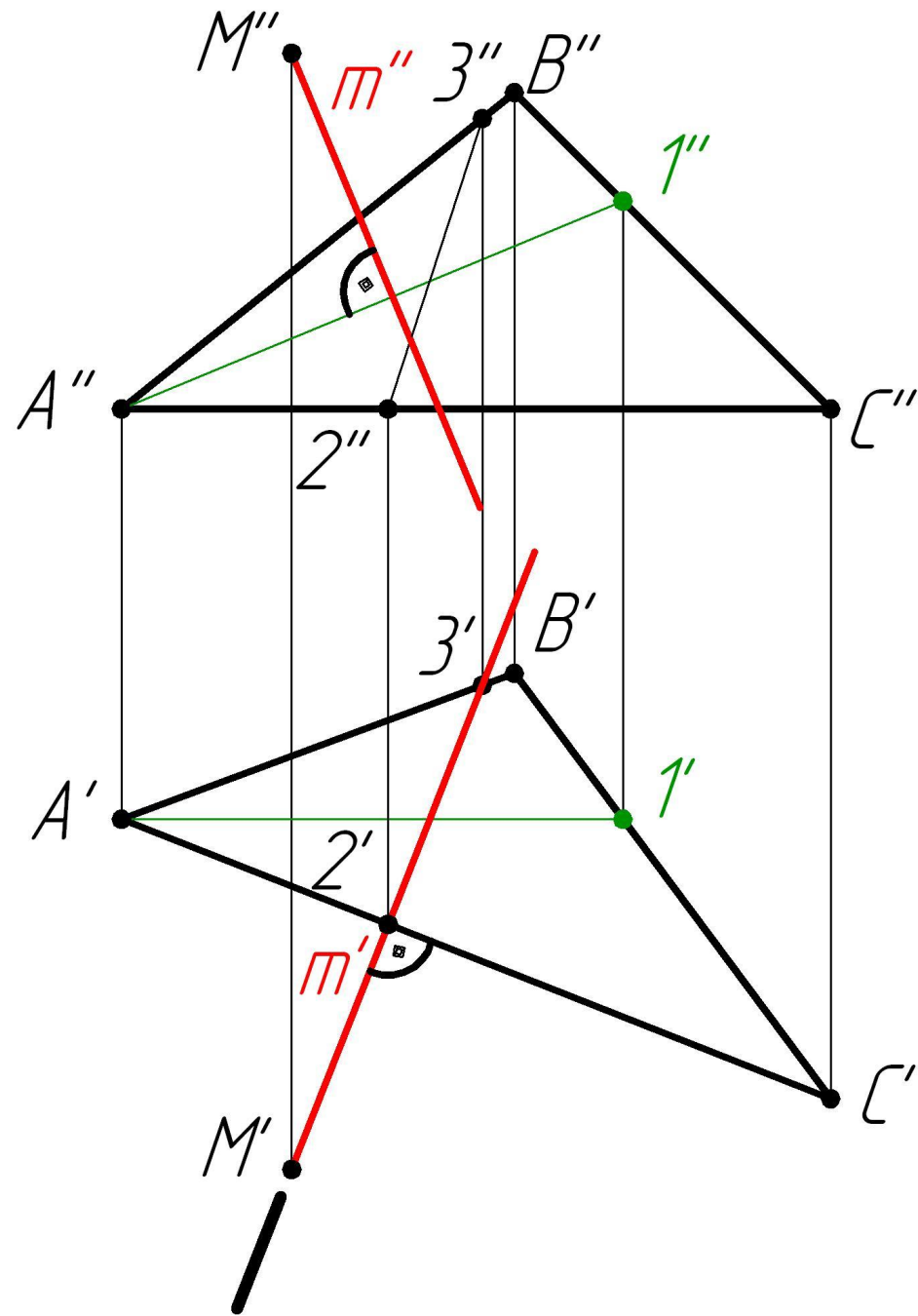
Пример 3: Определить расстояние от точки М до плоскости $\triangle ABC$.

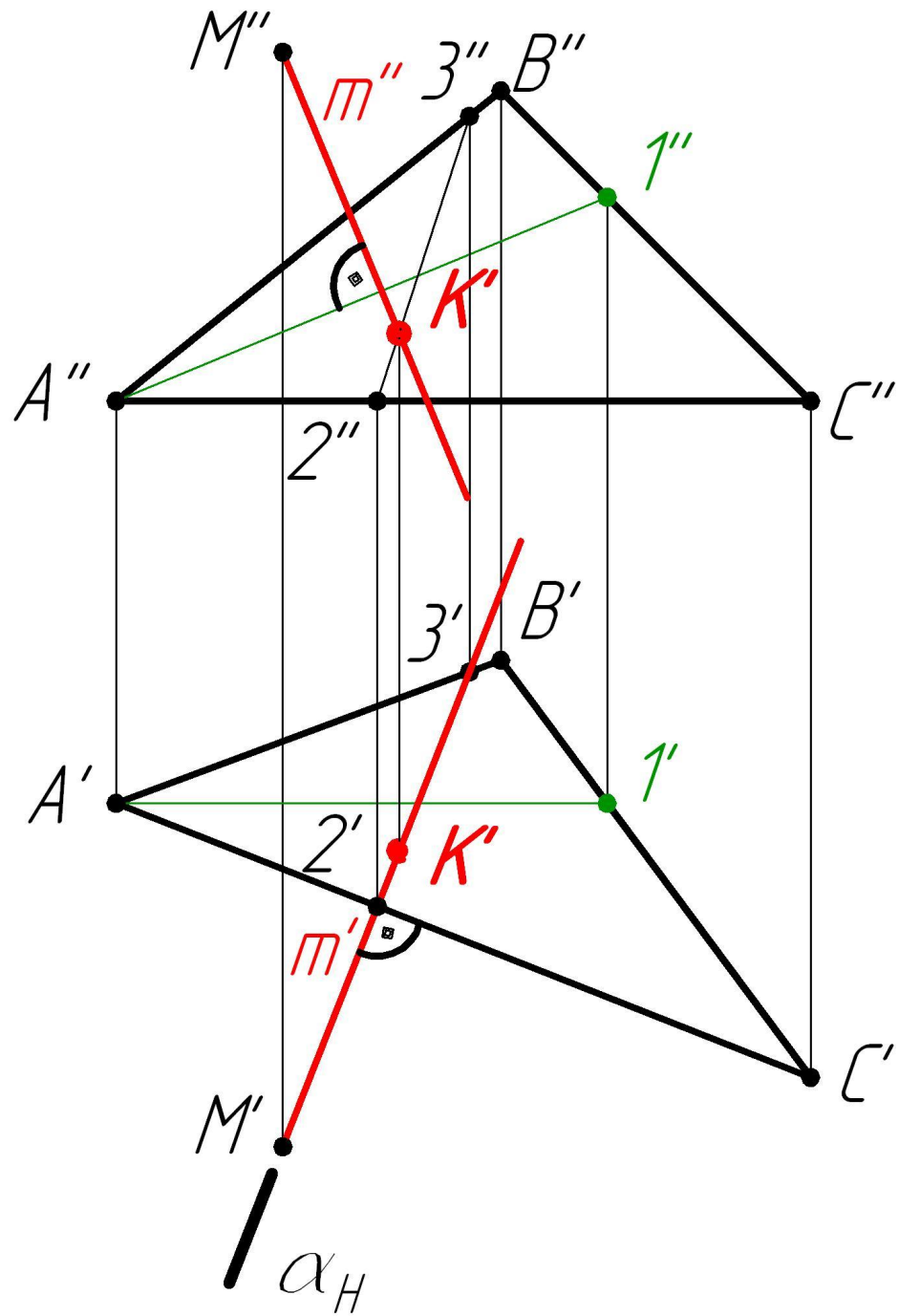


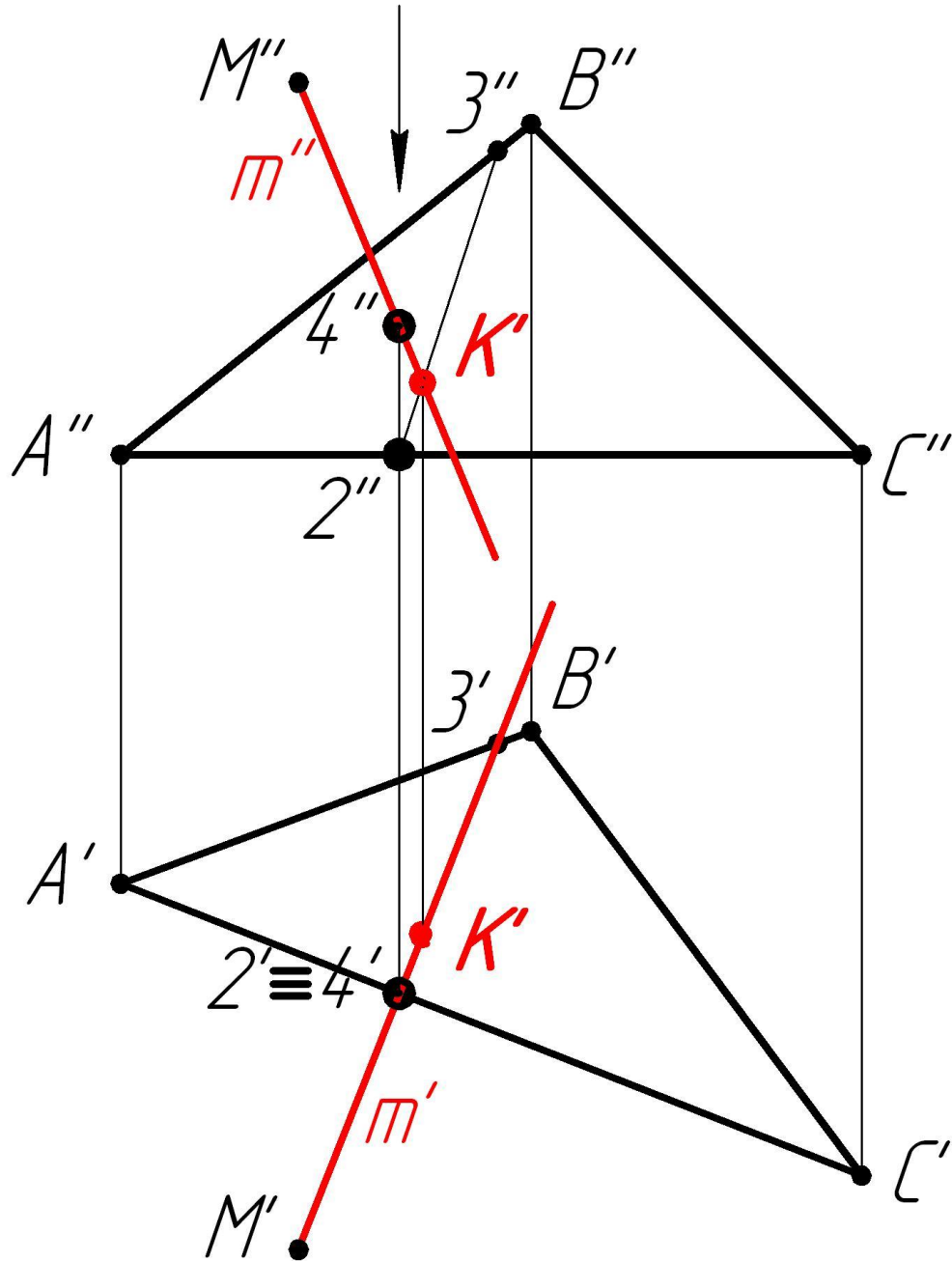


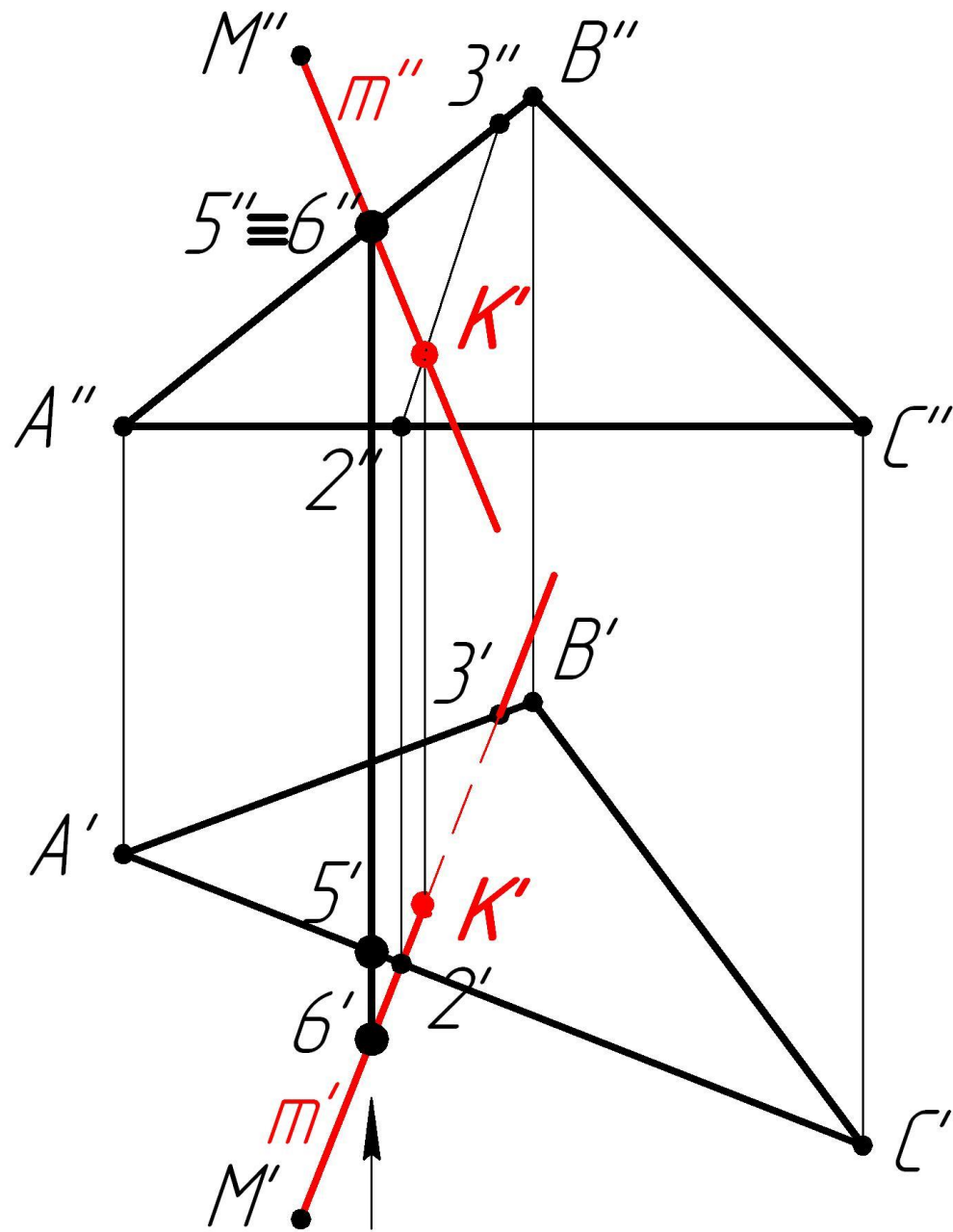


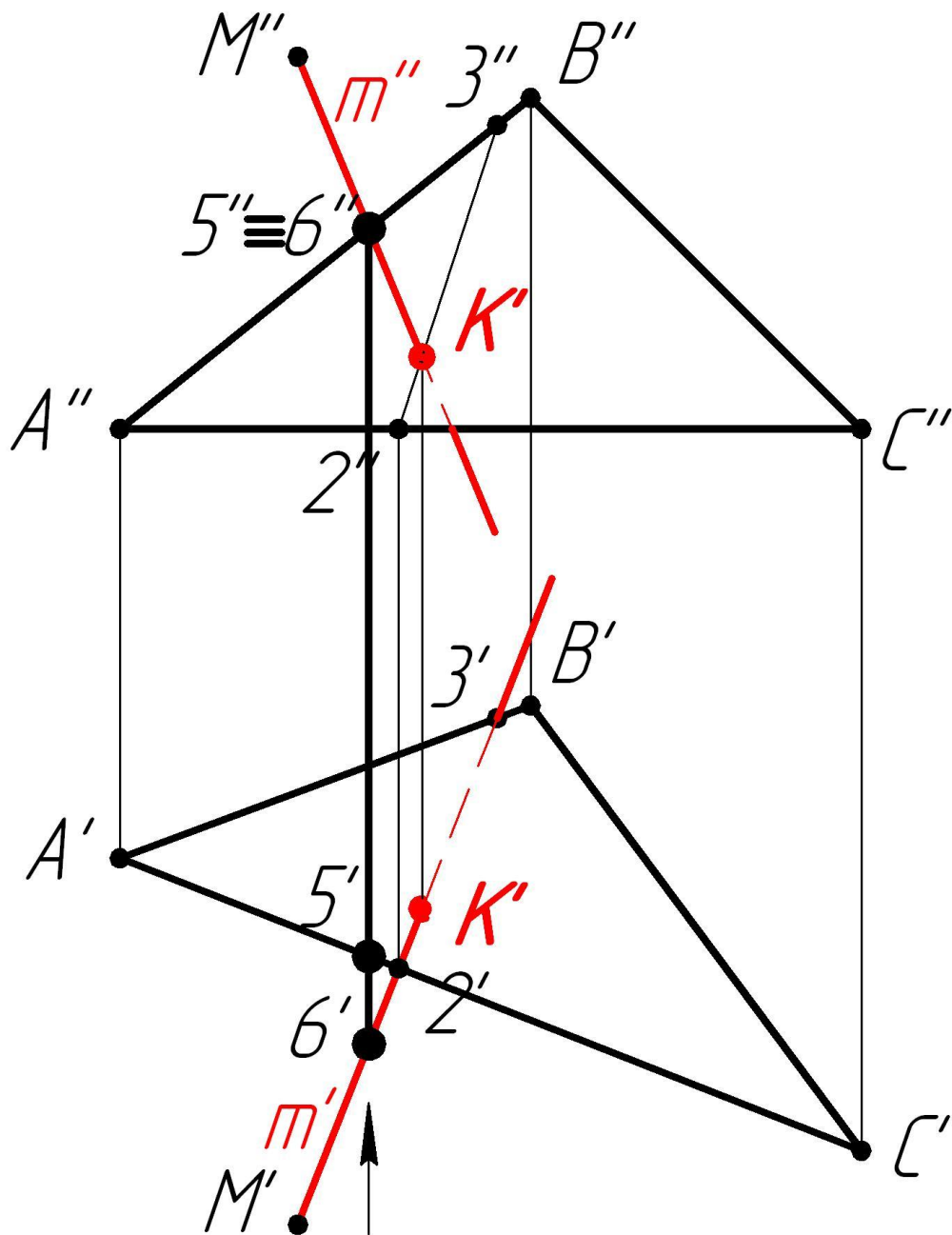


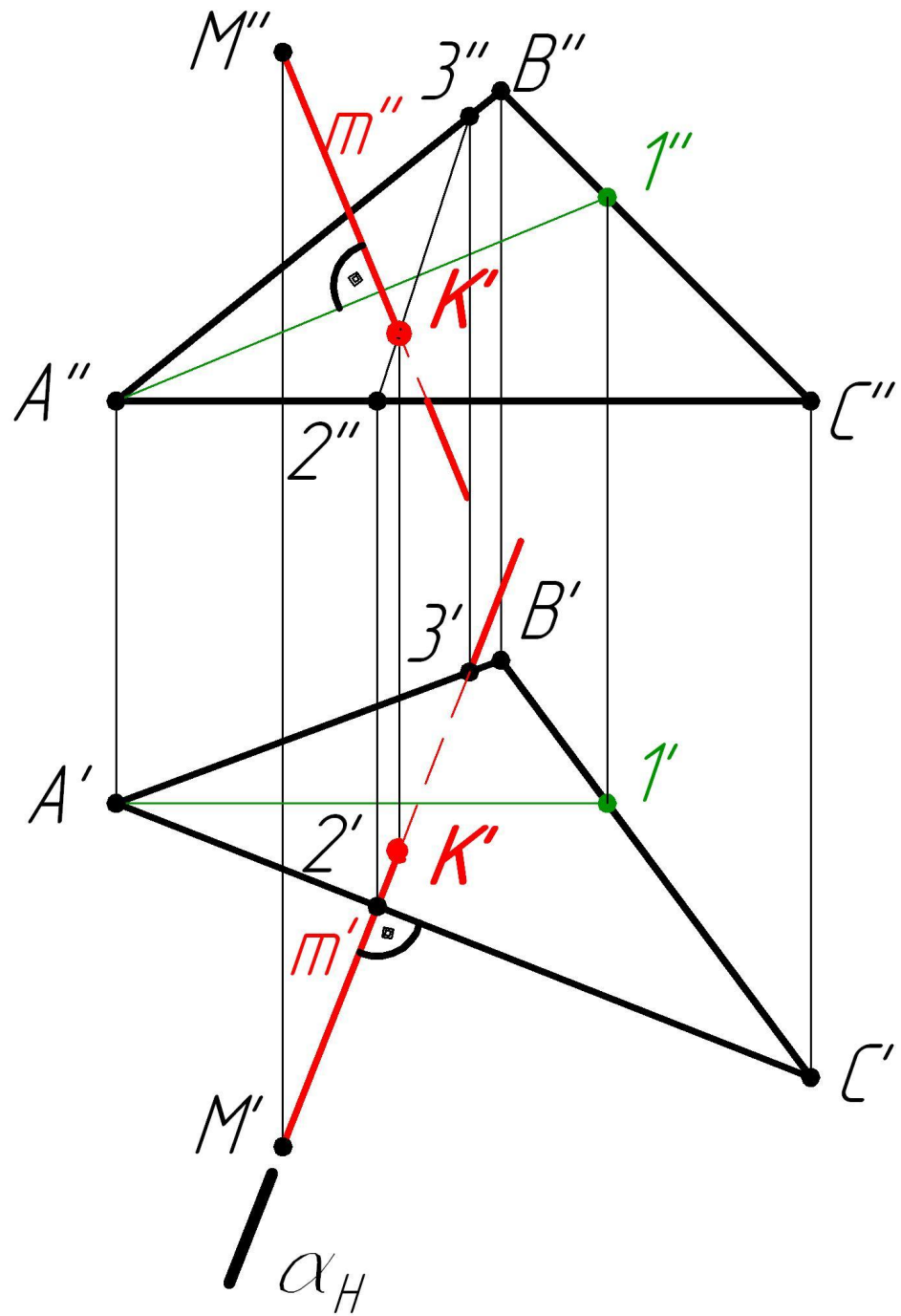


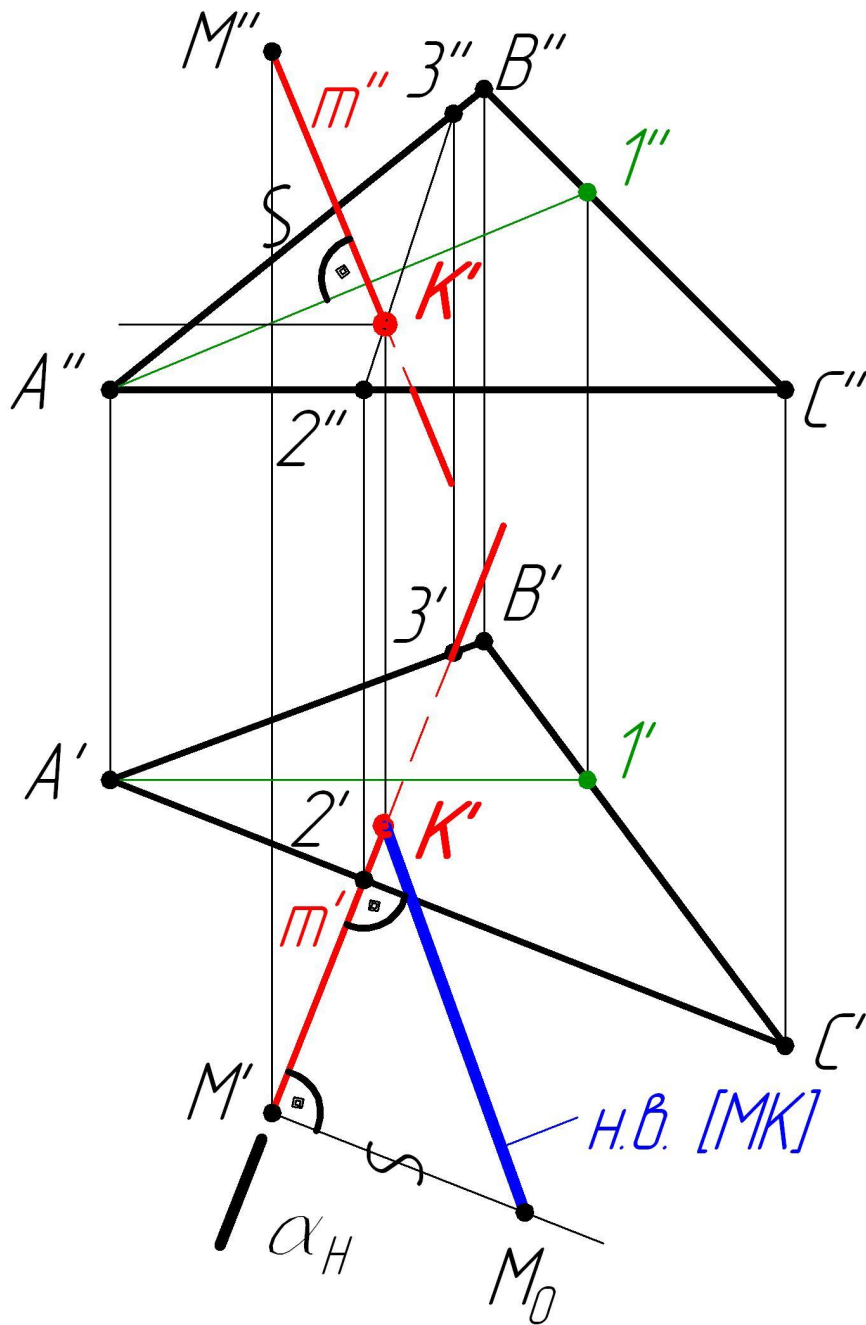












1. $2/AC$ – горизонталь
($A'C' \parallel OX$).

Строим фронталь A-1
($A'1' \parallel OX$)

2. $m' \perp A'C'$; $m'' \perp A''1''$
($m \perp \Delta ABC$)

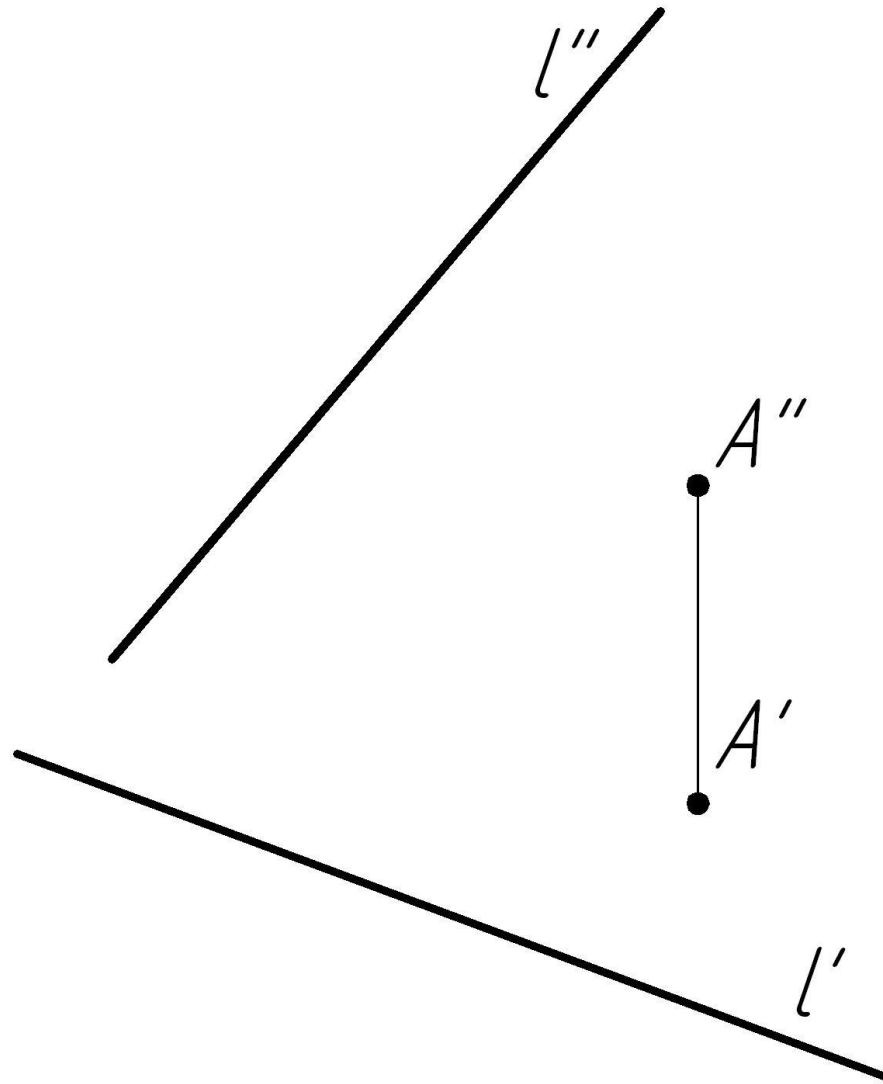
3. Заключаем m' в
горизонтально-
проецирующую плоскость α

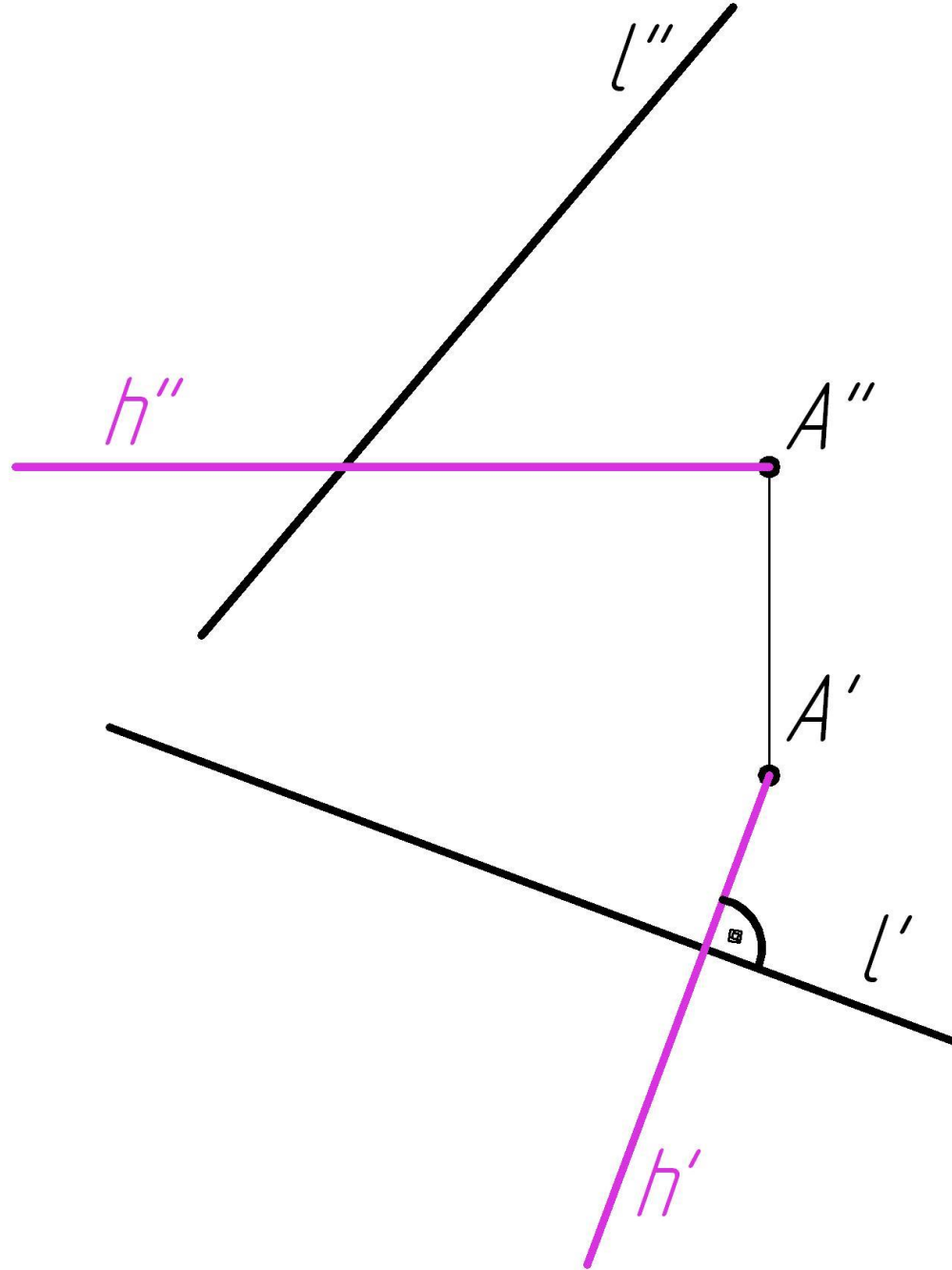
4. $\alpha \cap \Delta ABC = (2-3)$

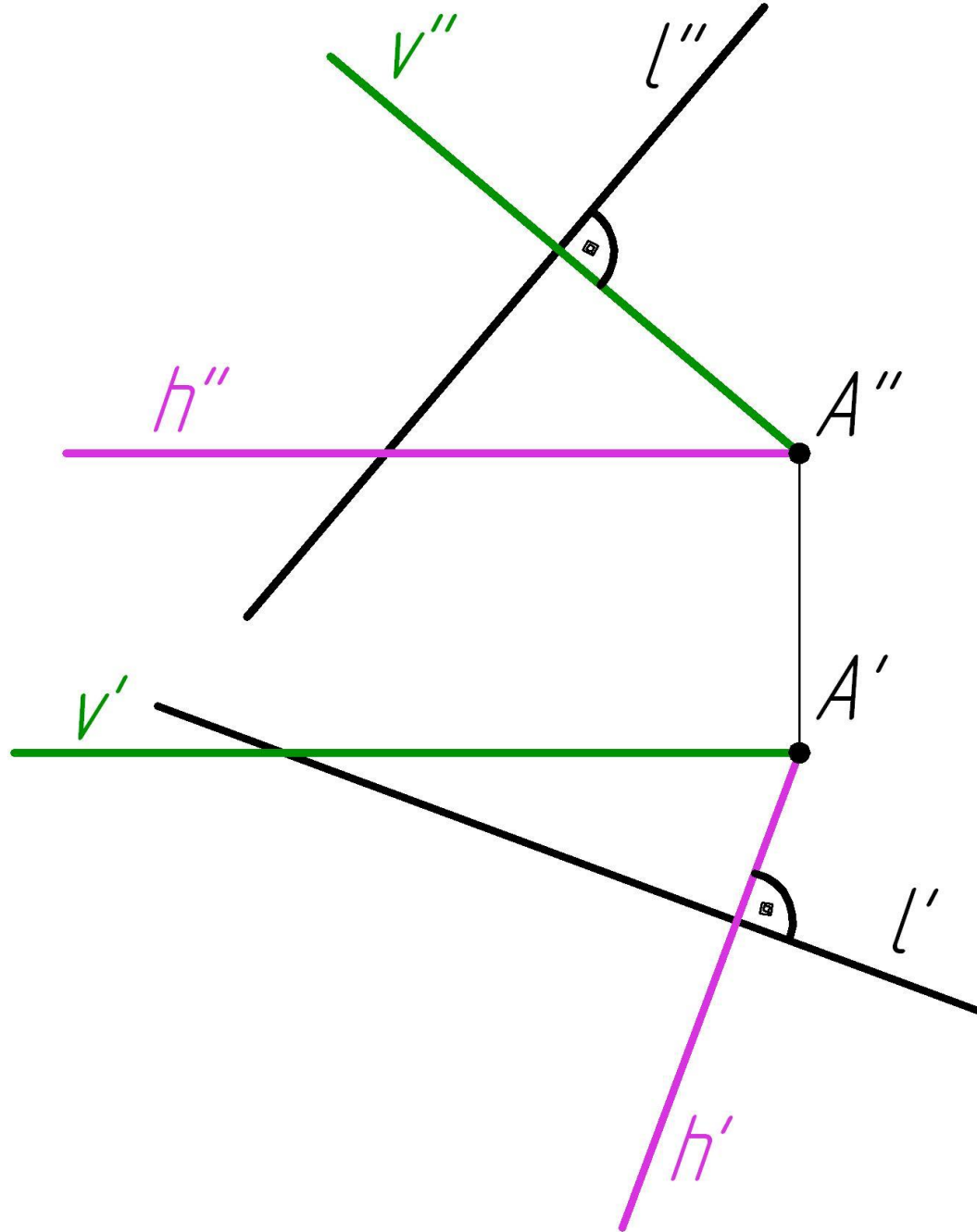
5. $(2''-3'') \cap m'' = K''$
 $m \cap \Delta ABC = K$

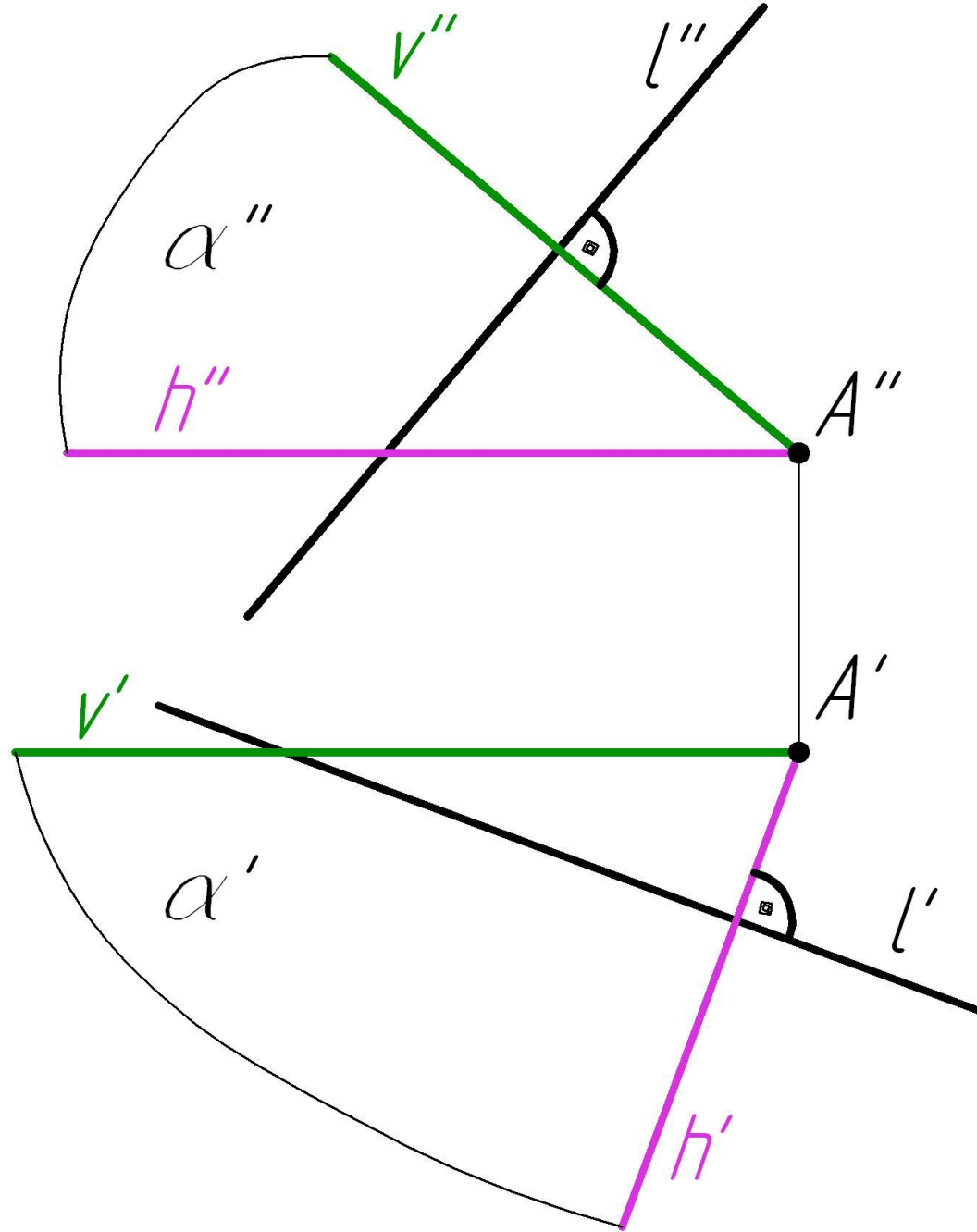
6. Определяем н.в. $[MK]$

Пример 4: Через точку A провести плоскость, перпендикулярную прямой l .









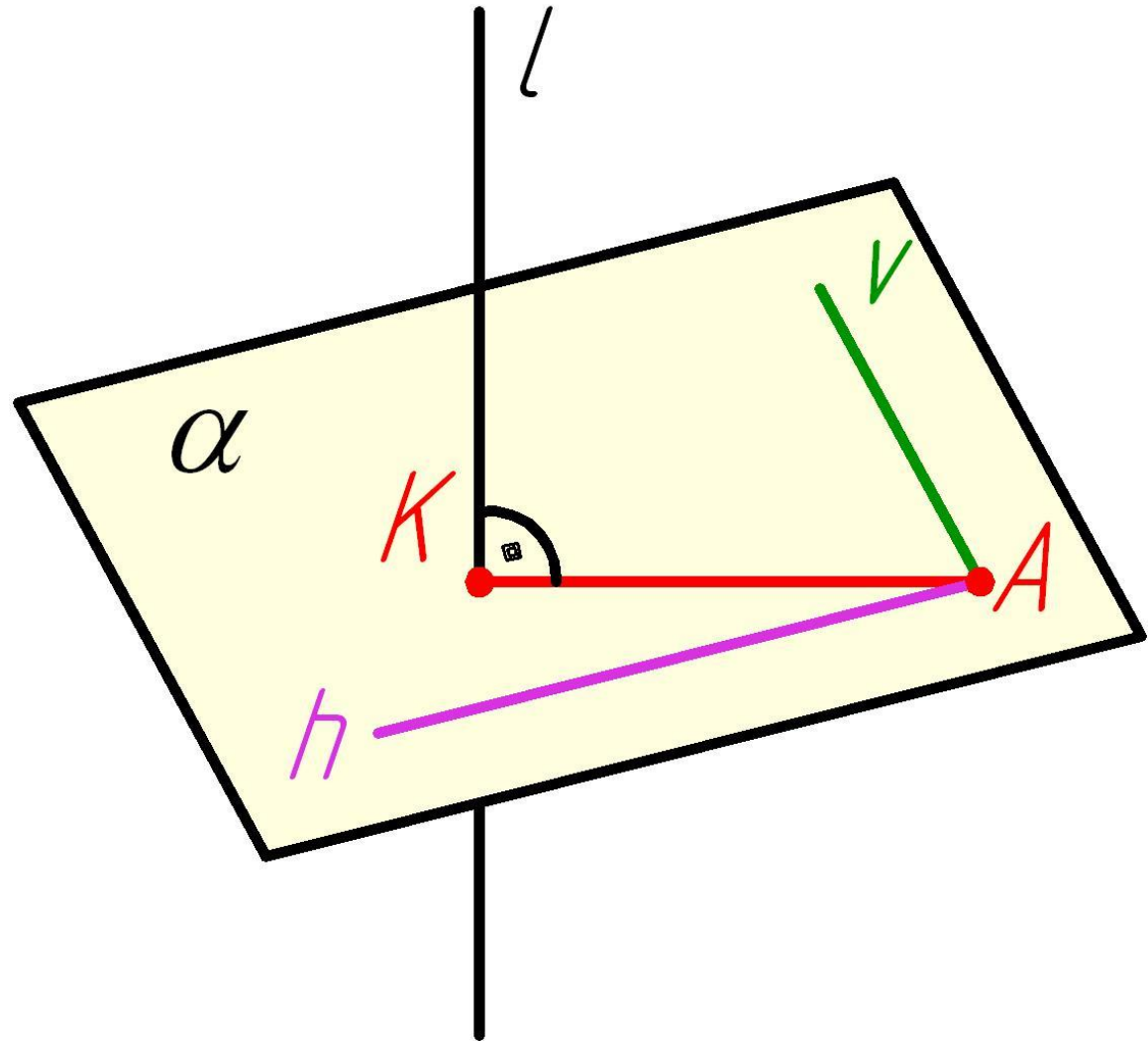
5.4. Перпендикулярность двух прямых в общем случае

Две прямые перпендикулярны плоскости, если одна из них принадлежит плоскости, перпендикулярной к другой прямой.

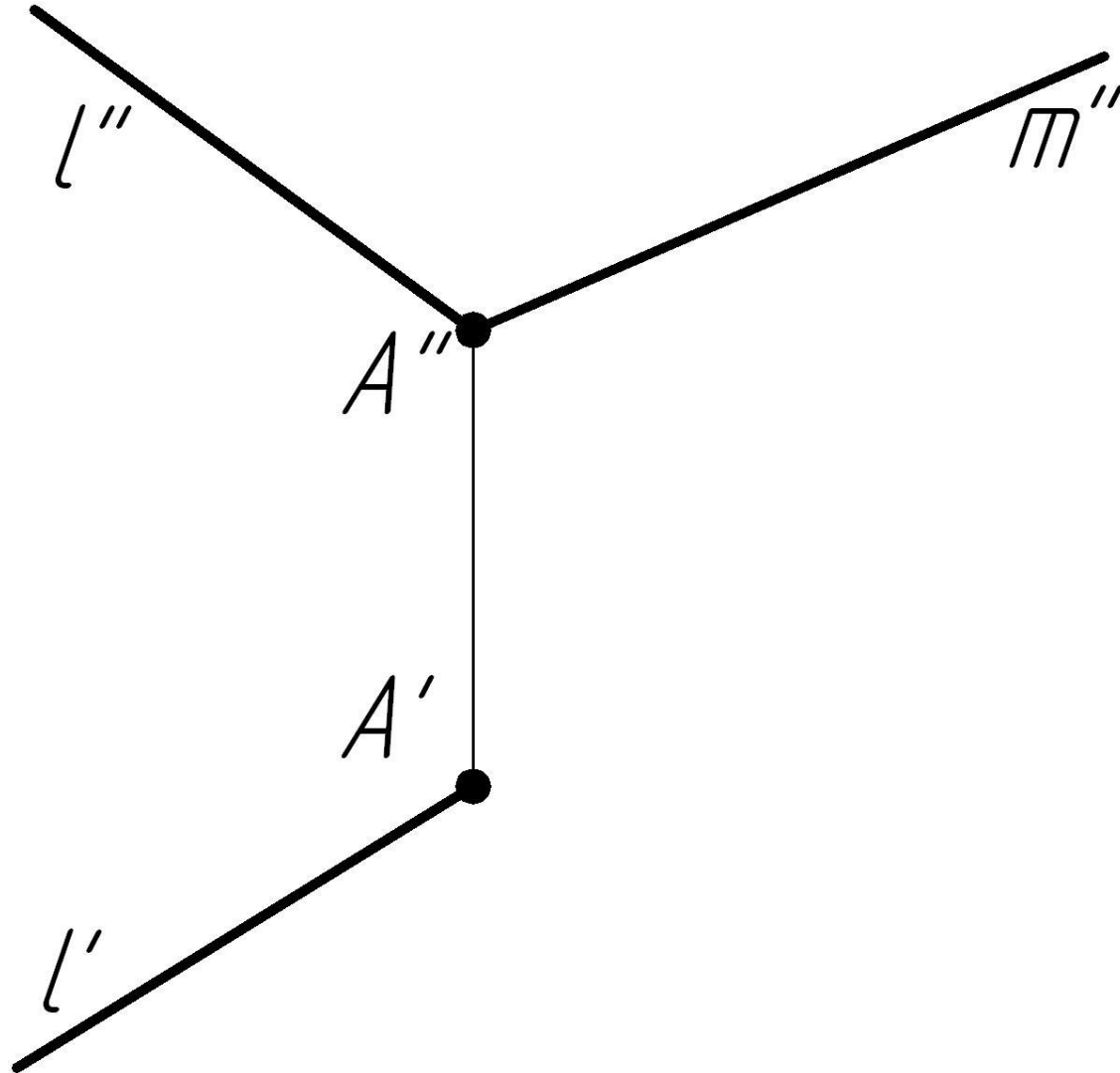
$$\alpha(h \cap v) \perp l$$

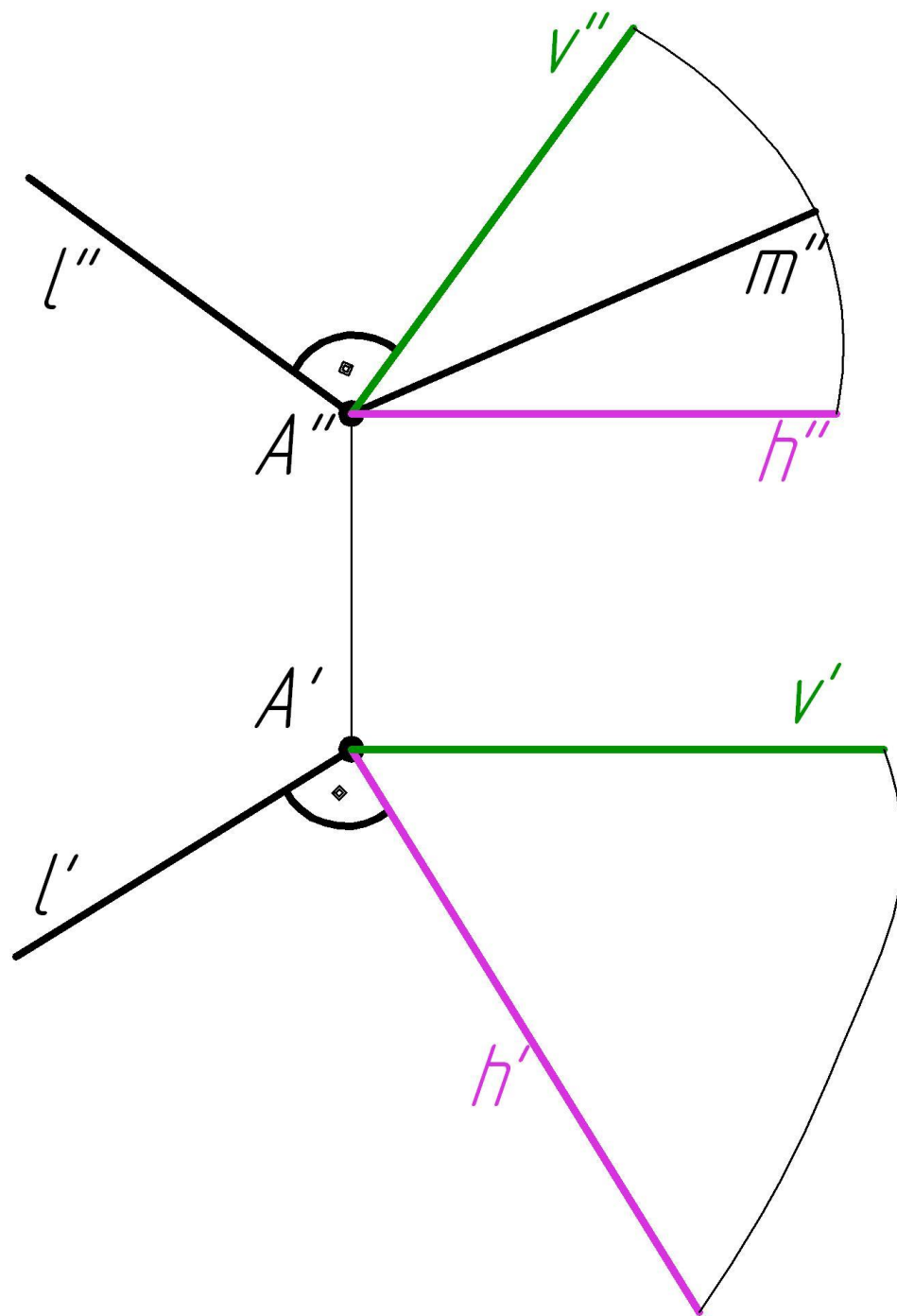
$$\alpha \cap l = K$$

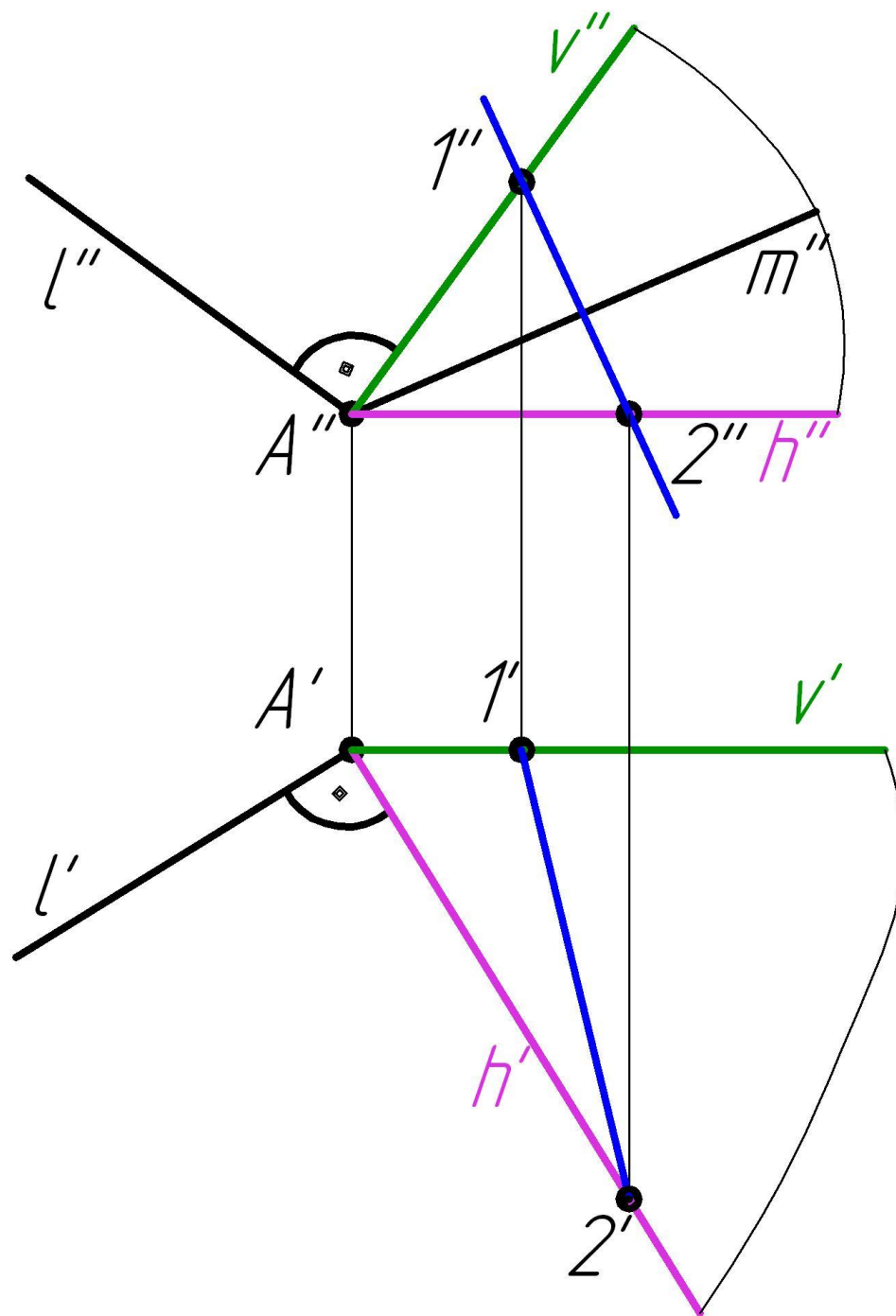
$$AK \perp l$$

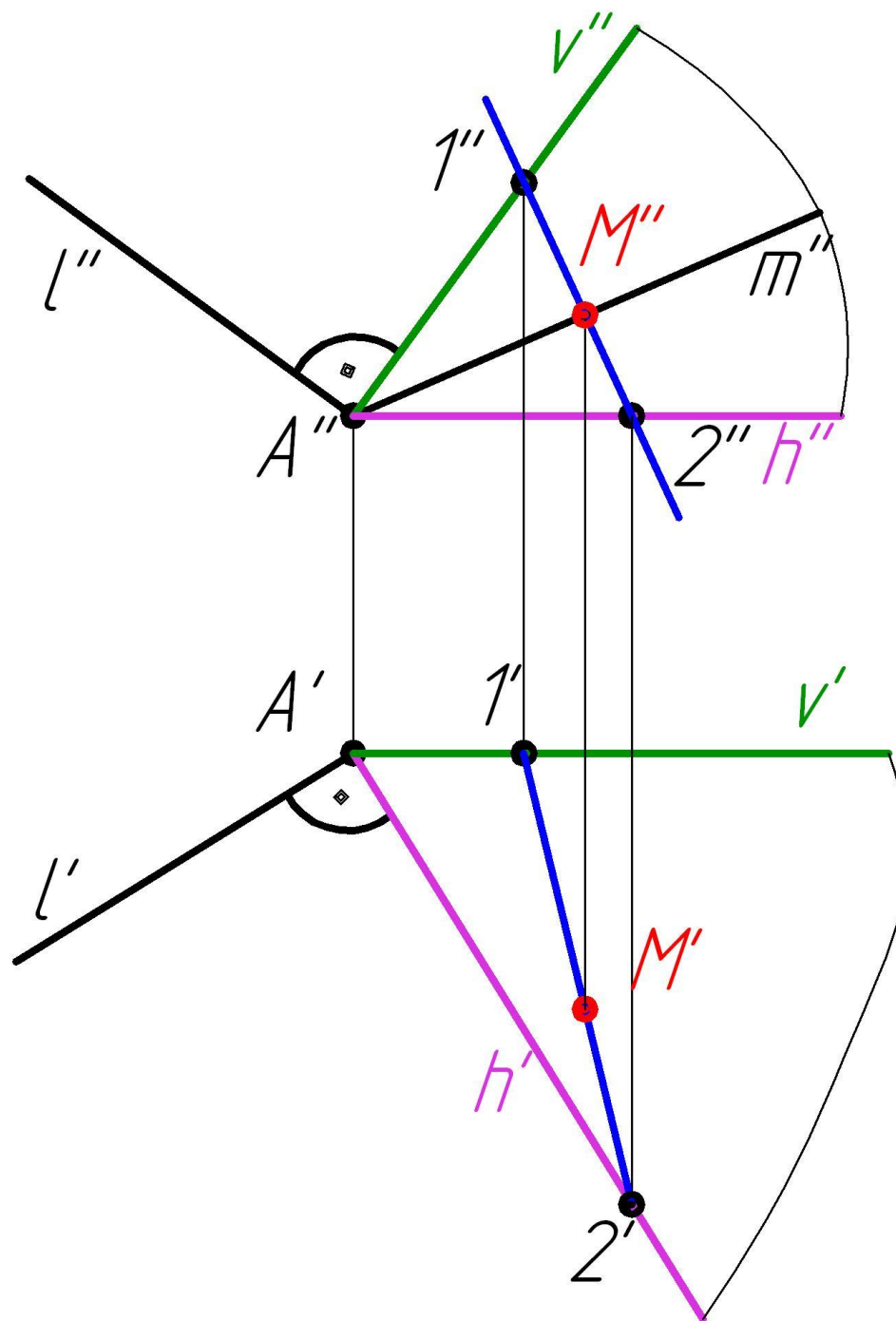


Пример 5: Построить горизонтальную проекцию прямой m , если $m \perp l$.



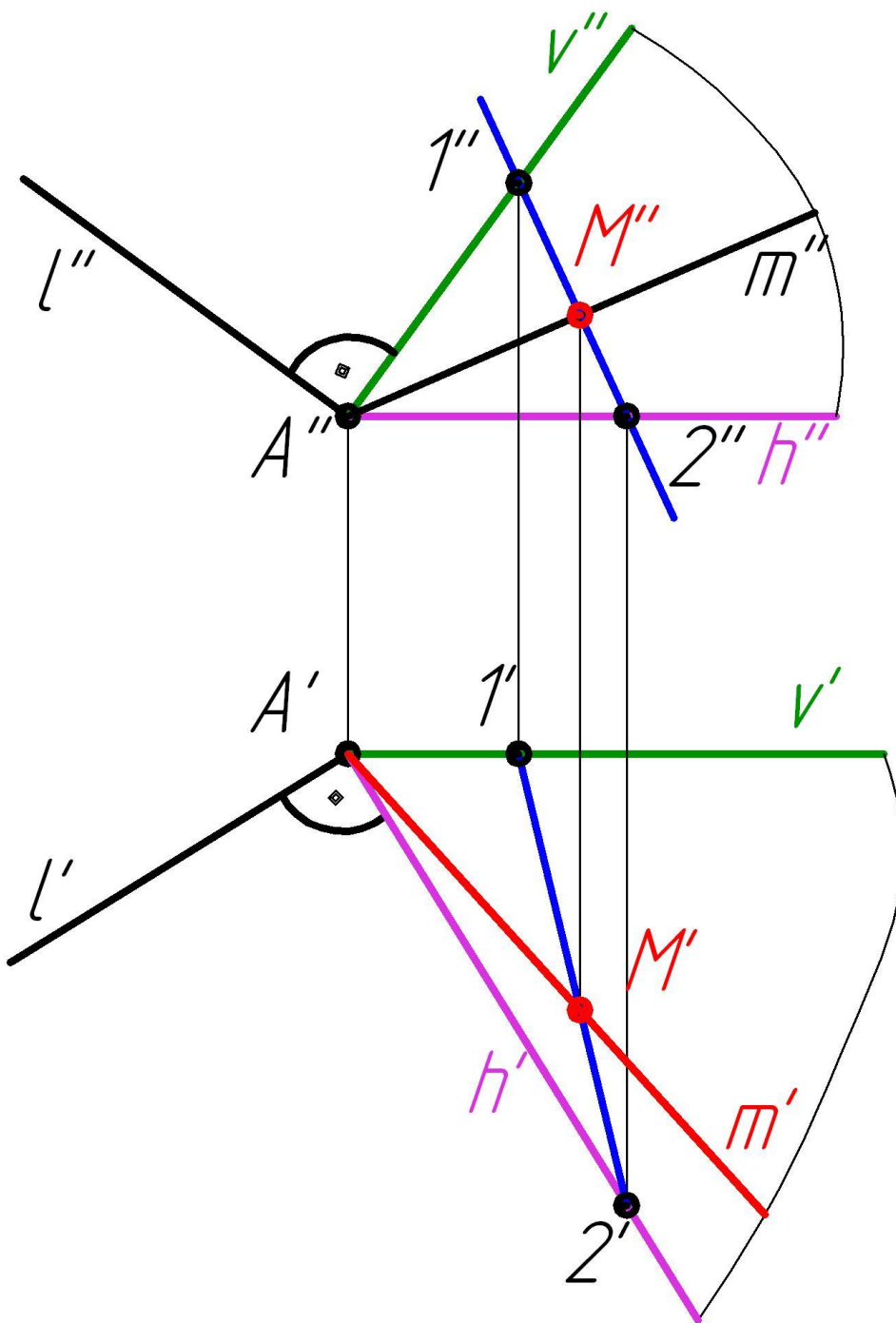






Алгоритм решения:

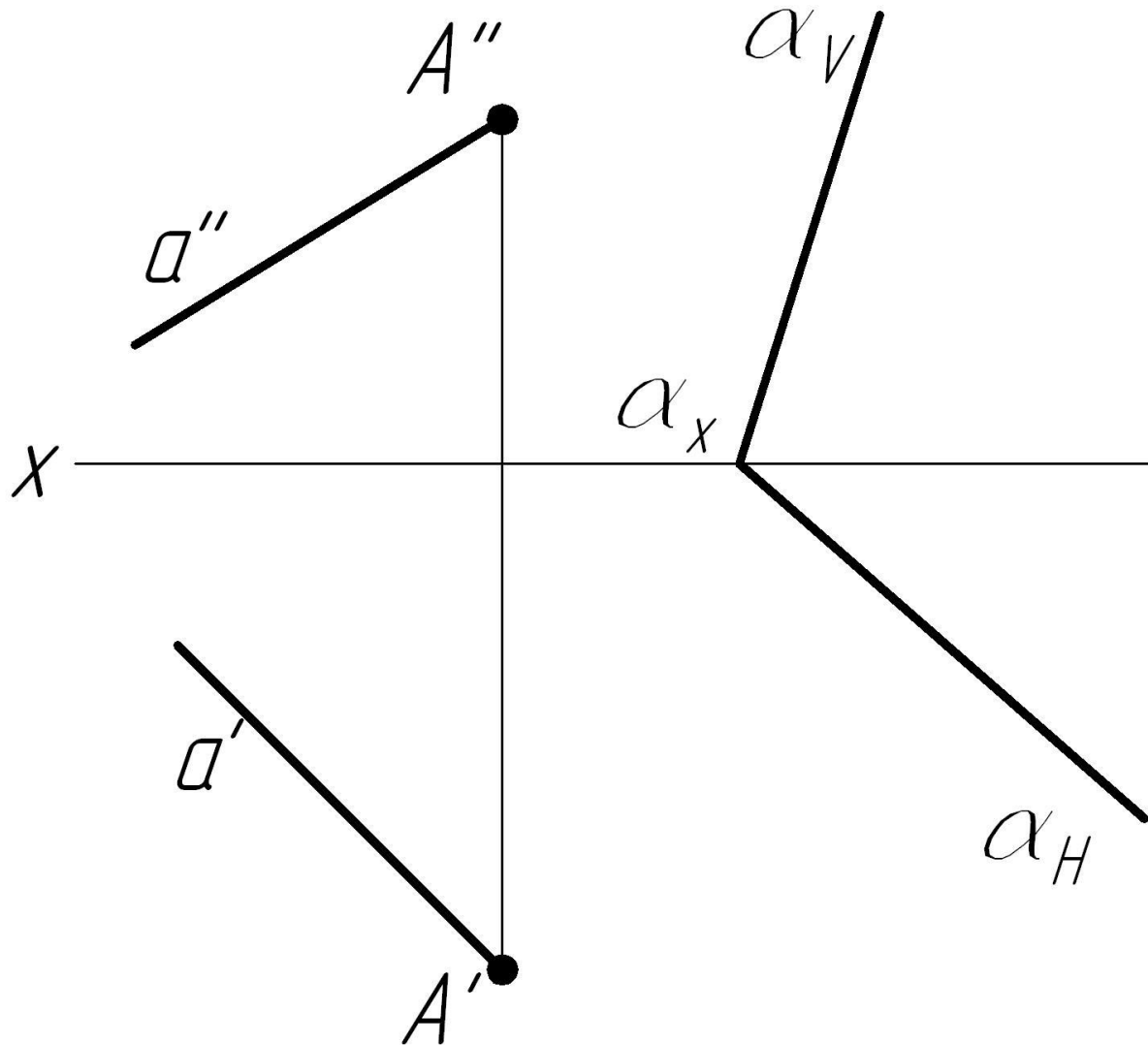
1. $\alpha (h \cap v) \perp l; A \subset \alpha$
2. $m \subset \alpha; (1-2) \cap m = M$
 $(1-2) \subset \alpha$

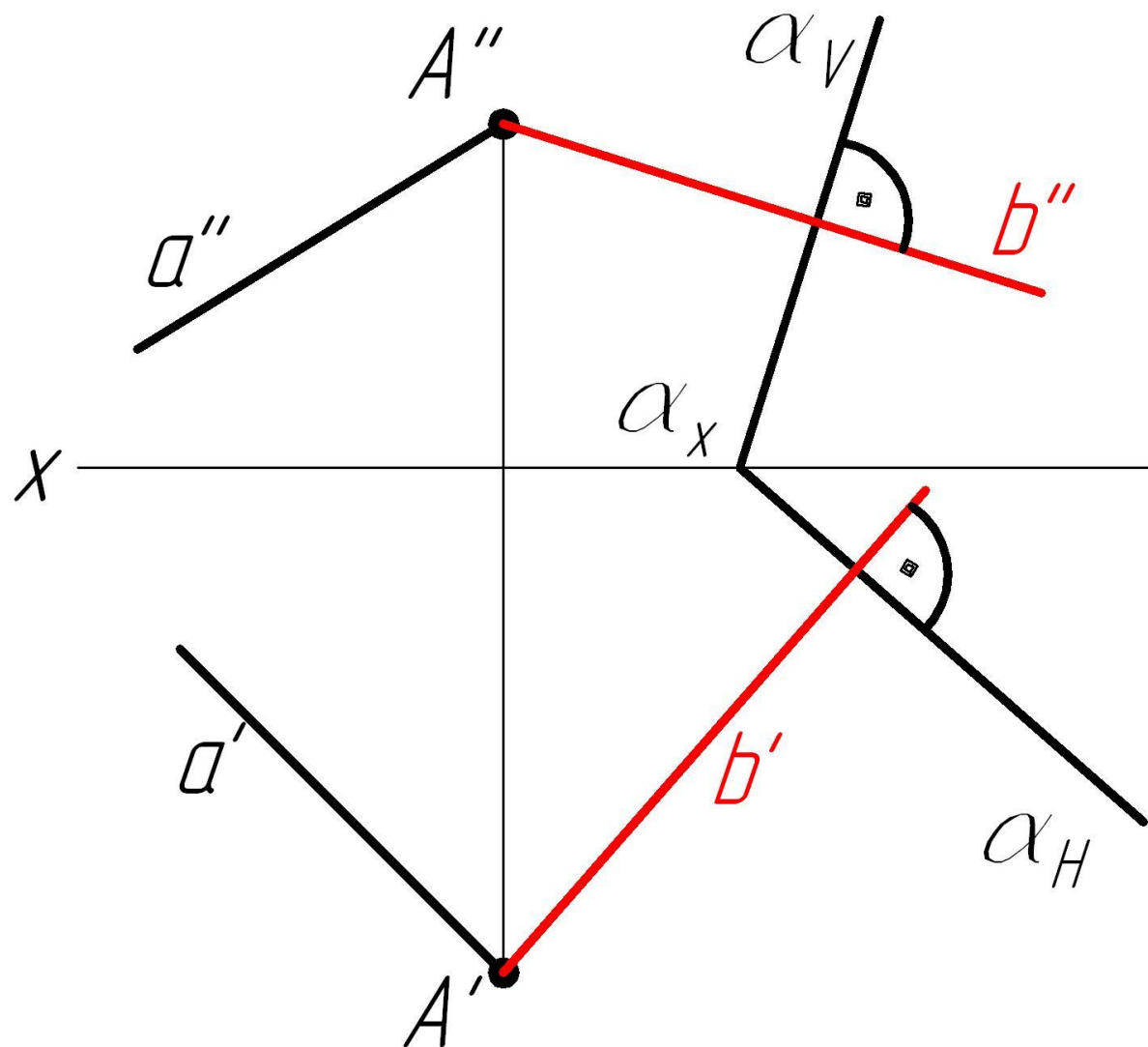


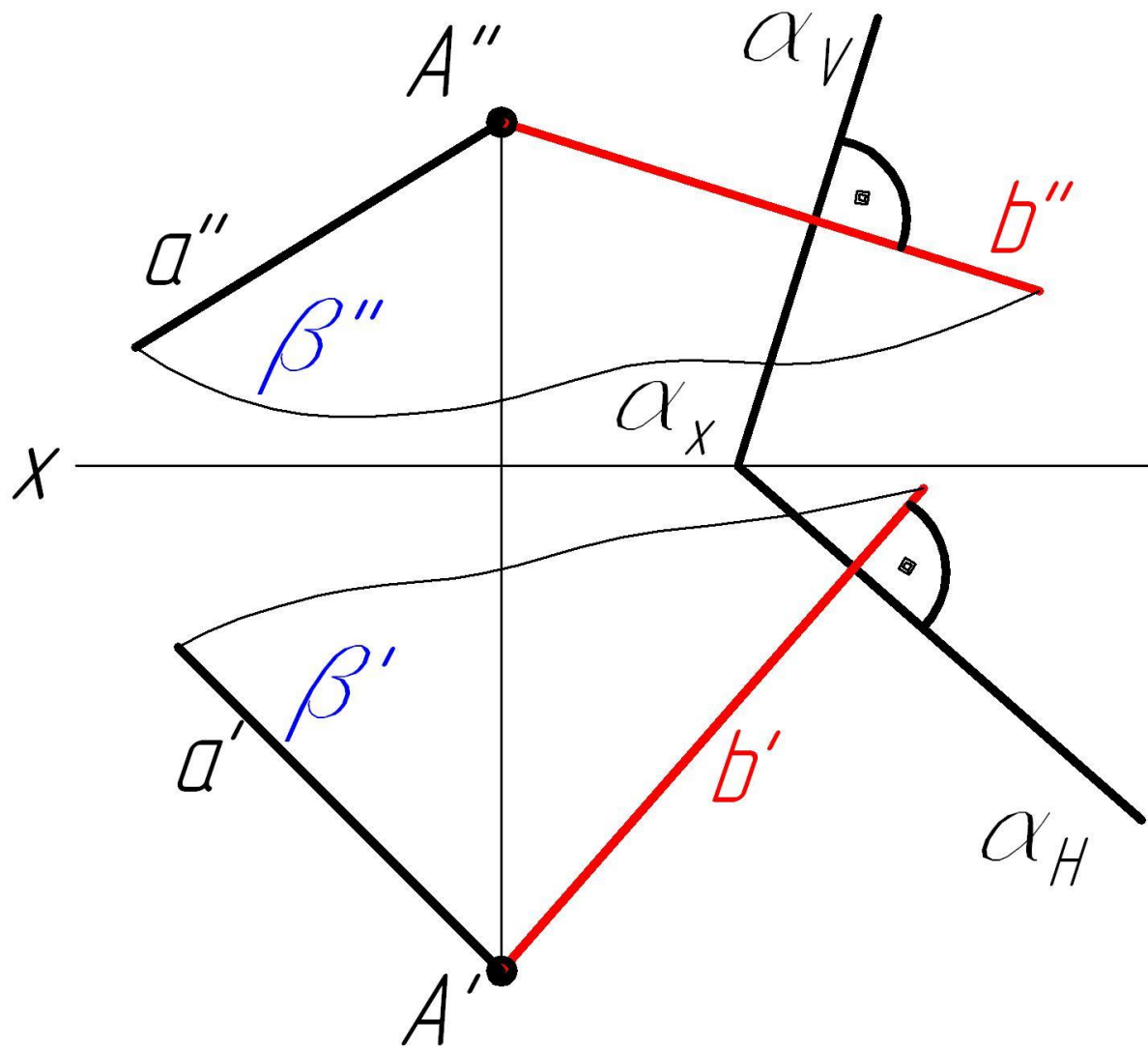
5.5. Перпендикулярность двух плоскостей

Две плоскости перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости.

Пример 6: Через прямую a провести плоскость $\beta \perp \alpha$.
Плоскость α задана следами.

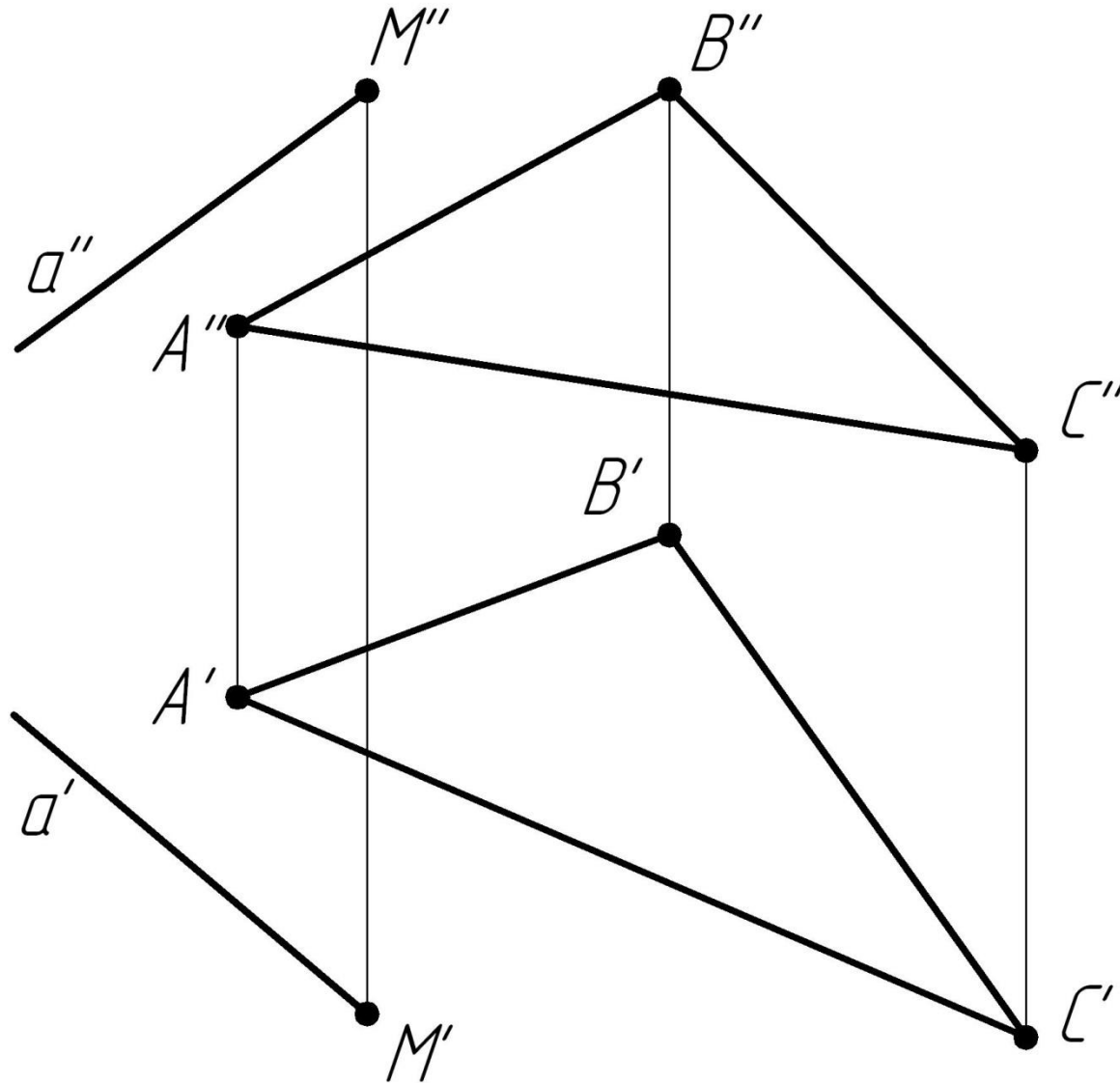


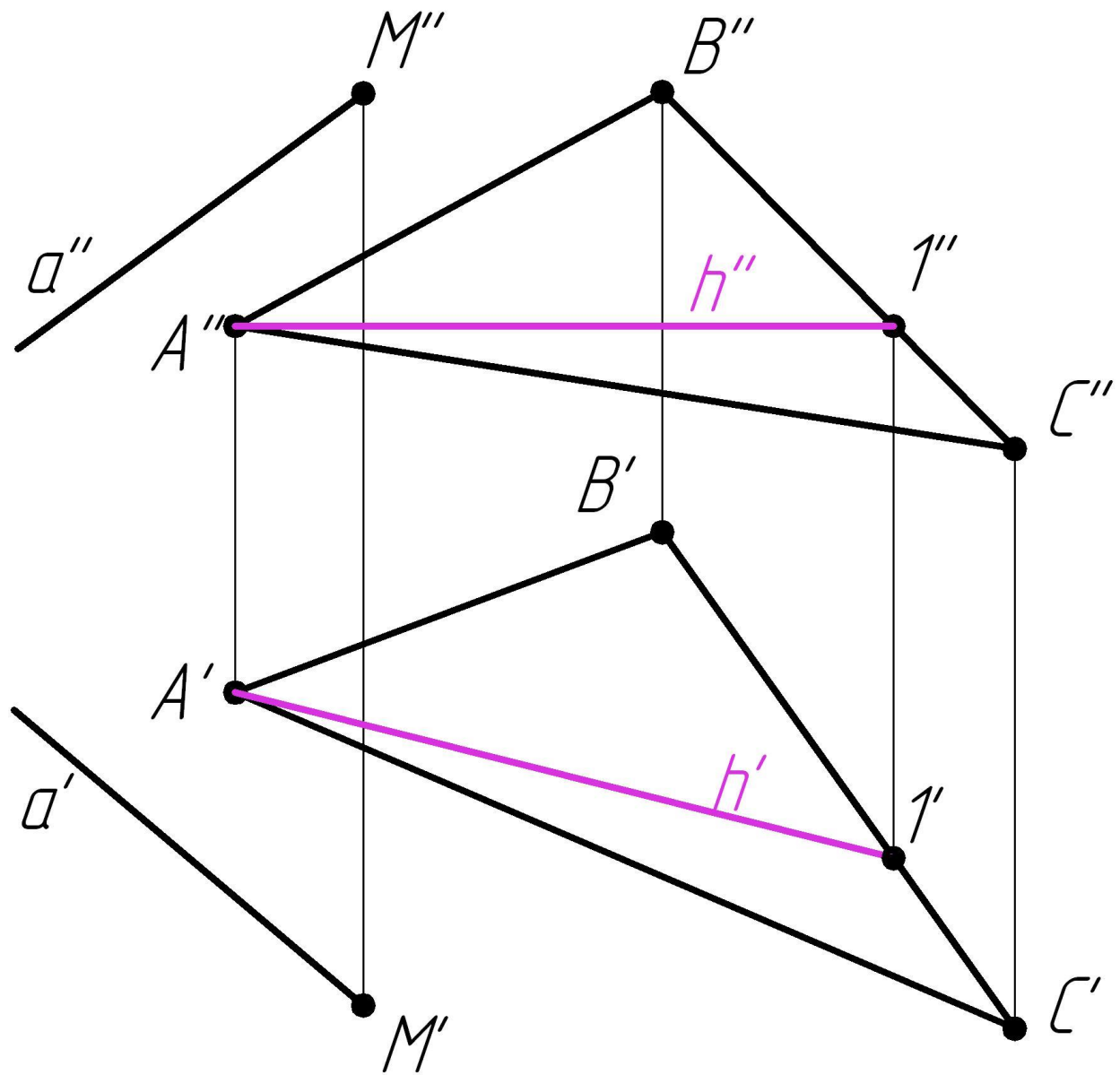


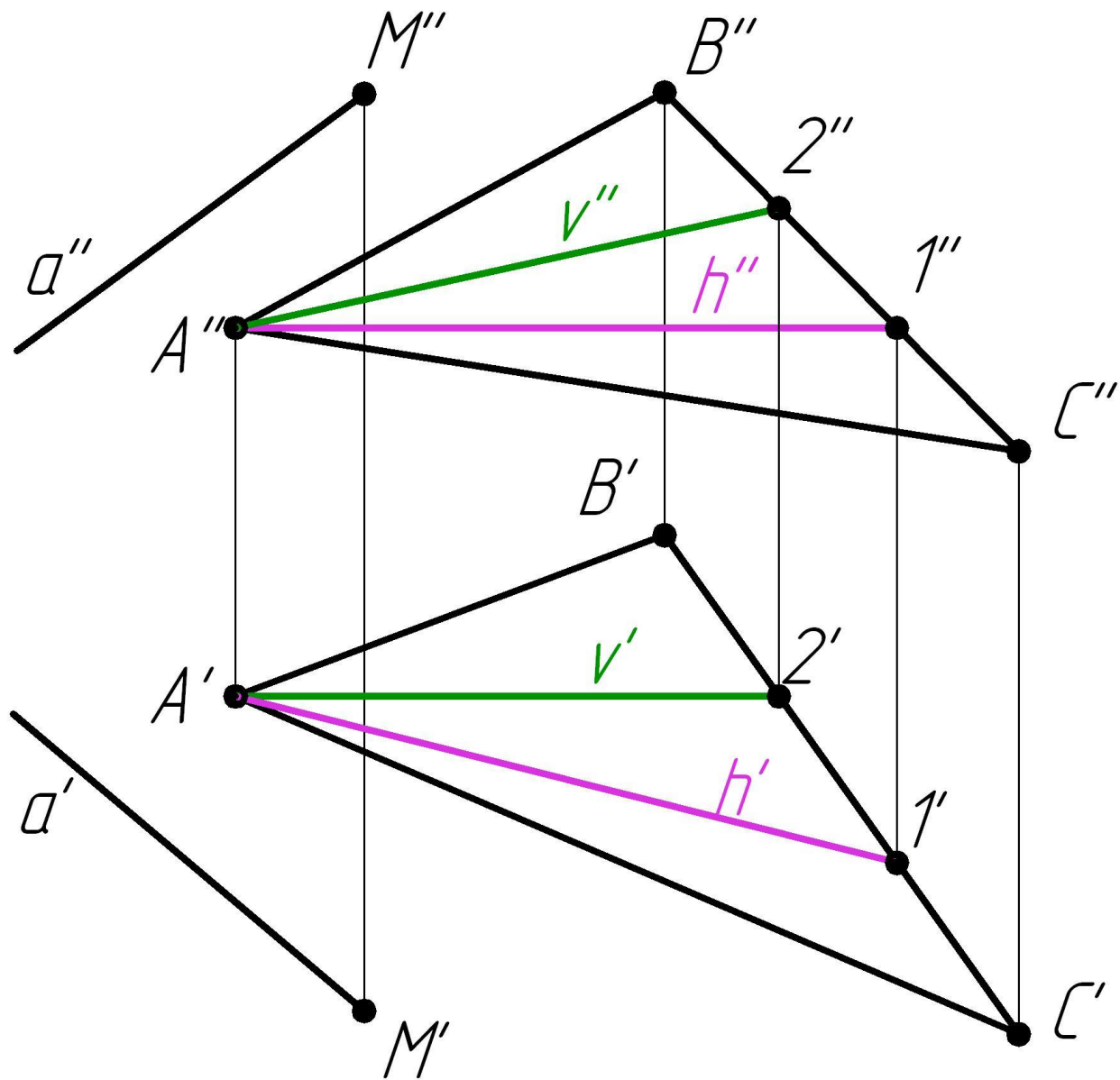


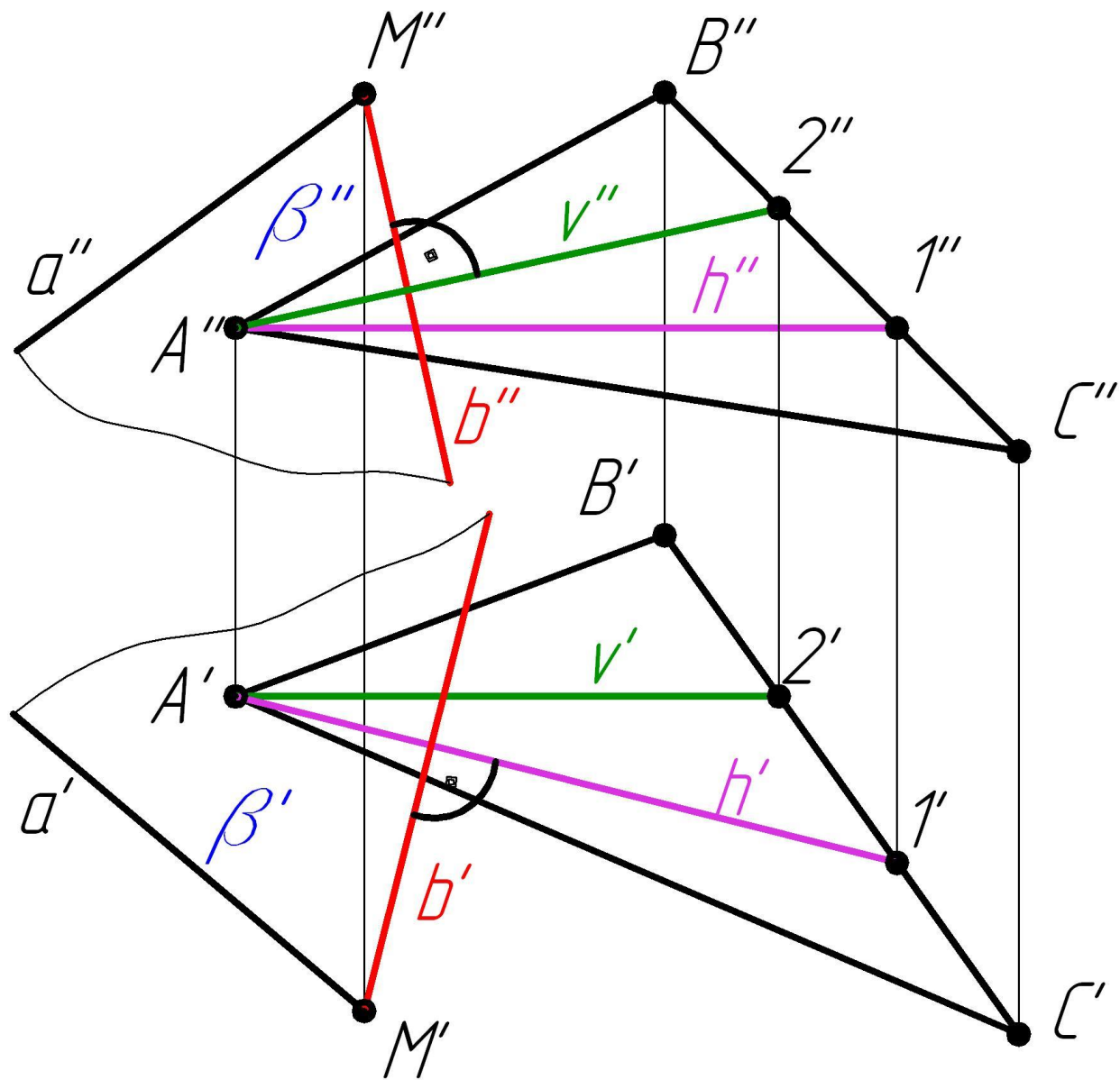
$$b' \perp \alpha_H, b'' \perp \alpha_V \Rightarrow \alpha \perp \beta (a \cap b)$$

Пример 7: Через прямую a провести плоскость $\beta \perp \alpha$.

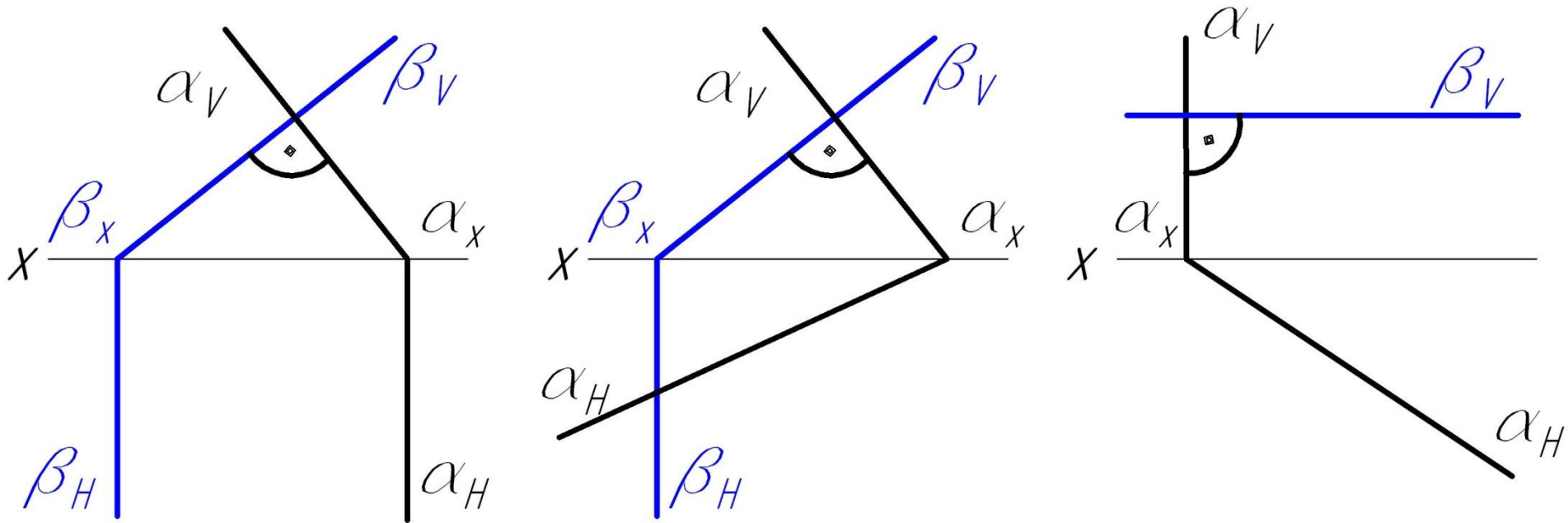




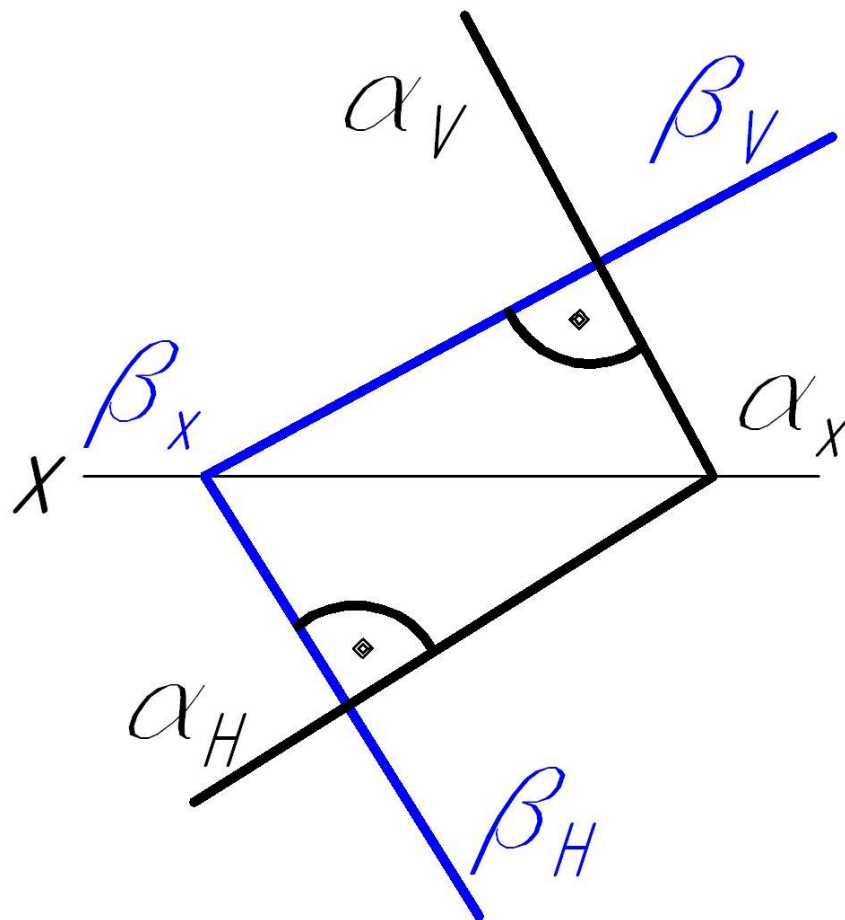




Две плоскости, заданные следами, перпендикулярны, если перпендикулярна одна пара следов.



$$\alpha \perp \beta$$



α не перпендикулярна β