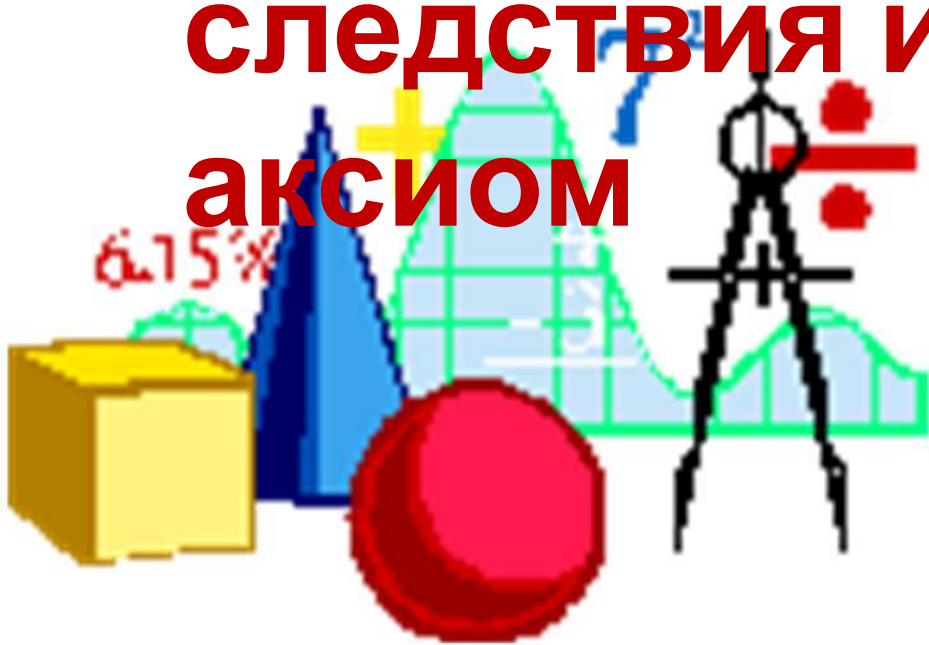


Если теорему так и
не смогли
доказать, она
становится
аксиомой.

Евклид

Аксиомы стереометрии, следствия из аксиом

Урок № 1



Геометрия

```
graph TD; A[Геометрия] --> B[Планиметрия]; A --> C[Стереометрия];
```

Планиметрия

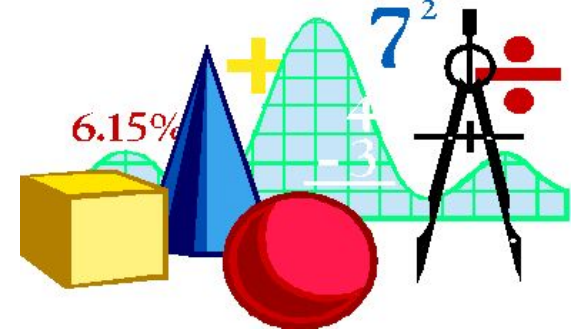
Стереометрия

stereos - телесный, твердый, объемный, пространственный

metreo - измерять

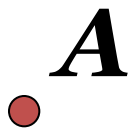
Стереометрия-

Это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.

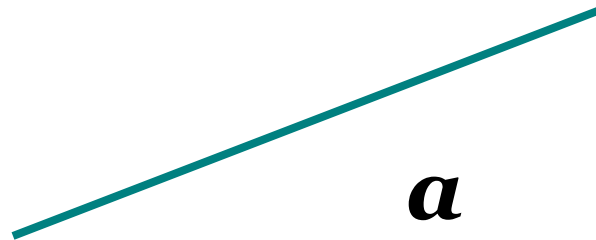


Основные понятия в пространстве:

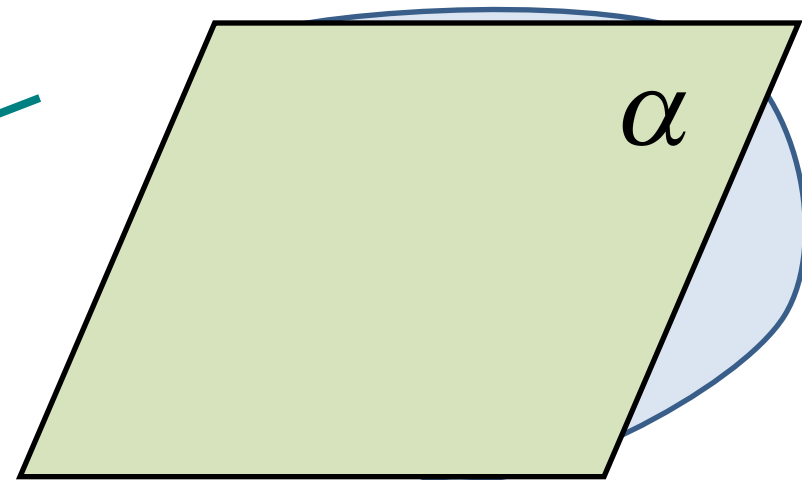
Точка



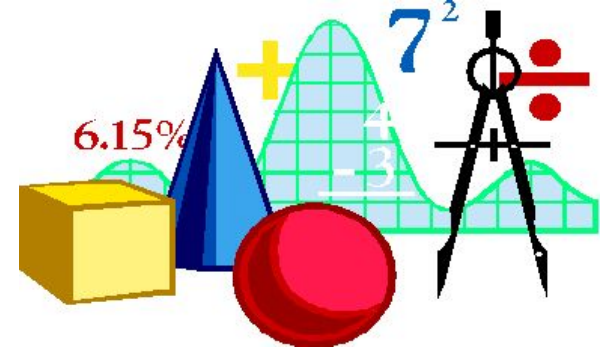
Прямая



Плоскость



Обозначение основных фигур в пространстве:

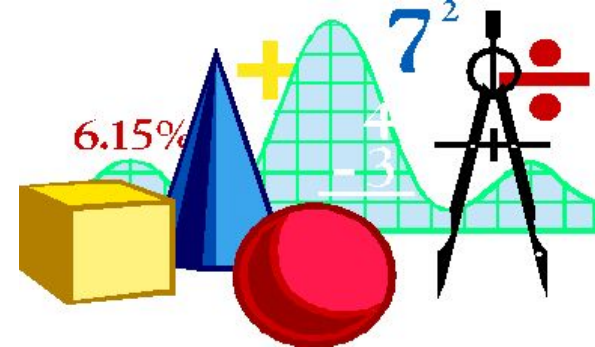


точка $A, B, C, \dots$

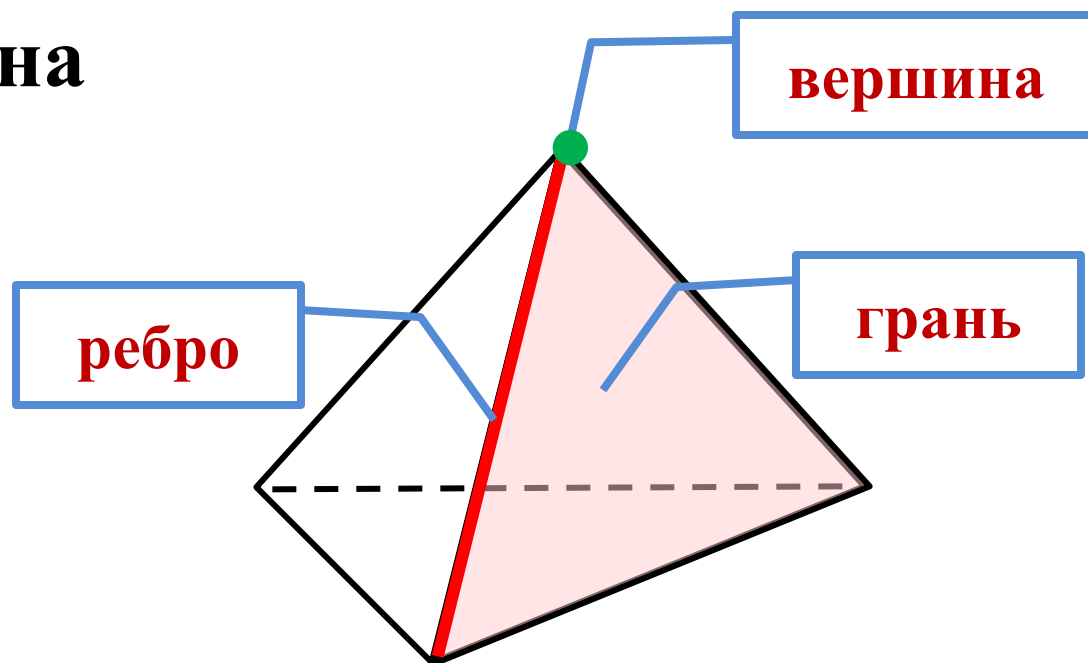
прямая $a, b, c, \dots$
или
 $AB, BC, CD, \dots$

плоскость $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

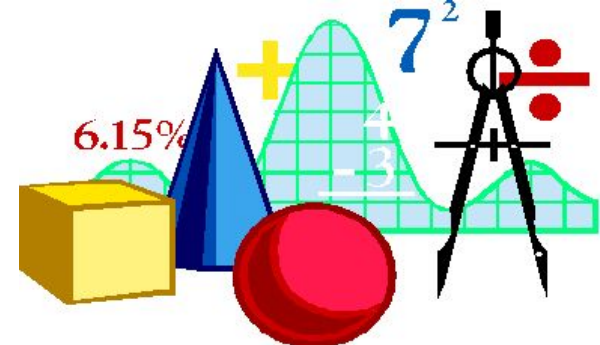
Геометрические понятия



- Плоскость – грань
- Прямая – ребро
- Точка – вершина



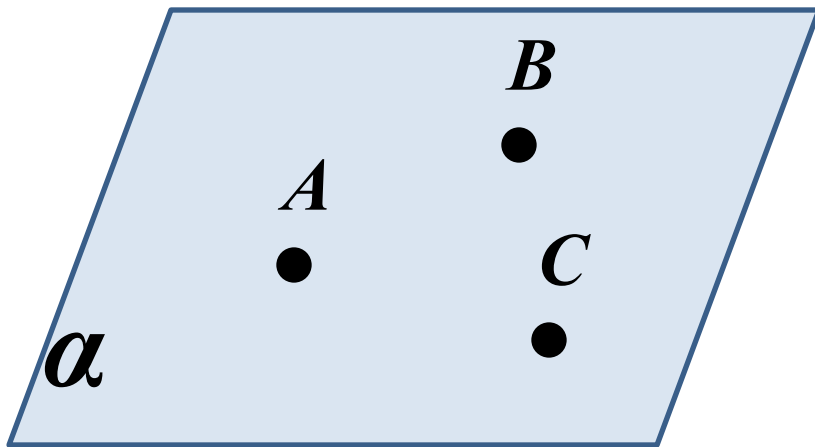
Аксиома



(от греч. ахіѡта – принятие положения)

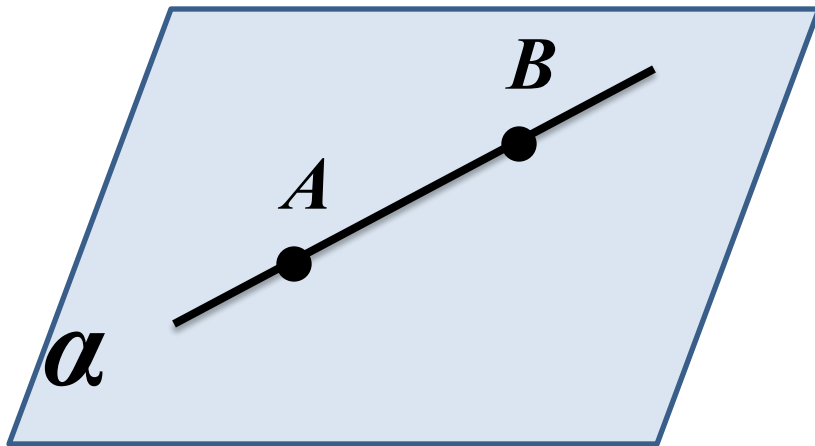
*исходное положение
научной теории,
принимаемое без
доказательства*

Аксиомы стереометрии



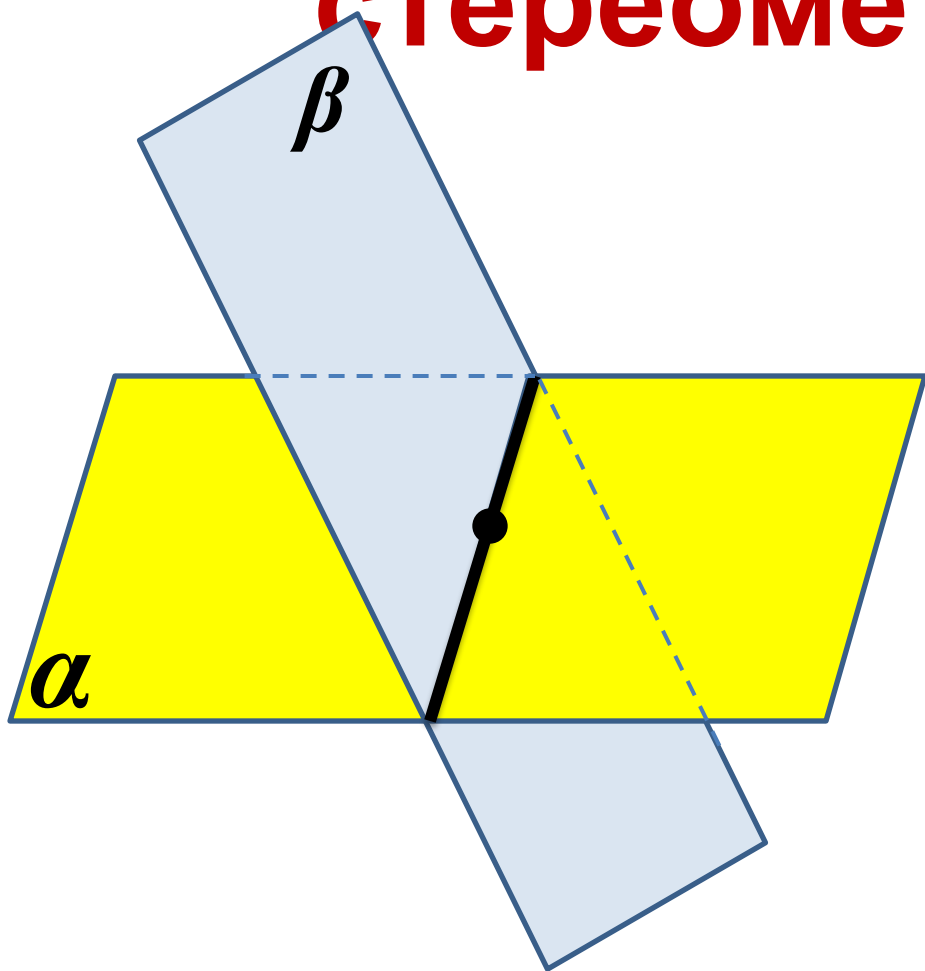
A1. Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

Аксиомы стереометрии



А2. Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости

Аксиомы стереометрии

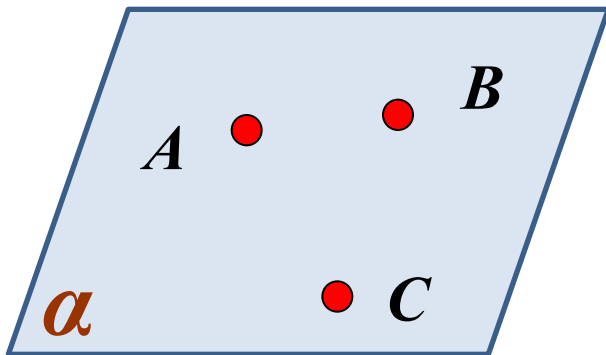


А3. Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Аксиомы стереометрии описывают:

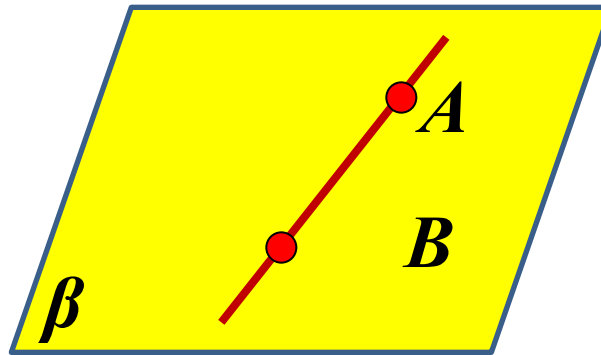
A1.

*Способ задания
плоскости*



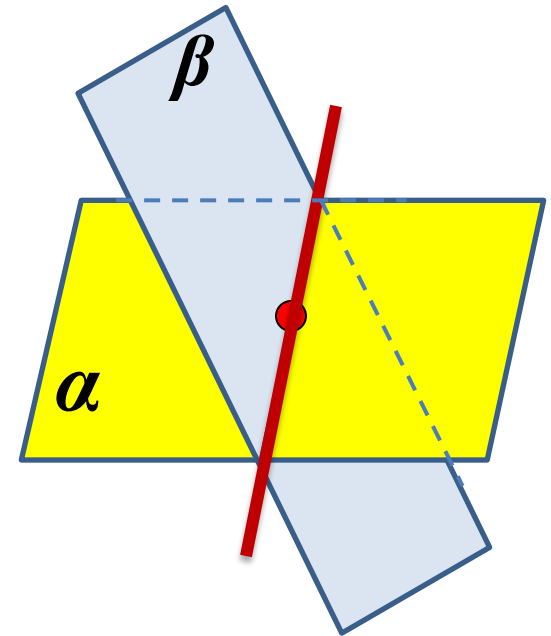
A2.

*Взаимное
расположение
прямой и
плоскости*



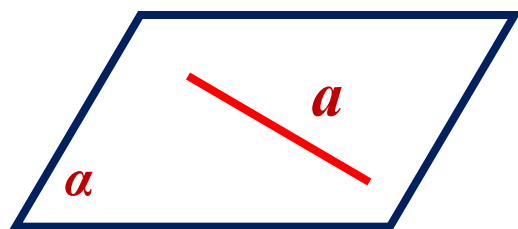
A3.

*Взаимное
расположение
плоскостей*



Взаимное расположение прямой и плоскости

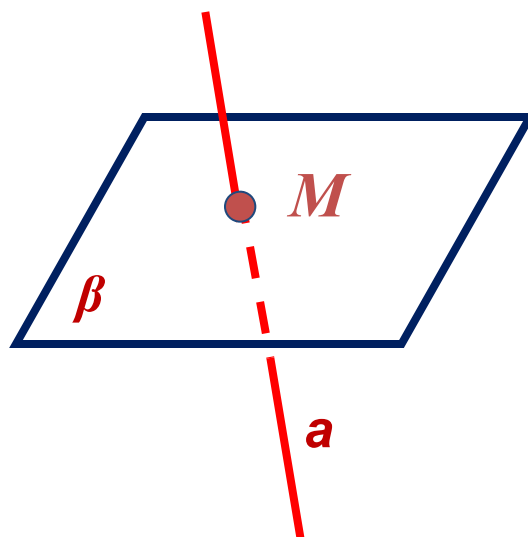
Прямая
лежит в
плоскости.



$$a \subset \alpha$$

Множество
общих точек

Прямая пересекает
плоскость.



$$a \cap \beta = M$$

Единственная
общая точка

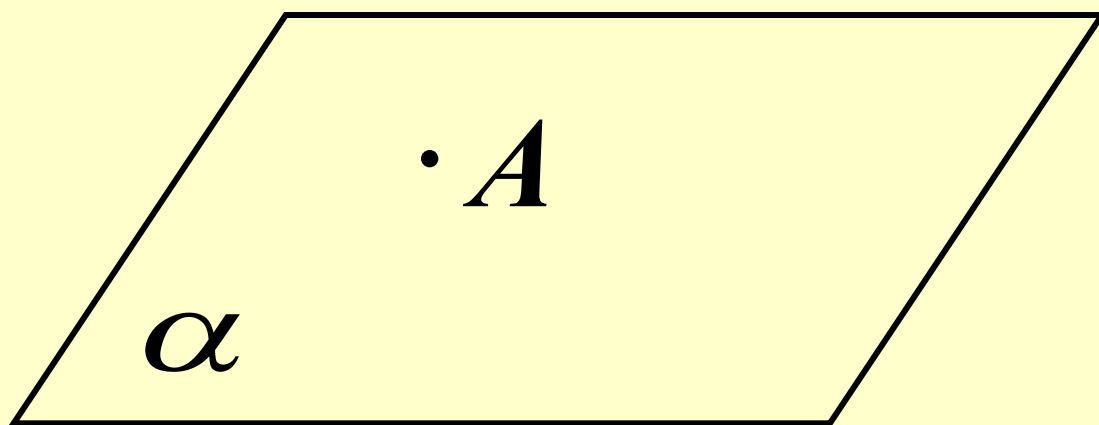
Прямая не
пересекает
плоскость.



$$a \not\subset \gamma$$

Нет общих точек

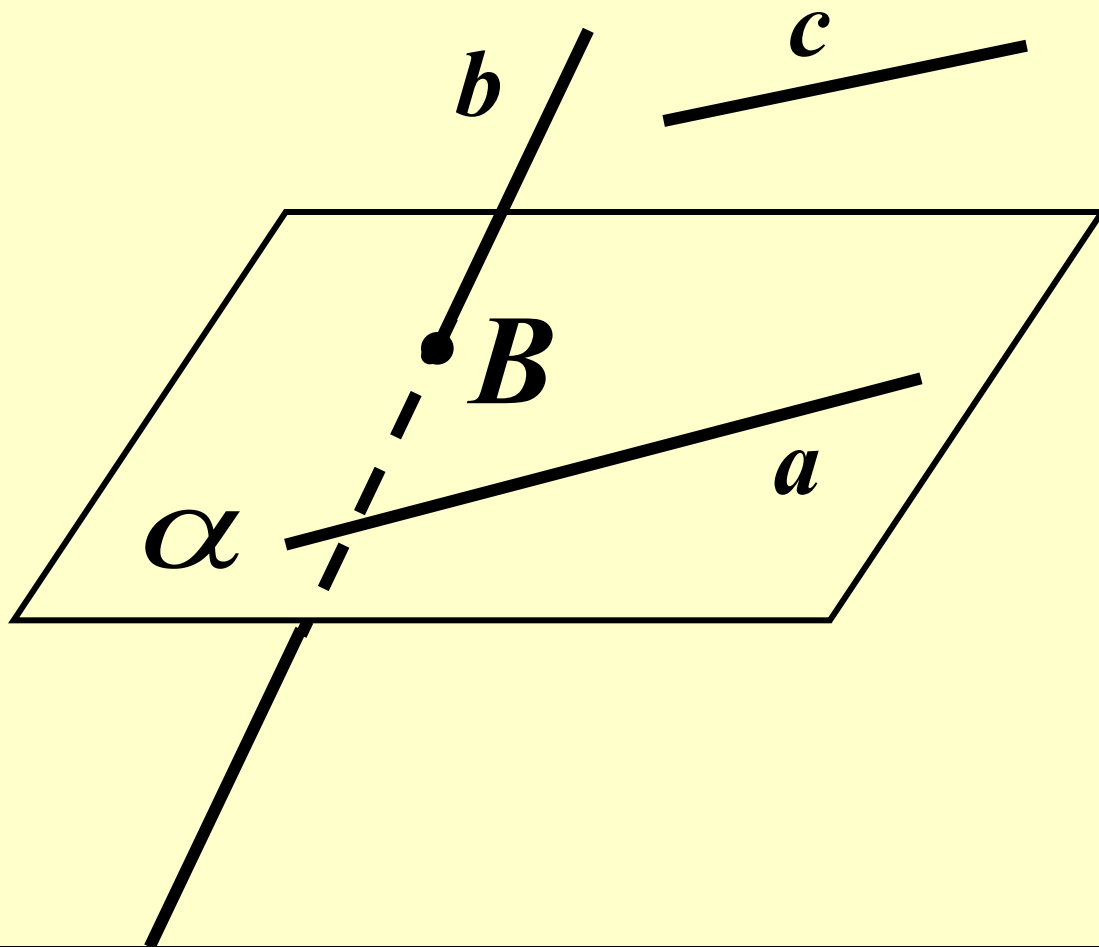
Прочти чертеж



$$A \in \alpha$$

$$C \notin \alpha$$

Прочти чертеж

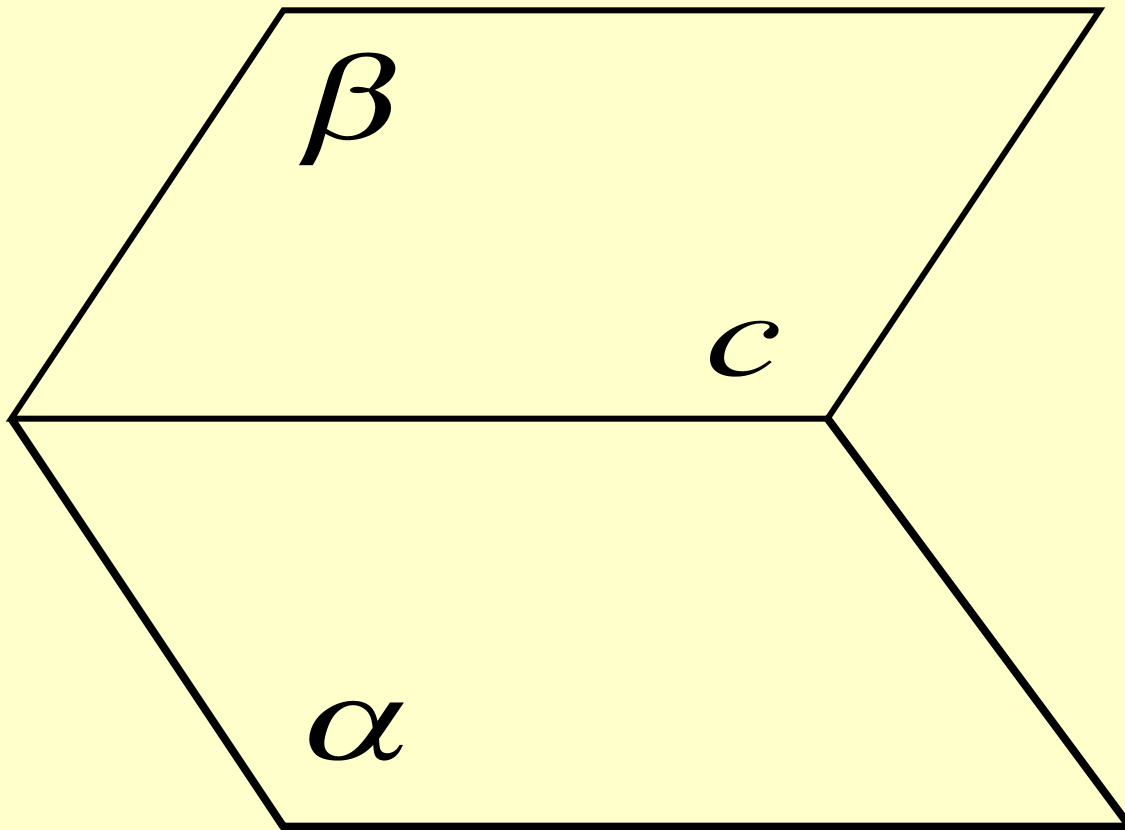


$$a \in \alpha$$

$$b \cap \alpha = B$$

$$c \notin \alpha$$

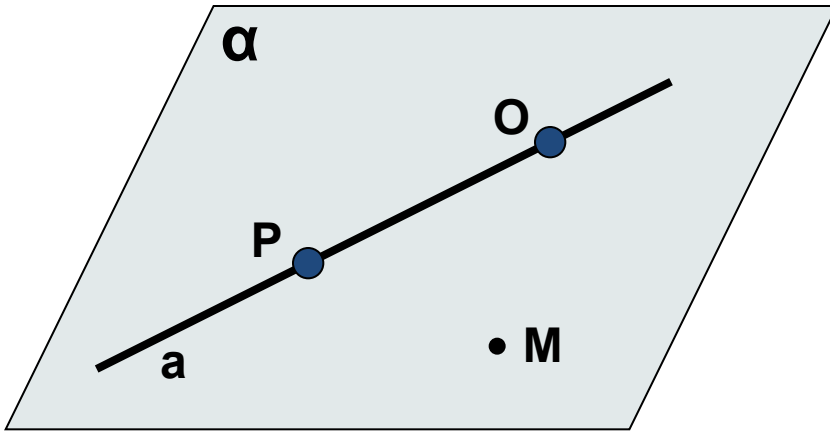
Прочти чертеж



$$\alpha \boxtimes \beta = \gamma$$

Следствия из аксиом стереометрии

Теорема 1. Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость и притом только одна.



Дано: $a, M \notin a$

Доказать: $(a, M) \subset \alpha$

α - единственная

Доказательство :

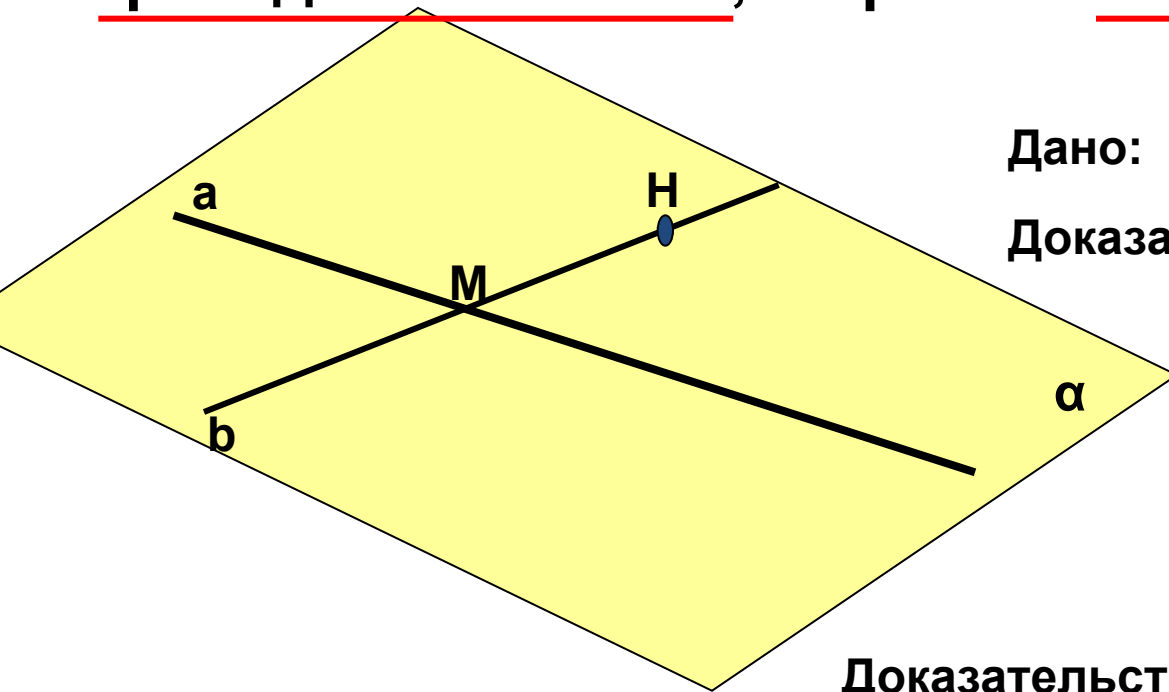
1. $P, O \in a; \{P, O, M\} \subset \alpha$

По аксиоме A1: через точки P, O, M проходит плоскость .

По аксиоме A2: т.к. две точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит этой плоскости, т.е. $(a, M) \subset \alpha$

2. Любая плоскость проходящая через прямую a и точку M проходит через точки P, O, и M, значит по аксиоме A1 она – единственная. Ч.т.д.

**Теорема 2. Через две пересекающиеся прямые
проходит плоскость, и притом только одна.**



Дано: $a \cap b$

Доказать: 1. $(a \cap b) \subset \alpha$
2. α - единственная

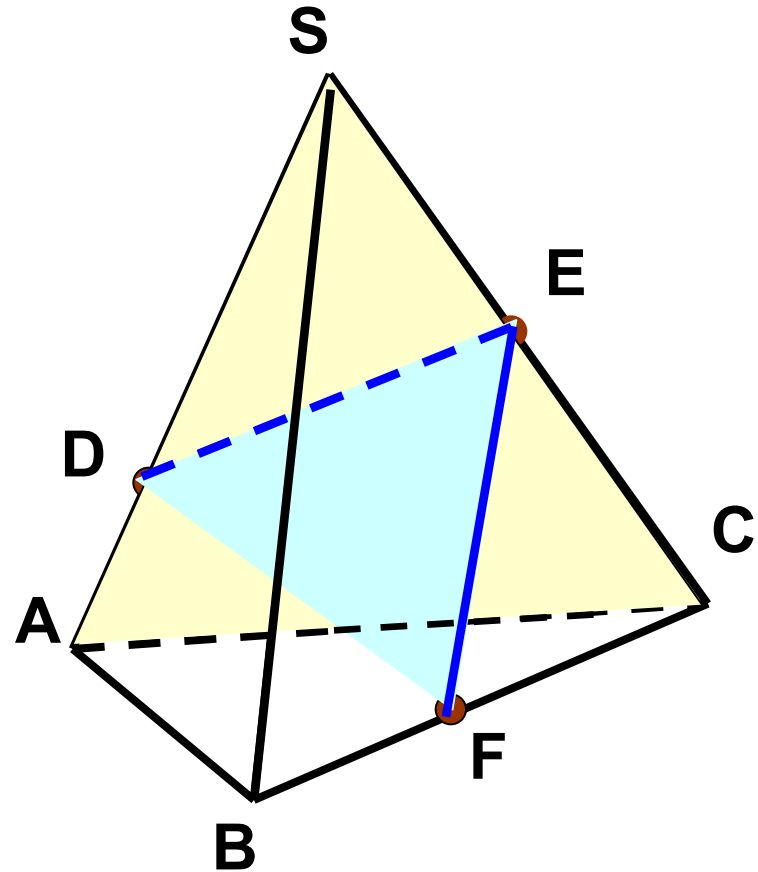
Доказательство:

1. Через a и $H \notin a, H \in b$ проходит плоскость α .

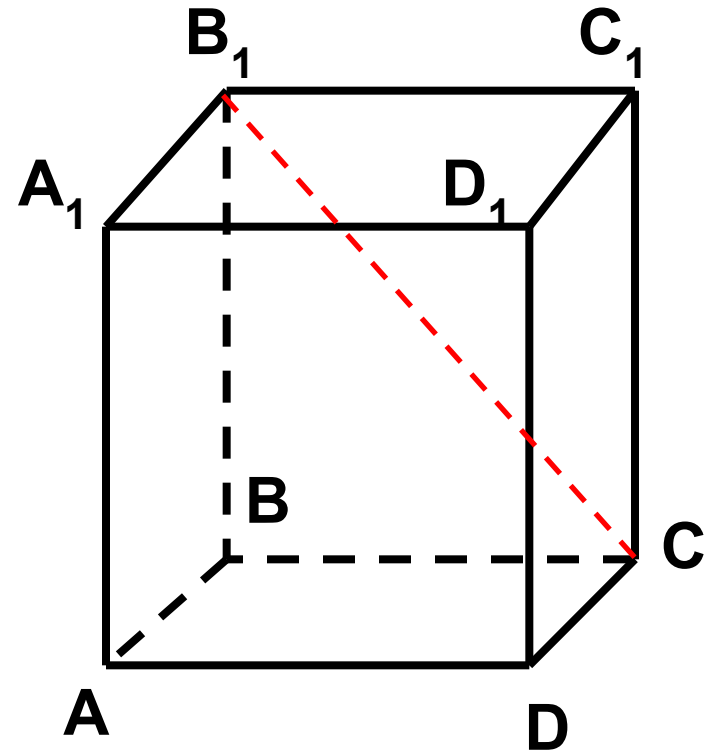
$(M, H) \in \alpha, (M, H) \in b$, значит по А2 все точки b принадлежат плоскости.

2. Плоскость проходит через a и b и она единственная, т.к. любая плоскость, проходящая через прямые a и b , проходит и через H , значит α – единственная.

- Пользуясь данным рисунком, назовите:
- а) две плоскости, содержащие прямую DE , прямую EF
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости DEF и SBC ; плоскости FDE и SAC ;
- в) две плоскости, которые пересекает прямая SB ; прямая AC .



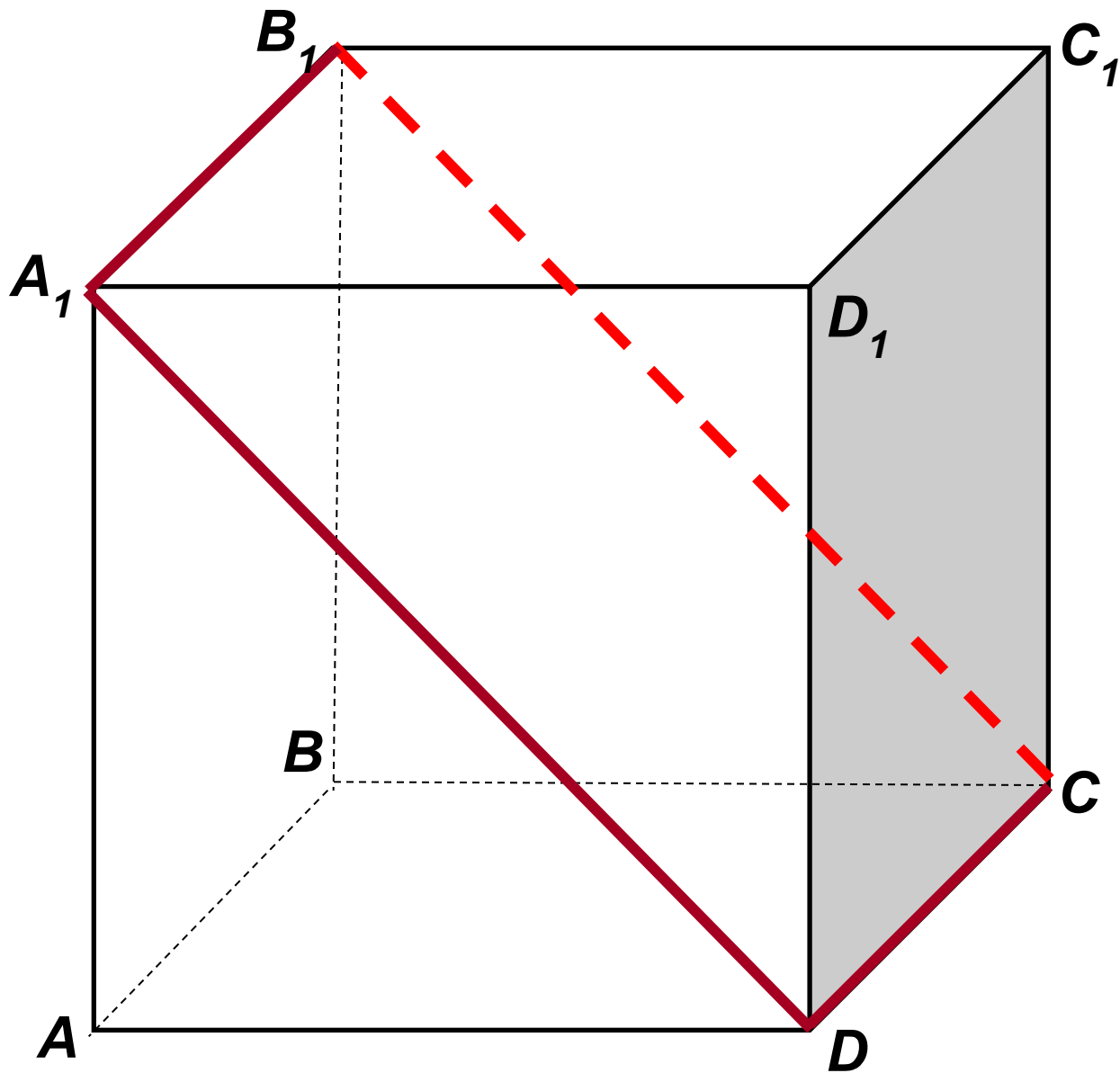
- *Пользуясь данным рисунком, назовите:*
- *а) три плоскости, содержащие прямую B_1C ; прямую AB_1 ;*



a)

B₁C

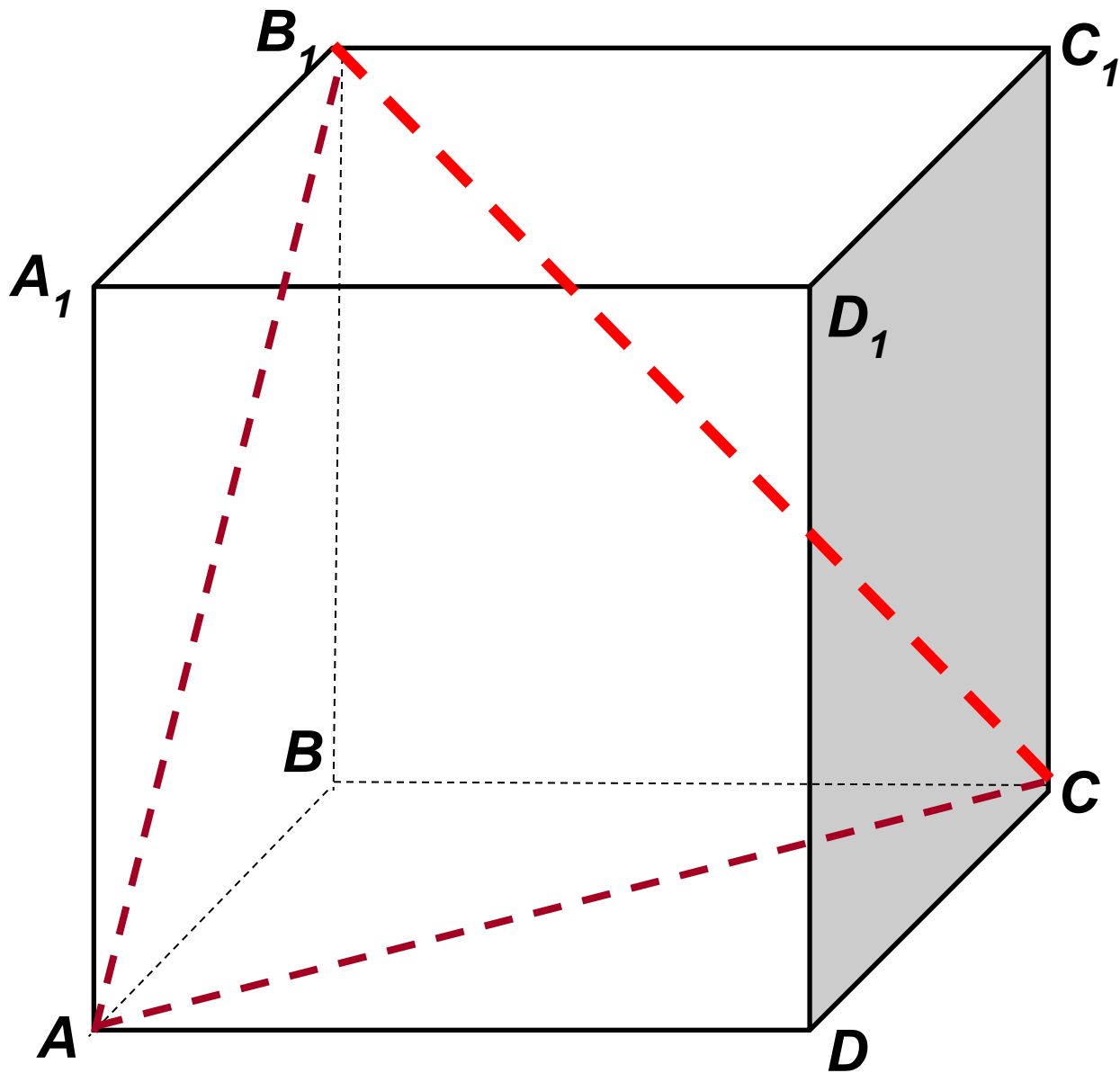
?



$a)$

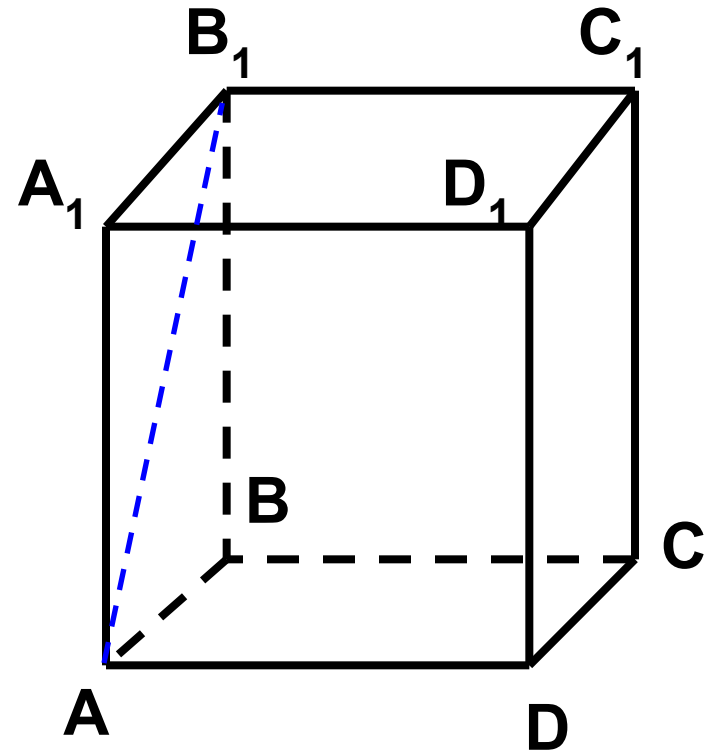
B_1C

?

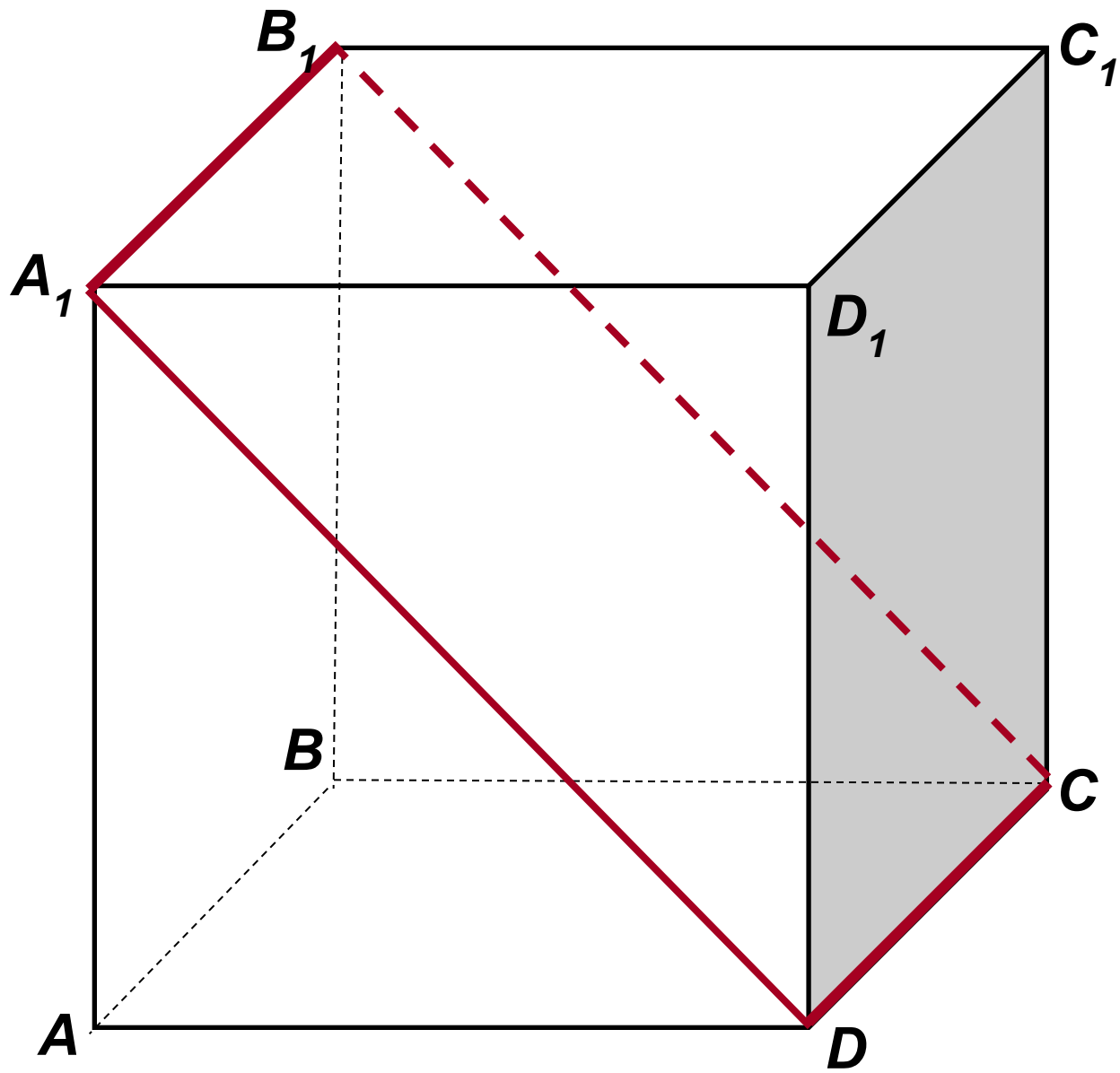


• **Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) **три плоскости, содержащие прямую B_1C ; прямую AB_1 ;**
- б) **прямую, по которой пересекаются плоскости B_1CD и AA_1D_1 ; плоскости ADC_1 и A_1B_1B ;**

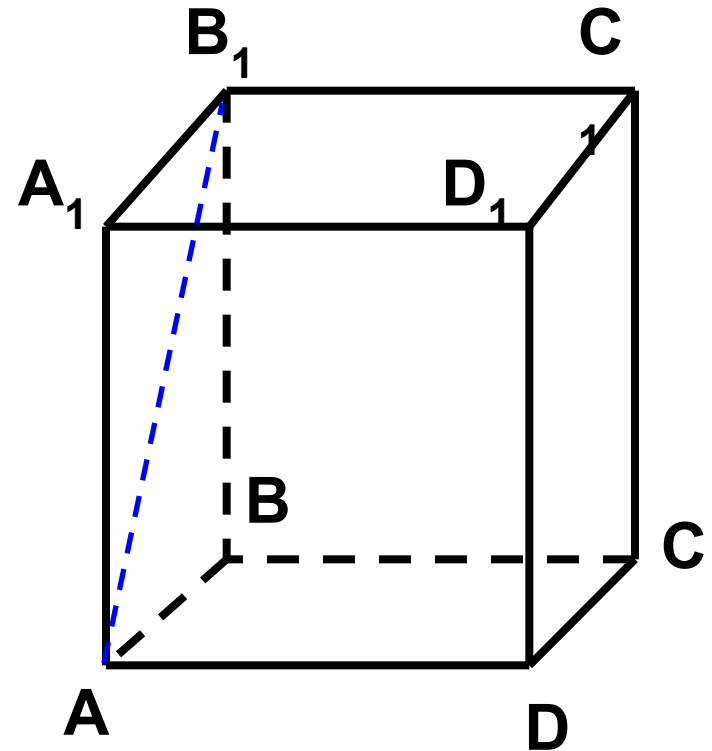


6)

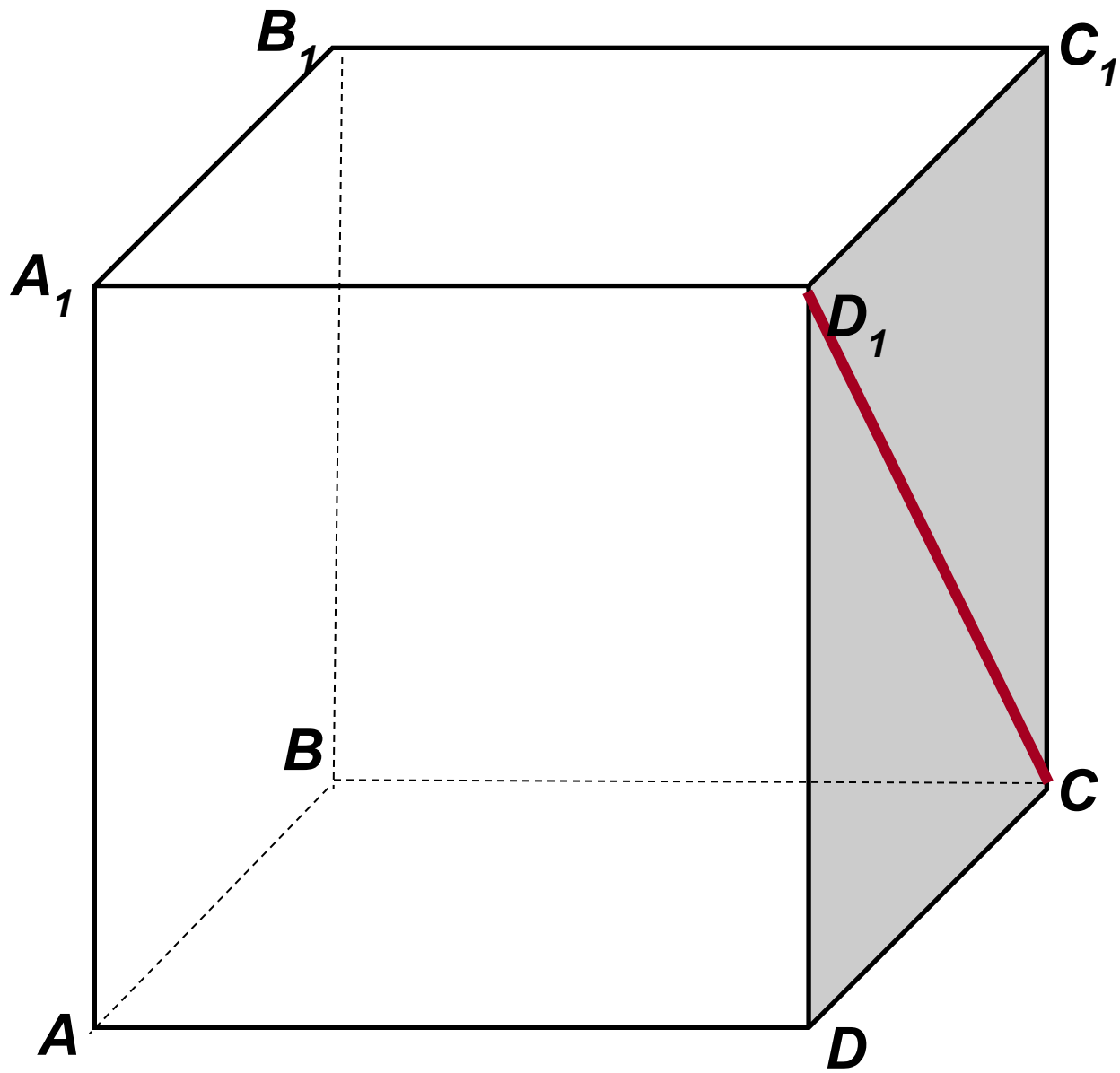


• **Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) *три плоскости, содержащие прямую B_1C ; прямую AB_1 ;*
- б) *прямую, по которой пересекаются плоскости B_1CD и AA_1D_1 ; плоскости ADC_1 и A_1B_1B ;*
- в) *плоскость, не пересекающуюся с прямой CD_1 ; с прямой BC_1*



в)



• **Пользуясь данным рисунком, назовите:**

- а) три плоскости, содержащие прямую B_1C ; прямую AB_1 ;
- б) прямую, по которой пересекаются плоскости B_1CD и AA_1D_1 ; плоскости ADC_1 и A_1B_1B ;
- в) плоскость, не пересекающуюся с прямой CD_1 ; с прямой BC_1

