

Тождества. Тождественные преобразования выражений.

7 класс

Чеснокова З.Н.

Рассмотрим выражения $3(x+y)$ и $3x+3y$ и найдем значения этих выражений при $x=5$, $y=4$

$$3(x+y) \text{ при } x=5, y=4$$

$$3(5+4)=3 \cdot 9=27$$

$$3x+3y \text{ при } x=5, y=4$$

$$3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 15 + 12 = 27$$

Сравним значения этих выражений. Получили одинаковые результаты.

Из распределительного свойства следует:

$$3(x+y) = 3x+3y$$

Определение.

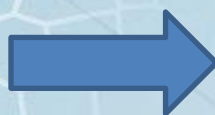
Два выражения, значения которых равны при любых значениях переменных, называются тождественно равными.

$$3(x+y) = 3x+3y$$

$$2n \cdot 3m = 6nm$$

$$a+0=a$$

$$a \cdot 0=0$$



Такие равенства
называют
тождествами.

Определение.

Равенство, верное при любых значениях переменных, называется тождеством.

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему выражением, называют тождественным преобразованием или просто преобразованием выражения.

Правила выполнения преобразований:

- чтобы привести подобные слагаемые, надо сложить их коэффициенты и результат умножить на общую буквенную часть;
- если перед скобками стоит знак «+», то скобки можно опустить, сохранив знак каждого слагаемого, заключенного в скобки;
- Если перед скобками стоит знак «-», то скобки можно опустить, изменив знак каждого слагаемого, заключенного в скобки.

Пример 1. Приведем подобные слагаемые в сумме $6x+3x-5x$.

Решение. Воспользуемся правилом приведения подобных слагаемых:

$$6x+3x-5x=(6+3-5)\cdot x=4x$$

Пример2. Раскройте скобки в выражениях:

a) $2a+(3c-b)$;

b) $2a-(4b-5c)$.

Применим правило раскрытия скобок, перед которыми стоят знаки «+» и «-». Получим:

a) $2a+(3c-b)=2a+3c-b$ (опустили скобки, сохранив знак каждого слагаемого в скобках);

b) $2a-(4b-5c)=2a-4b+5c$ (опустили скобки, изменив знак каждого слагаемого в скобках).

Работа на уроке. Первичное закрепление.

Какие свойства действий позволяют утверждать, что тождественно равны выражения:

а) $ab + 16c$ и $16c + ab$;

в) $xy + 3$ и $3 + xy$;

б) $(a + 2) + x$ и $a + (2 + x)$;

г) $5(b + c)$ и $5b + 5c$?

Являются ли тождественно равными выражения:

а) $(2a)(7b)$ и $14ab$;

в) $x - y$ и $y - x$;

б) $-2a + 2a$ и 0 ;

г) $(x - y)^2$ и $(y - x)^2$?

Являются ли тождественно равными выражения:

а) $2 + 8ba$ и $8ab + 2$;

в) $(a + b) \cdot 0$ и $a + b$;

б) $2x + 7$ и $2(x + 7)$;

г) $(a + b) \cdot 2$ и $2a + 2b$?

Закрепление материала:

Преобразуйте выражение в тождественно равное, используя распределительное свойство умножения:

- а) $7(x - y)$; в) $-23 \cdot (2a - 3b + 1)$;
б) $(a - 4b) \cdot 3$; г) $1,5 \cdot (-3x + 4y - 5z)$.

Приведите подобные слагаемые:

- а) $5a + 27a - a$; в) $6x - 14 - 13x + 26$;
б) $12b - 17b - b$; г) $-8 - y + 17 - 10y$.

Запишите без скобок выражение:

- а) $m + (a - k - b)$; в) $x + a + (m - 2)$;
б) $m - (a - k - b)$; г) $a - (b - c) + (m + n)$.

Докажите тождество:

$$3(a+2)-3a=6$$

Решение.

Преобразуем левую часть равенства, используя распределительное свойство:

$$\begin{aligned} 3(a+2)-3a &= 3 \cdot a + 3 \cdot 2 - 3a = \underline{3a} + 6 - \underline{3a} = (\text{приведем} \\ &\text{подобные слагаемые}) = \\ &= (3-3)a + 6 = 0 \cdot a + 6 = 6 \end{aligned}$$

Левая часть равенства тождественно равна 6. Что и требовалось доказать.

Выполните самостоятельно

Докажите, что выражение $4(x+0,5)-4x$ тождественно равно 2.

Вопросы:

Какие выражения называются тождественно равными?

Что называют тождеством?

Какие преобразования называют тождественными?

Какие тождественные преобразования вам знакомы?