

Мультимедийная презентация

Тема: Системы счисления



План занятия

1. Введение в системы счисления
2. Непозиционные системы счисления
3. Позиционные системы счисления
4. Двоичная система счисления
5. Восьмеричная система
6. Шестнадцатеричная система

Введение в системы счисления



"Все есть число"

- говорили древнегреческие философы, ученики Пифагора, подчеркивая важную роль чисел в практической деятельности.

Система счисления - Это совокупность приемов и правил, в которой числа записываются с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Введение в системы счисления

Системы счисления принято делить на позиционные и непозиционные. В позиционных системах значение цифры зависит от ее положения в числе, в непозиционных - значение цифры не зависит от ее положения в числе. Классификация систем счисления с наиболее известными видами представлена на рисунке 1.

Введение в системы счисления

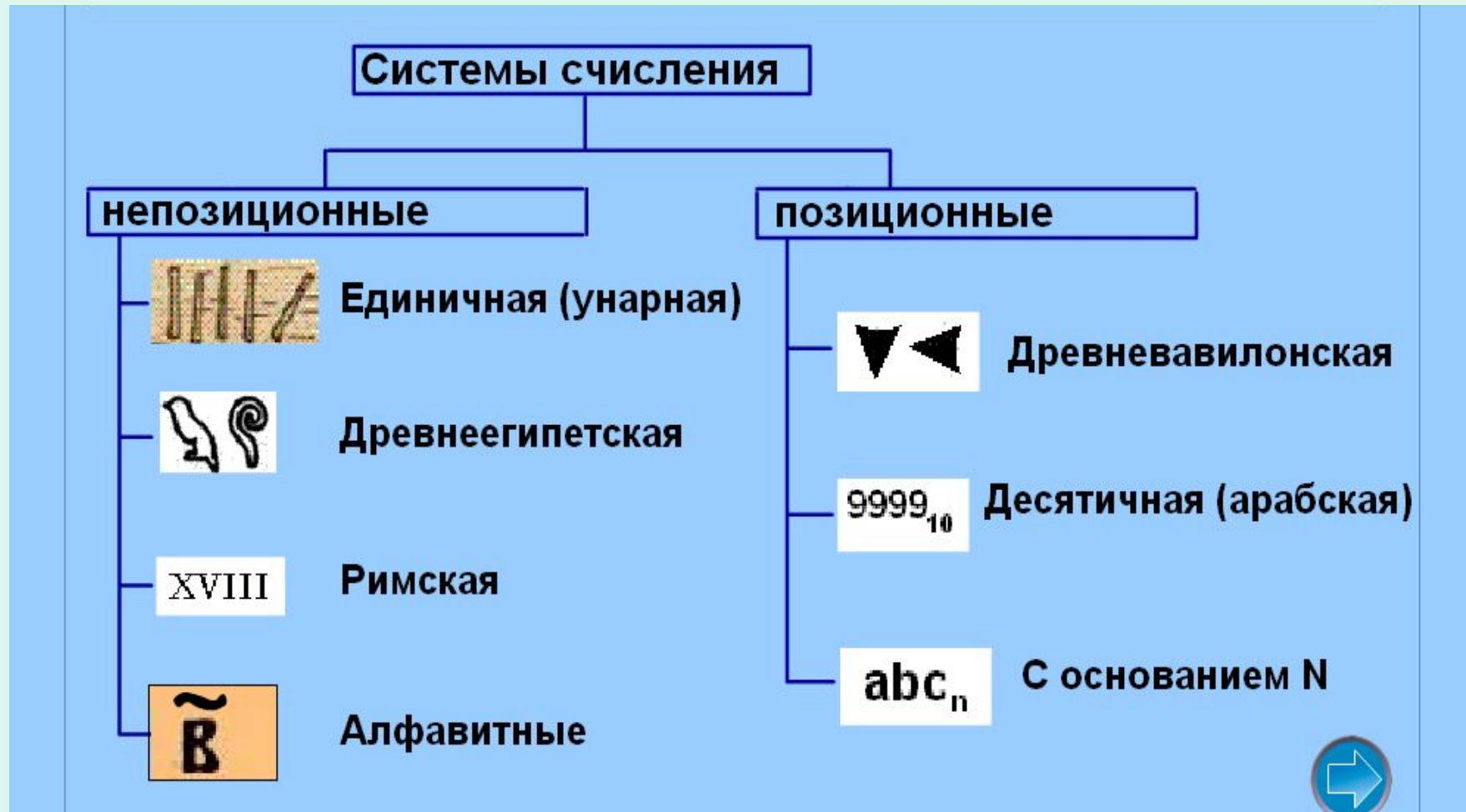
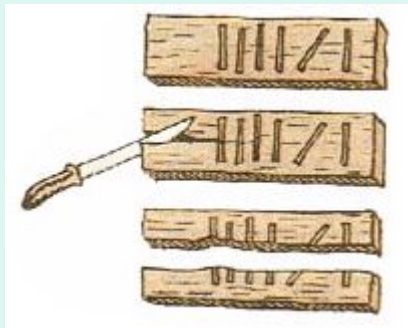


Рисунок 1 – Классификация систем счисления

Непозиционные системы счисления

Единичная (унарная) система – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, и т.д.)



Один из первых в истории образцов применения унарной системы счисления датируется около 30 тыс. лет до н.э.

Непозиционные системы счисления

Древнеегипетская –



1	1
10	10
100	100
1000	1000
10 000	10 000
100 000	100 000

десятичная непозиционная система возникла в третьем тысячелетии до н. э.

Величина числа получалась из суммы значений цифр, которыми это число записано, независимо от положения каждой цифры.

Непозиционные системы счисления

Римская система счисления - применяется более 2500 лет. В качестве цифр в ней используются латинские буквы:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Например:

$$CXXVIII = 100 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 128$$



Непозиционные системы счисления

Алфавитная система

Р

А

К алфавитным системам относят греческую, финикийскую и древнерусскую системы счисления.

До конца XVII века на Руси в качестве цифр использовались следующие буквы кириллицы, если над ними ставился специальный знак - титло. Например:

А

А	В	Г	Д	Е	З	И	Н	Р
1	2	3	4	5	6	7	8	9
І	К	Л	М	Н	О	П	Ч	
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р	С	Т	У	Ф	Х	Ц	Щ	Щ
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Позиционные системы счисления

Вавилонская система

Первая позиционная система счисления была придумана еще в древнем Вавилоне (во втором тысячелетии до н. э.), причем вавилонская нумерация была шестидесятеричной, то есть в ней использовалось шестьдесят цифр!

Числа составлялись из знаков двух видов:

- ☐ Единицы – прямой клин
- ☐ Десятки – лежащий клин
- ☐ Сотни
- ☐ ☐ $10 + 1 = 11$



Позиционные системы счисления

Арабская система счисления

Хотя десятичную систему счисления принято называть арабской, но зародилась она в Индии, в V веке.

В Европе об этой системе узнали в XII веке из арабских научных трактатов, которые были переведены на латынь.

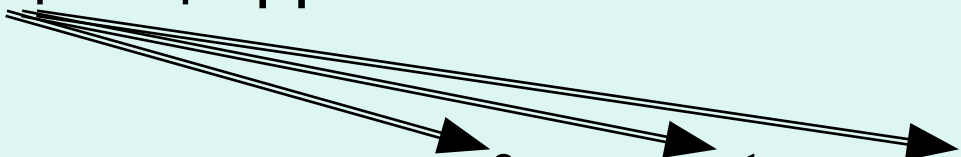
Этим и объясняется название «Арабские цифры». Однако широкое распространение эта система счисления получила только в XVI веке и оно дало мощный толчок развитию математики.

Позиционные системы счисления

Системы счисления с основанием N

Количество используемых цифр называется **основанием** позиционной системы счисления. За основание позиционной системы можно принять любое натуральное число больше единицы.

Позиция цифры в числе называется **разрядом**.


$$555 = 5 * 10^2 + 5 * 10^1 + 5 * 10^0$$

Разряды нумеруются справа налево от 0, а количество цифр в числе его **разрядностью**.

Позиционные системы счисления

Если основание десятичной системы счисления 10 заменить на натуральное число N , то можно построить позиционную систему счисления с основанием N .

Основание	Система	Алфавит
$n=2$	Двоичная	01
$n=3$	Троичная	012
$n=8$	Восьмеричная	01234567
$n=16$	Шестнадцатеричная	0123456789ABCDEF

Позиционные системы счисления

Запись чисел в каждой из систем счисления означает сокращенную запись выражения:

$$a_{m-1}p^{m-1} + a_{m-2}p^{m-2} + \dots + a_1p^1 + a_0p^0 + a_{-1}p^{-1} + \dots + a_{-s}p^{-s}$$

где p – основание системы счисления,

m – количество позиций или разрядов, отведенное для изображения целой части числа,

s – количество разрядов, отведенное для изображения дробной части числа,

$n=m+s$ – общее количество разрядов в числе,

a_i – любой допустимый символ в разряде.

Десятичная система счисления

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Основание (количество цифр): 10

Например: число 524 содержит 5 сотен, 2 десятка, 4 единицы.

$$524 = 5 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Если десятичное число дробное, то оно тоже легко записывается в виде суммы.

Например,

$$384,95 = 3 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

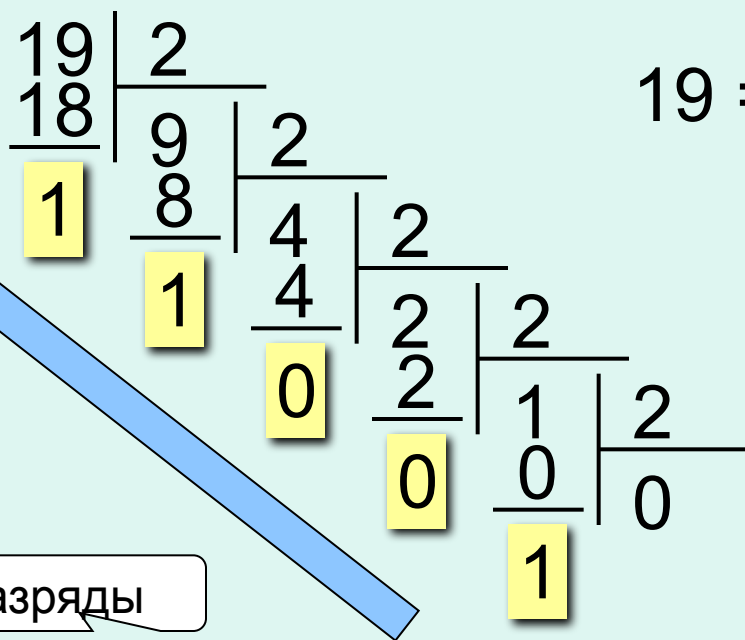
Двоичная система счисления

Алфавит: 0, 1

Основание (количество цифр): 2

Перевод целых чисел

10 → 2



$$19 = 10011_2$$

система
счисления

2 → 10

разряды

4 3 2 1 0
10011₂

$$\begin{aligned} &= 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= 16 + 2 + 1 = 19 \end{aligned}$$

Двоичная система счисления.

Арифметические операции

сложение

$$\begin{aligned} 0+0 &= 0 & 0+1 &= 1 \\ 1+0 &= 1 & 1+1 &= \mathbf{1}0_2 \\ 1+1+1 &= \mathbf{1}1_2 \end{aligned}$$

перенос

• • • • •

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1\ 0_2 \\ + 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1_2 \\ \hline \end{array}$$

1 0 1 0 0 0 1

2

вычитание

$$\begin{aligned} 0-0 &= 0 & 1-1 &= 0 \\ 1-0 &= 1 & \mathbf{1}0_2-1 &= 1 \end{aligned}$$

заем

•

•

$$\begin{array}{r} \cancel{1}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{1}\ 0\ 1_2 \\ - \phantom{\cancel{1}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{0}\ \cancel{1}} 1\ 1\ 0\ 1\ 1_2 \\ \hline \end{array}$$

0 1 0 1 0 1 0

2

Двоичная система счисления.

Арифметические операции

умножение

$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ \times 101_2 \\ \hline 10101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array}$$

деление

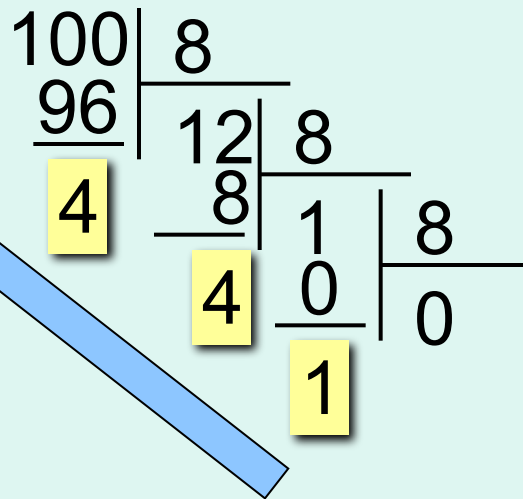
$$\begin{array}{r} 10101_2 \\ - 111_2 \\ \hline 111_2 \\ - 111_2 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 111_2 \\ \hline 11_2 \end{array}$$

Восьмеричная система

Основание (количество цифр): 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8



$$100 = 144_8$$

система
счисления

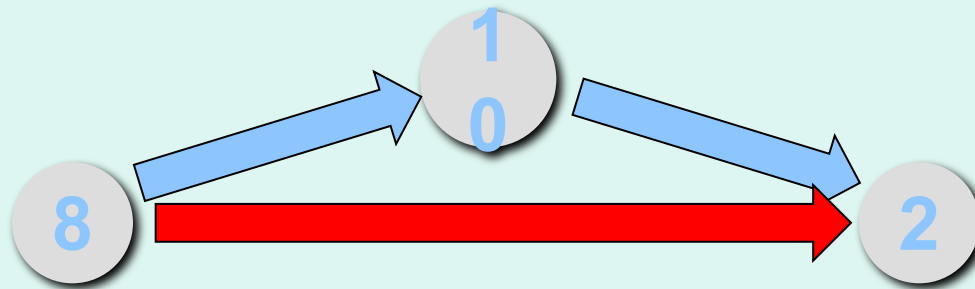
8 → 10

разряды

2 1 0

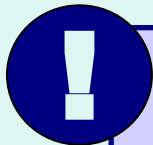
$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

Восьмеричная система. Перевод в двоичную и обратно



- трудоемко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (триада)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

Восьмеричная система. Перевод в двоичную и обратно

1001011101111_2

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{7}$

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): **16**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

10 → 16

$$\begin{array}{r|l} 107 & 16 \\ \hline 96 & 6 \\ \hline 11 & 0 \\ \hline & 0 \end{array}$$

В 6

$$107 = 6B_{16}$$

система
счисления

16 → 10

2 1 0

разряды

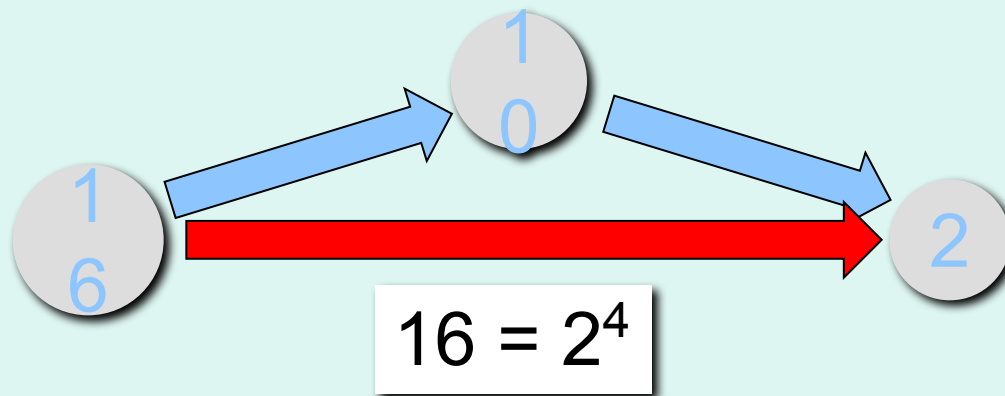
1C5₁₆

C

$$= 1 \cdot 16^2 + 12 \cdot 16^1 + 5 \cdot 16^0$$

$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

Шестнадцатеричная система. Перевод в двоичную систему



- трудоемко
- 2 действия



Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (тетрада)!

7F1A₁₆ = 0111 1111 0001 1010₂

 └─┘ └─┘ └─┘ └─┘

 7 F 1 A

Шестнадцатеричная система. Перевод в двоичную систему и обратно

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

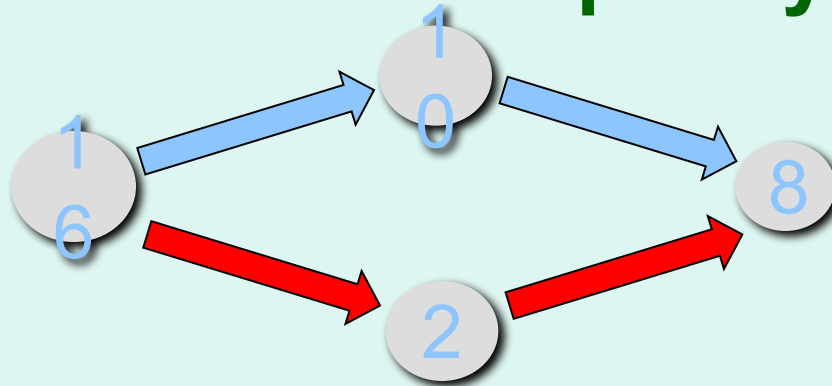
$$\textcolor{red}{000}1 \textcolor{blue}{0010} 1110 \textcolor{blue}{1111}_2$$

Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$$\begin{array}{cccc} \textcolor{red}{000}1 & \textcolor{blue}{0010} & 1110 & \textcolor{blue}{1111}_2 \\ \boxed{1} & \boxed{2} & \boxed{E} & \boxed{F} \end{array}$$

$$\text{Ответ: } 1001011101111_2 = 12EF_{16}$$

Шестнадцатеричная система. Перевод в восьмеричную систему



трудоемко

Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады:

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$