

Прикидка и оценка результатов вычислений.

18.09.2023

Вспомни!

Какие числа называются натуральными?



Числа, которые используют при подсчёте предметов, называют натуральными числами.

Натуральные числа один, два, три, четыре, пять и так далее, записанные в порядке возрастания и без пропусков, образуют ряд натуральных чисел.

Самое маленькое натуральное число – единица.

В натуральном ряду каждое следующее число на 1 больше предыдущего.

Натуральный ряд бесконечен, наибольшего числа в нём нет.

Множество всех натуральных чисел принято обозначать латинской буквой N .

Вспомни!

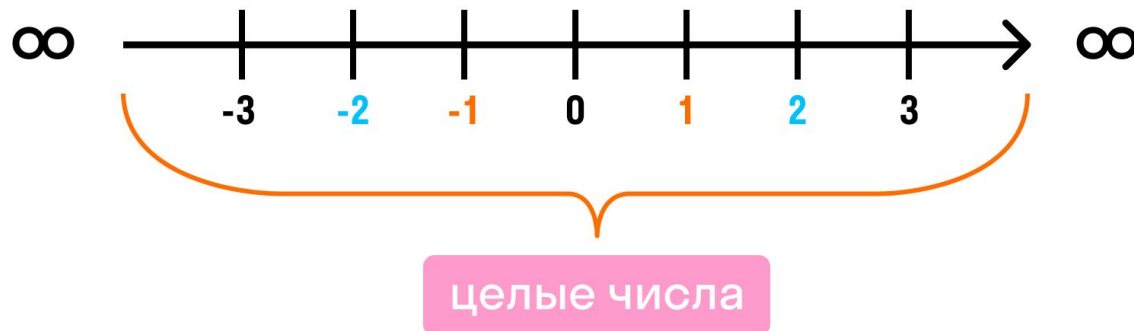
Какие числа называются целыми?

Целые числа — это натуральные числа, противоположные им и число нуль.

Сумма, разность и произведение целых чисел в результате дают целые числа.

Этот ряд бесконечен. Наибольшего и наименьшего целых чисел не бывает.

Множество целых чисел обозначают Z .



Z (целые числа)

..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

N (натуральные числа)

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ...



Вспомни!

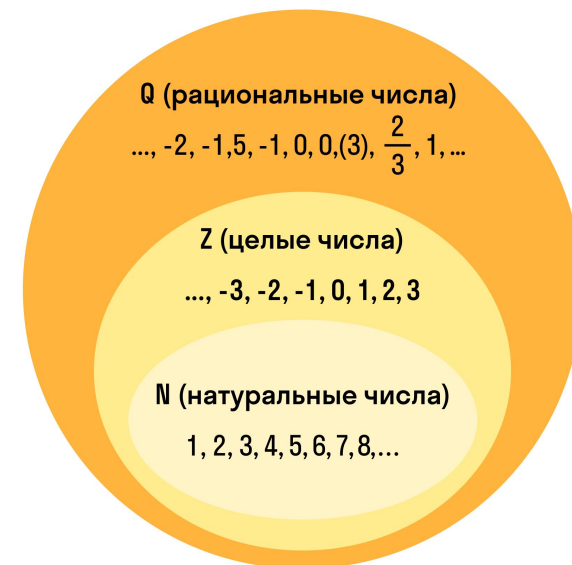
Какие числа называются рациональными?

Целые и дробные числа составляют множество рациональных чисел.

Всякое рациональное число, как целое, так и дробное, можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где m – целое число, n – натуральное.

Например, $\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{5}{5}$, $\frac{8}{1}$, $\frac{8}{2}$

Множество рациональных чисел имеет специальное обозначение – Q .



Вспомни!

Какие числа называются иррациональными?

Иррациональное число — это действительное число, которое невозможно выразить в форме деления двух целых чисел, то есть в виде рациональной дроби.

Оно может быть выражено в форме бесконечной непериодической десятичной дроби.

Примеры:

$$\pi = 3,1415926\dots$$

$$\sqrt{2} = 1,41421356\dots$$

$$e = 2,71828182\dots$$

$$\sqrt{8} = 2,828427\dots$$

$$-\sqrt{11} = -3.31662\dots$$

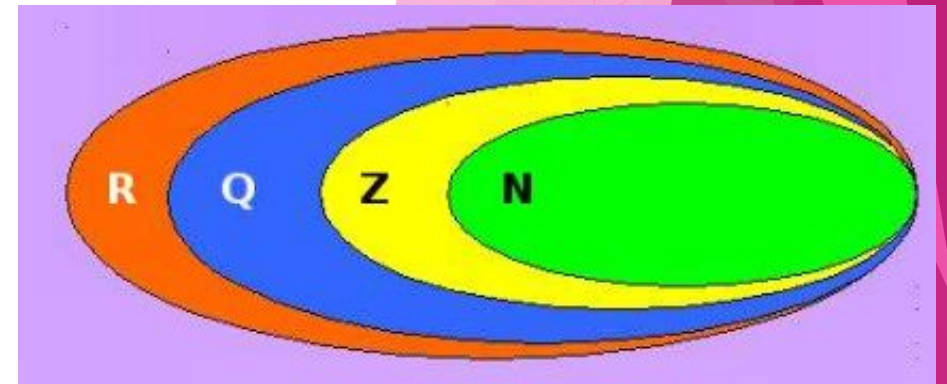
Обозначение множества иррациональных чисел: латинская буква I.



Вспомни!

Какие числа называются действительными?

Множество действительных (вещественных) чисел состоит из множества рациональных и множества иррациональных чисел. Оно обозначается буквой R , а также его можно записать как $(-\infty; +\infty)$. Можно записать так, что R есть объединение двух множеств: рациональных и иррациональных чисел: $R = Q \cup I$.



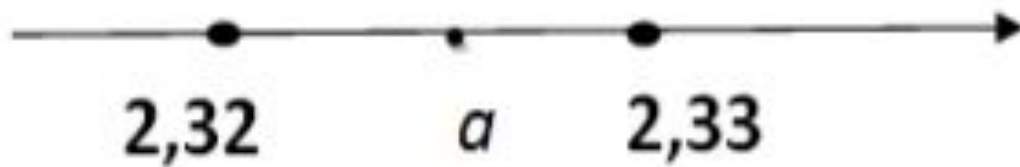
Приближения числа

- При решении практических задач иногда невозможно указать точный результат. Если число a_1 мало отличается от числа a , то пишут: $a \approx a_1$.
- Говорят, что число a приближённо равно числу a_1 или a_1 -это приближение числа a .
- Если $a_1 < a$, то a_1 называют приближением с недостатком.
- Если $a_1 > a$, то a_1 называют приближением с избытком.
- Действительные числа, задаваемые бесконечными десятичными дробями, заменяют конечными десятичными дробями.



Пример1.

Пусть $a = 2,3(28)$ или $a = 2,32828\dots$ Отбросим все цифры, начиная со второй после запятой, получим 2,32. Увеличим дробь на 0,01, получим 2,33. Число a находится между ними: $2,32 < a < 2,33$



Таким образом, $a \approx 2,32$ или $a \approx 2,33$.

2,32 – приближение числа с недостатком;

2,33 – приближение числа с избытком, с точностью до 0,01.

Более точное приближение числа a получим при приближении с точностью до 0,001. Тогда, $2,328 < a < 2,329$



Пример 2.

Если число отрицательное:

пусть $b = -2,3(28) = -2,32828\dots$, отбросим все цифры, начиная со второй после запятой, тогда $-2,33 < b < -2,32$.

$-2,33$ - приближение числа с недостатком;

$-2,32$ - приближение числа с избытком, с точностью до 0,01 или до единицы второго разряда.



Значащей цифрой десятичной дроби называют её первую (слева направо), отличную от нуля, цифру, а также все следующие за ней цифры. В числе 235000 все цифры значащие, в числе 0,302 значащие - три цифры после запятой.

Значащими цифрами являются:

- ▶ - все ненулевые цифры;
- ▶ - нули, содержащиеся между ненулевыми цифрами;
- ▶ - нули, являющиеся представителями сохраненных десятичных разрядов при округлении.



Округление



Округлить число с точностью до значащей цифры - это значит, округлить число до того разряда, где находится значащая цифра, заменив следующие цифры нулями.

Пример: 3,7523... округлите с точностью до 0,01.

$3,75|23 \approx 3,7500 \approx 3,75$.

Незначащие цифры, нули, нужно отбросить. При этом помним правило округления:

Если правее разряда, до которого округляем, стоит цифра 5, 6, 7, 8, 9, то цифру в разряде увеличиваем на 1.

Если правее разряда, до которого округляем, стоит цифра 0, 1, 2, 3, 4, то цифру в разряде не изменяем.

Обратите внимание,

что все основные действия над рациональными числами сохраняются и для действительных чисел (переместительный, сочетательный и распределительный законы, правила сравнения, правила раскрытия скобок и т.д.).

Арифметические операции над действительными числами обычно заменяются операциями над их приближениями.



Задание 1

Пусть: $a = 23,1834567$ и $b = -4,2375$.

Найдите сумму и разность с точностью до одной сотой.

Решение:

Чтобы вычислить приближённую сумму, разность двух чисел, надо округлить эти числа с одинаковой точностью, затем выполнить сложение или вычитание.

Решение: округляем до 0,01.

$a = 23,18|34567 \approx 23,18$ и $b = -4,23|75 \approx -4,24$.

Находим:

$a + b \approx 23,18 + (-4,24) = 18,94$.

$a - b \approx 23,18 - (-4,24) = 23,18 + 4,24 = 27,42$.

Ответ: 18,94; 27,42.



Задание 2

Пусть: $a = 23,1834567$ и $b = -4,2375$.

Найдите сумму и разность с точностью до одной сотой.

Решение:

Чтобы вычислить приближённую сумму, разность двух чисел, надо округлить эти числа с одинаковой точностью, затем выполнить сложение или вычитание.

Решение: округляем до 0,01.

$a = 23,18|34567 \approx 23,18$ и $b = -4,23|75 \approx -4,24$.

Находим:

$$a + b \approx 23,18 + (-4,24) = 18,94.$$

$$a - b \approx 23,18 - (-4,24) = 23,18 + 4,24 = 27,42.$$

Ответ: 18,94; 27,42.



Задание 3

Найдите значение выражения: $\sqrt{6} + \sqrt{3}$

Воспользуемся калькулятором:

$$\sqrt{6} = 2,4494386 \dots; \sqrt{3} = 1,7320508 \dots$$

Найдем значение данного выражения с точностью до единиц.

Округлим полученные результаты до десятых:

$$\sqrt{6} = 2,4; \sqrt{3} = 1,7$$

Тогда получаем:

$$\sqrt{6} + \sqrt{3} \approx 2,4 + 1,7 = 4,1 \approx 4$$

Найдем значение данного выражения с точностью до десятых.

Округлим полученные результаты до сотых:

$$\sqrt{6} = 2,44; \sqrt{3} = 1,73$$

Тогда получаем:

$$\sqrt{6} + \sqrt{3} \approx 2,44 + 1,73 = 4,17 \approx 4,2$$

Найдем значение данного выражения с точностью до сотых.

Округлим полученные результаты до тысячных:

$$\sqrt{6} = 2,449; \sqrt{3} = 1,732$$

Тогда получаем:

$$\sqrt{6} + \sqrt{3} \approx 2,449 + 1,732 = 4,281 \approx 4,28 \text{ и т.д.}$$



Задание 4

На рулоне обоев имеется надпись, гарантирующая, что длина полотна обоев находится в пределах $10 \pm 0,05$ м. Какую длину не может иметь полотно при этом условии?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 10,23
- 2) 10,05
- 3) 9,96
- 4) 10,03

Решение.

Запись, приведённая в условии, указывает на то, что длина рулона обоев находится в пределах от 9,95 м до 10,05 м. В этот интервал не попадает значение 10,23.

Правильный ответ указан под номером: 1.



Задание 5

Для каждой десятичной дроби укажите ее разложение в сумму разрядных слагаемых.
Номера запишите без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

А. 0,7041

Б. 0,7401

В. 7,401

1) $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-4}$

2) $7 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-3}$

3) $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3}$

4) $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-4}$

Решение.

Запишем заданные числовые выражения в виде десятичных дробей:

1) $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-4} = 7 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,01 + 1 \cdot 0,0001 = 0,7 + 0,04 + 0,0001 = 0,7401,$

2) $7 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 1 \cdot 10^{-3} = 7 \cdot 1 + 4 \cdot 0,1 + 1 \cdot 0,001 = 7 + 0,4 + 0,001 = 7,401,$

3) $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 1 \cdot 10^{-3} = 7 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,01 + 1 \cdot 0,001 = 0,7 + 0,04 + 0,001 = 0,741,$

4) $7 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 10^{-4} = 7 \cdot 0,1 + 4 \cdot 0,001 + 1 \cdot 0,0001 = 0,7 + 0,004 + 0,0001 = 0,7041.$

Искомое соответствие: А — 4, Б — 1, В — 2.

Ответ: 412.



Задание 6

Масса Луны равна $7,35 \cdot 10^{22}$ кг. Выразите массу Луны в млн тонн.
В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) $7,35 \cdot 10^{10}$ млн т
- 2) $7,35 \cdot 10^{13}$ млн т
- 3) $7,35 \cdot 10^{16}$ млн т
- 4) $7,35 \cdot 10^{19}$ млн т

Решение.

В одной тонне 10^3 кг, 1 миллион — это 10^6 . Преобразуем представленное в условии число:

$$7,35 \cdot 10^{22} = 7,35 \cdot 10^3 \cdot 10^6 \cdot 10^{13} = 7,35 \cdot 10^{13} \text{ млн т.}$$

Правильный ответ указан под номером: 2.



Задание 7

Численность населения Китая составляет $1,3 \cdot 10^9$ человек, а Вьетнама — $8,5 \cdot 10^7$ человек. Во сколько раз численность населения Китая больше численности населения Вьетнама?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) примерно в 6,5 раз
- 2) примерно в 15 раз
- 3) примерно в 150 раз
- 4) примерно в 1,5 раза

Решение.

Разделим численность населения Китая на численность населения Вьетнама:

$$\frac{1,3 \cdot 10^9}{8,5 \cdot 10^7} = \frac{13 \cdot 10}{8,5} \approx 1,5 \cdot 10 = 15.$$

Таким образом, численность населения Китая примерно в 15 раз больше численности населения Вьетнама.

Правильный ответ указан под номером: 2.



Проверь себя!

На рулоне обоев имеется надпись, гарантирующая, что длина полотна обоев находится в пределах $10 \pm 0,05$ м. Какую длину не может иметь полотно при этом условии?

В ответе укажите номер правильного варианта.

1)	10,61
2)	9,98
3)	9,97
4)	10,03

В лабораторию купили электронный микроскоп, который даёт возможность различать объекты размером до $2 \cdot 10^{-6}$ см. Выразите эту величину в миллиметрах.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 0,002
- 2) 0,0002
- 3) 0,00002
- 4) 0,000002



Проверь себя!

Площадь территории России составляет $1,7 \cdot 10^7 \text{ км}^2$, а Нигерии - $9,2 \cdot 10^5 \text{ км}^2$. Во сколько раз площадь территории России больше площади территории Нигерии?

- 1) примерно в 18 раз
- 2) примерно в 180 раз
- 3) примерно в 1,8 раза
- 4) примерно в 5,4 раза

В лабораторию купили электронный микроскоп, который даёт возможность различать объекты размером до $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ см}$. Выразите эту величину в миллиметрах.

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1) 0,0000027
- 2) 0,000027
- 3) 0,00027
- 4) 0,027



Домашнее задание

1. Найдите значение выражения: $\frac{4x-25y}{2\sqrt{x}-5\sqrt{y}} - 3\sqrt{y}$, если $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$.

Ответ: _____.

2. Упростите выражение $7b + \frac{2a-7b^2}{b}$, найдите его значение при $a = 9$; $b = 12$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

3. Найдите значение выражения $(8b-8)(8b+8) - 8b(8b+8)$ при $b = 2,6$.

Ответ: _____.

4. Найдите $f(7)$, если $f(x+5) = 2^{4-x}$.

Ответ: _____.

5. Упростите выражение $\frac{a^{-11} \cdot a^4}{a^{-3}}$ и найдите его значение при $a = -\frac{1}{2}$. В ответе запишите полученное число.

Ответ: _____.