Тема урока

Системы уравнений с двумя переменными

9 класс

1.Анализ д/з 3ив 4 вариант

Задание 1. Решить уравнения:

1. $$2x^3+3x^2+3x+2=0$$

$$2\left(x^3+1\right)+3x(x+1)=0$$

$$(x+1)\left(2x^2-2x+2+3x\right)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ 2x^2+x+2=0 \text{ нет корней} \end{array}\right.$$

Ответ: -1

2. $$\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+2}=1$$

О.Д.З $x\neq 1;\ x\neq -2$

$$x+2-2x+2=x^2+x-2$$

$$x^2+2x-6=0$$

$$x_{1,2}=-1\pm\sqrt{7}$$

$$\textit{Ответ}: -1-\sqrt{7}; -1+\sqrt{7}$$

3. $7\left(2x+\frac{1}{2x}\right)-2\left(4x^2+\frac{1}{4x^2}\right)=9$

О.Д.З

$x\neq 0$

Пусть $2x+\frac{1}{2x}=t,\quad \left(4x^2+\frac{1}{4x^2}\right)=t^2-2$

имеем $7t-2\left(t^2-2\right)=9$

$2t^2-7t+5=0$

$\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2{,}5 \end{array}\right.$ Вернемся к исходной переменной

$\left[\begin{array}{l} 2x+\frac{1}{2x}=1 \\ 2x+\frac{1}{2x}=\frac{5}{2} \end{array}\right.;\quad \left[\begin{array}{l} 4x^2-2x+1=0 \\ 4x^2-5x+1=0 \end{array}\right.\left[\begin{array}{l} \text{нет решения} \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\frac{1}{4} \end{array}\right. \end{array}\right.$

Ответ : 1; 0,25

4. $$\frac{x+3}{3-x}+\frac{x-3}{x+3}=\frac{3}{9-x^2}$$

О.Д.З $x \neq 3;\ x \neq -3$

$$\frac{x+3}{3-x}+\frac{x-3}{x+3}=\frac{3}{9-x^2}$$

$$x^2+6x+9-x^2+6x-9=3$$

$$12x=3$$

$$x=\frac{1}{4}\ \text{Ответ}: 0{,}25$$

5. При каких значениях параметра а уравнение имеет единственное решение?

$$(a-3)x^2+(a+12)x+a+21=0$$

5. При каких значениях параметра а уравнение имеет $(a-3)x^2+(a+12)x+a+21=0$ единственное решение?

Если а$-3=0$, т.е. а$=3$, то уравнение линейное

$$15x+3+21=0$$

$$15x=-24$$

$$x=-1{,}6$$

Если а$-3\neq 0$, т.е. а$\neq 3$, то уравнение квадратное и имеет единственное решение при $D=0$

$$D=(a+12)^2-4\cdot(a-3)(a+21)=$$

$$=a^2+24a+144-4(a^2+18a-63)=$$

$$=-3a^2-48a-396=0$$

$$a^2+16a-132=0$$

$$\left[\begin{array}{l} a=-22 \\ a=6 \end{array}\right.$$

Ответ: а$=3$; а$=-22$; а$=6$

2. Самостоятельная работа

1 вариант

1. $7\left(x+\frac{1}{x}\right)-2\left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right)=9$
2. $x^{3}-8x-9=0$
3. $(x-2)(x+1)(x+4)(x+7)=63$

2 вариант

1. $-11\left(x-\frac{1}{x}\right)+2\left(x^{2}+\frac{1}{x^{2}}\right)=-8$
2. $x^{3}-8x^{2}+7=0$
3. $\left(1+\frac{2}{x}\right)\left(1+\frac{3}{x}\right)(x+4)(x+6)=12$

3. Системы нелинейных уравнений с двумя неизвестными

Если рассматриваются два уравнения с двумя переменными и ставится задача найти все пары чисел (а;в) таких, что при подстановке их в эти уравнения получаются верные равенства, то говорят, что задана система уравнений

$$\begin{cases} f_1(x,y)=\varphi_1(x,y) \\ f_2(x,y)=\varphi_2(x,y) \end{cases}$$

Решить систему уравнений – значит найти множество всех пар чисел (а,в), таких , что при подстановке числа а вместо х и числа в вместо у получаются верные числовые равенства

Две системы уравнений называются равносильными, если их решения совпадают.

Методы решения систем уравнений :

- *метод подстановки;*
- *метод алгебраического сложения;*
- *метод замены переменной;*
- *метод разложения на множители.*

- метод подстановки:

$$\begin{cases} 2x^2 + y = 4 \\ x^4 + y^2 = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4 - 2x^2 \\ x^4 + \left(4 - 2x^2\right)^2 = 16 \end{cases}$$

$$x^4 + 16 - 16x^2 + 4x^2 = 16$$

$$5x^4 - 16x^2 = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x_{1,2} = \pm\dfrac{4}{\sqrt{5}} \end{array}\right.$$

Ответ:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y = 4 \\ x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\dfrac{12}{5} \\ x = \dfrac{4}{\sqrt{5}} \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\dfrac{12}{5} \\ x = \dfrac{-4}{\sqrt{5}} \end{cases} \end{array}\right.$$

- *метод алгебраического сложения:*

$$+\begin{cases} x^3-y^3-3x^2+3xy^2=-2 \\ x^2-x^2y=1 \quad \Big|\cdot 3 \end{cases}$$

$$x^3-y^3+3xy^2-3x^2y=1$$

$$(x-y)^3=1$$

$$\begin{cases} (x-y)^3=1 \\ x^2-x^2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-y=1 \\ x^2-x^2y=1 \end{cases}; \quad \begin{cases} y=x-1 \\ x^2-x^2(x-1)=1 \end{cases};$$

$$x^2-x^3+x^2=1$$

$$x^3-2x^2+1=0$$

$$(x-1)(x^2-x-1)=0$$

$$\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x_{1,2}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

- *метод алгебраического сложения:*

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ x^2 - x^2(x-1) = 1 \end{cases};$$

$$x^2 - x^3 + x^2 = 1$$

$$x^3 - 2x^2 + 1 = 0$$

$$(x-1)(x^2 - x - 1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x_{1,2} = \dfrac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right. ; \\ y = x - 1 \end{cases}$$

Ответ:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ y = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \\ y = \dfrac{-1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{array}\right.$$

- метод замены переменной:

$$\begin{cases} x+xy+y=11 \\ x^2y+y^2x=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)+xy=11 \\ xy(x+y)=30 \end{cases}$$

Пусть $x+y=u$

тогда: $xy=v$

$$\begin{cases} u+v=11 \\ uv=30 \end{cases}$$

Подбором:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} u=5 \\ v=6 \end{cases} \\ \begin{cases} u=6 \\ v=5 \end{cases} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+y=5 \\ xy=6 \end{cases} \\ \begin{cases} x+y=6 \\ xy=5 \end{cases} \end{array}\right.; \qquad \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases} \end{array}\right.;$$

Ответ: (2;3) (3;2) (1;5) (5;1)

- метод разложения на множители:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2-3xy+2y^2)=0 \\ x^2+y^2=10 \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-y=0 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=y \\ 2x^2=10 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2-3xy+2y^2=0 \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$x^2-3xy+2y^2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{3y\pm\sqrt{9y^2-8y^2}}{2}=\frac{3y\pm y}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} x=2y \\ x=y \end{array}\right.$$

• *метод разложения на множители:*

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=y\\2x^2=10\end{cases}\\\begin{cases}x^2-3xy+2y^2=0\\x^2+y^2=10\end{cases}\end{array}\right.$$

$$x^2-3xy+2y^2=0$$

$$x_{1,2}=\frac{3y\pm\sqrt{9y^2-8y^2}}{2}=\frac{3y\pm y}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l}x=2y\\x=y\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=y\\2x^2=10\end{cases}\\\begin{cases}x=2y\\4y^2+y^2=10\end{cases}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=y\\x=\pm\sqrt{5}\end{cases}\\\begin{cases}x=2y\\y=\pm\sqrt{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

Ответ:

$$\left(\sqrt{5};\sqrt{5}\right)\left(-\sqrt{5};-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2};2\sqrt{2}\right)\left(-\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)$$

3. Самостоятельная работа

- Галицкий 9.116 – 9.120

1 вариант а и в 2 вариант б и г

4. Домашнее задание

- Галицкий 9.121 – 9.123

1 вариант а и в 2 вариант б и г