

«Механические колебания»

План урока:

- 1) Колебательное движение. Виды колебаний.
- 2) Графическое представление колебательного движения.
- 3) Уравнение гармонических колебаний.
- 4) Колебательные системы.
- 5) Динамика и энергия колебательного движения.
- 6) Период и частота свободных колебаний пружинного и математического маятников.
- 7) Сила и энергия при свободных колебаниях пружинного и математического маятников.
- 8) Резонанс, резонансная кривая.

Механические колебания (колебательный процесс) – это движения, которые точно или приблизительно повторяются через определенные интервалы времени (процесс, характеризующийся повторяемостью во времени).



Колебания называются *периодическими*, если значения изменяющихся физических величин повторяются через равные промежутки времени.

Параметры колебательного процесса

Наименьший промежуток времени T , через который значение изменяющейся физической величины повторяется (по величине и направлению, если эта величина векторная, по величине и знаку, если она скалярная), называется **периодом колебаний**.

$$T = \frac{t}{N}$$

t – время колебаний;

N – число колебаний.

В СИ единица измерения периода: $[T]=1 \text{ с}$

Число полных колебаний ν , совершаемых за единицу времени, называется **частотой колебаний** этой величины и обозначается через ν .

$$\nu = \frac{N}{t}$$

В СИ единица измерения частоты колебаний $[\nu]=1 \text{ Гц}$

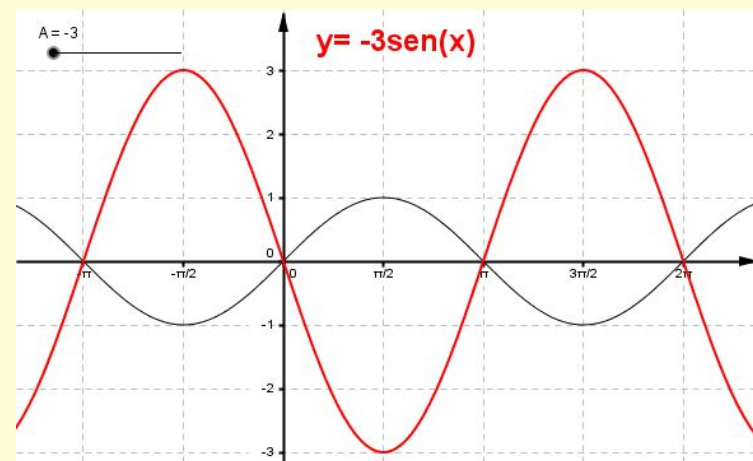
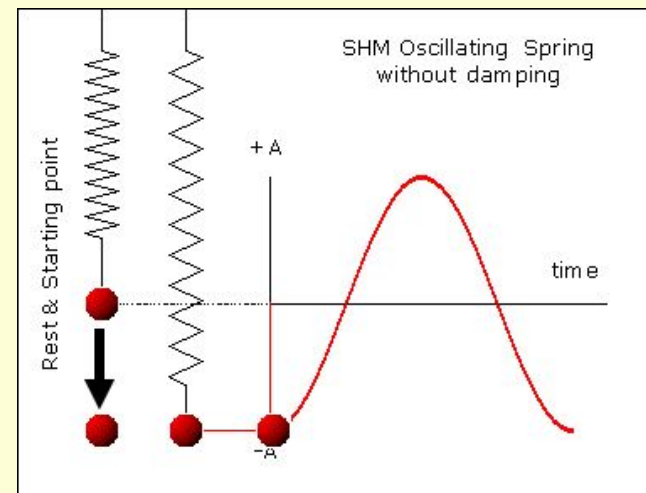
Период и частота колебаний связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

Параметры колебательного движения

Смещение (x) – отклонение колеблющейся точки от положения равновесия в данный момент времени.

Амплитуда ($x_{\max}$ или A) – наибольшее смещение от положения равновесия.





Колебания различной природы
(механические, электрические и т.д.)
описываются одинаковыми законами.

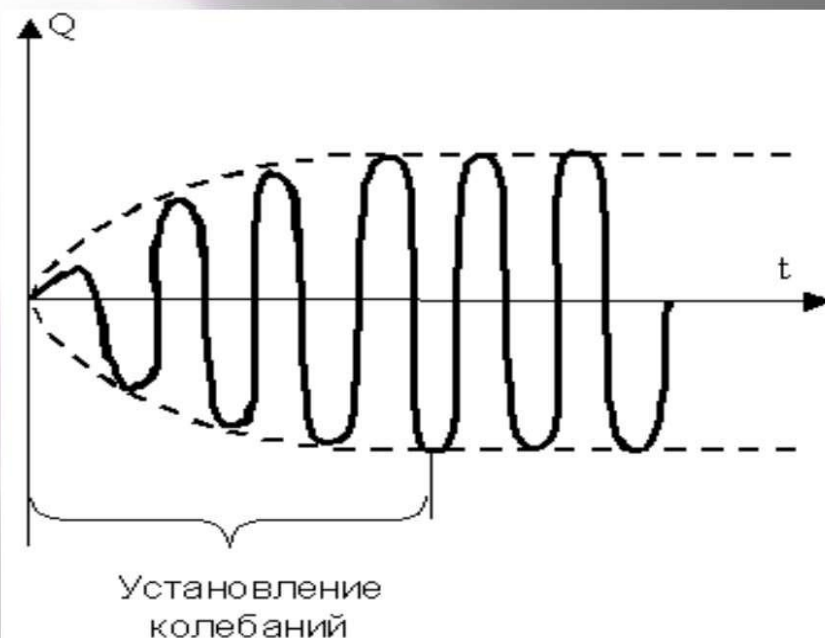
Различают несколько видов колебаний



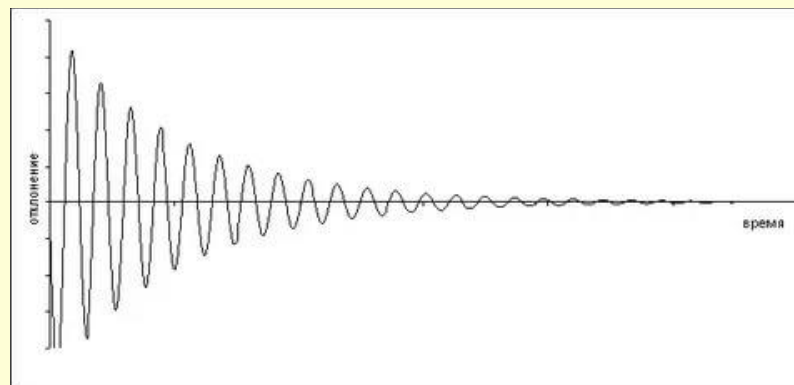
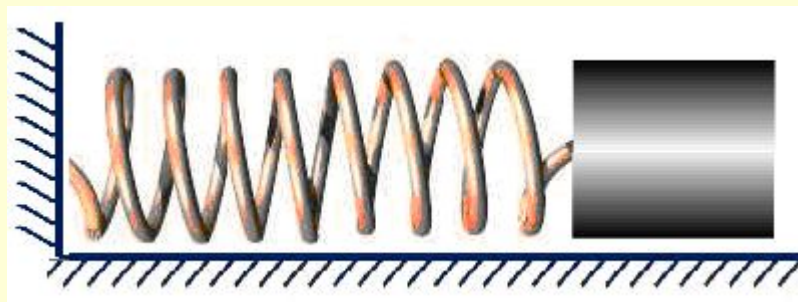
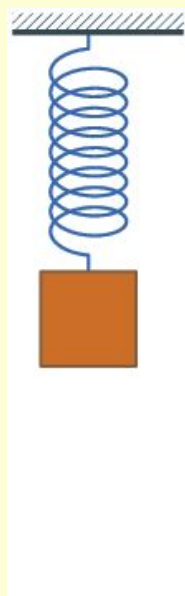
Вынужденные колебания – это колебания, которые происходят под действием внешней, периодически изменяющейся силы.



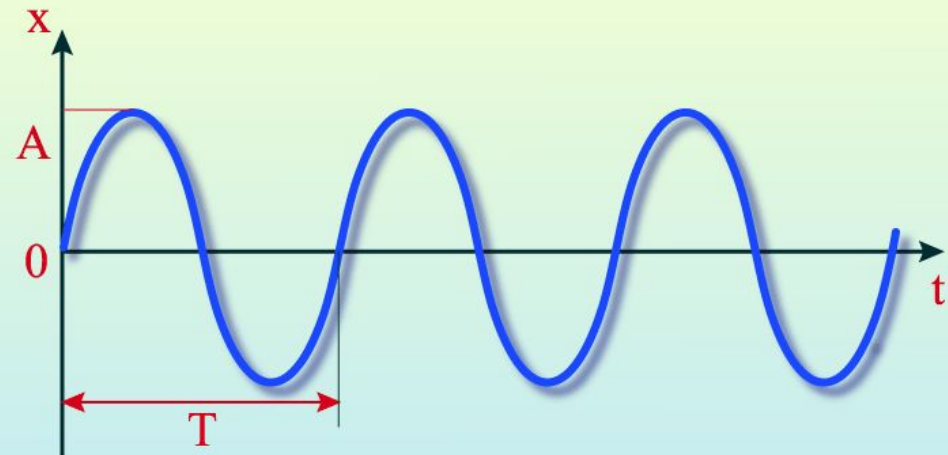
График вынужденных колебаний



Свободные колебания (затухающие) – это колебания, которые возникли в системе под действием внутренних сил, после того, как система была выведена из положения устойчивого равновесия.



Автоколебаниями называются незатухающие колебания, которые могут существовать в системе без воздействия на неё внешних периодических сил.



A – амплитуда колебаний
 T – период колебаний

Гармонические колебания

– это колебания, в процессе совершения которых, значения физических величин изменяются с течением времени по закону синуса или косинуса.

Уравнение гармонического колебания устанавливает зависимость координаты тела от времени. График устанавливает зависимость смещения тела со временем.

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

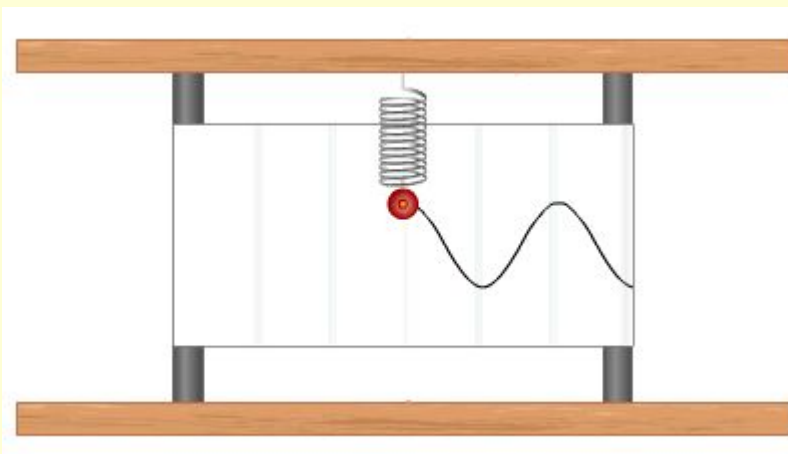
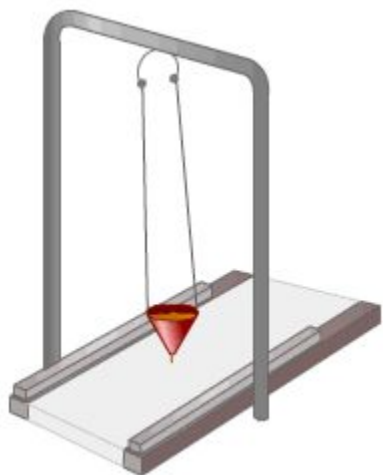
x – координата колеблющегося тела

A (x_0) – амплитуда колебания

ω – циклическая частота

t – время

φ_0 – начальная фаза



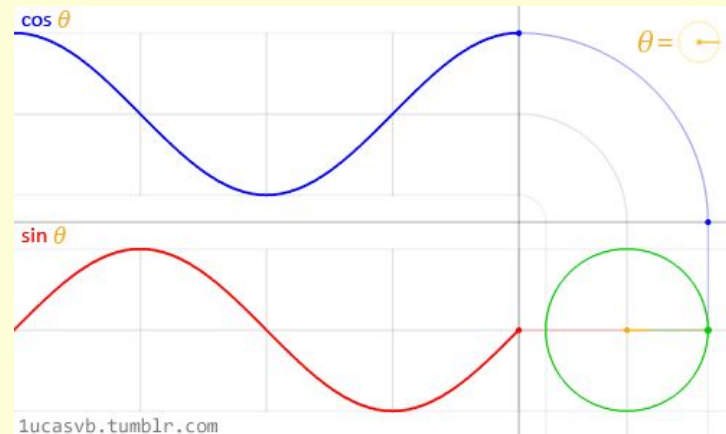
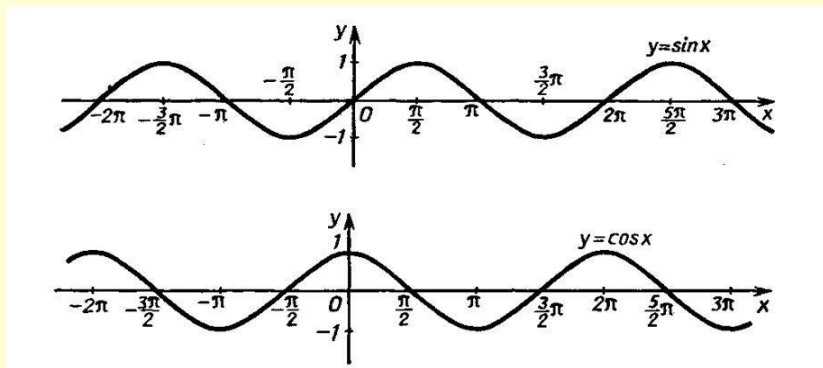
Графическое представление гармонических колебаний

Графиком гармонического колебания является *синусоида* или *косинусоида*.



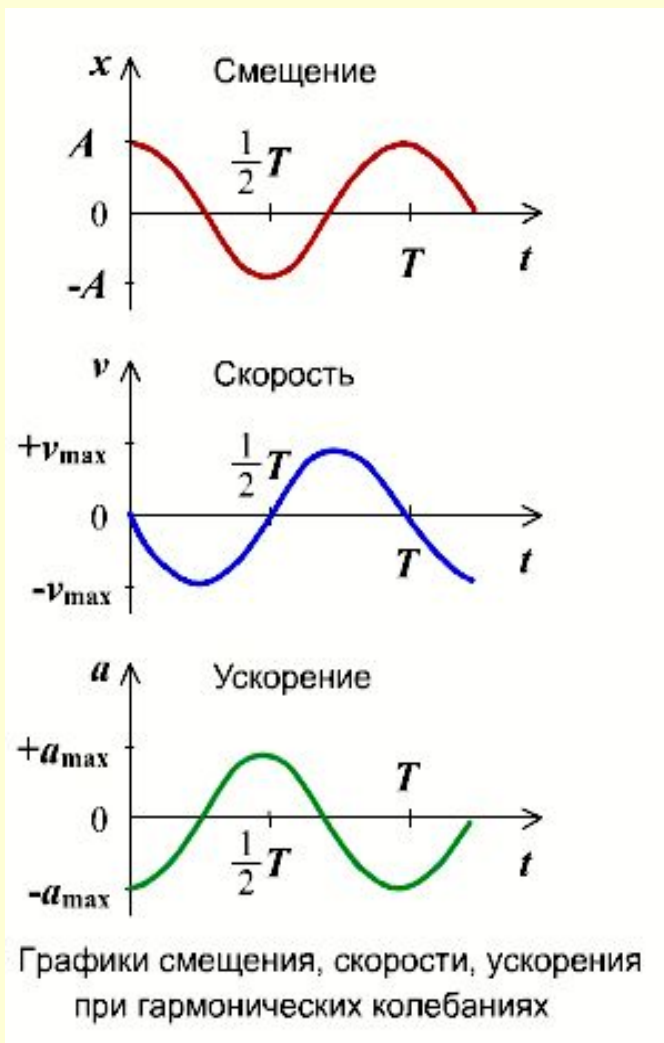
Период и частота колебаний связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\nu}$$



Изменение скорости и ускорения при гармоническом колебании

Если колебание описывать по закону косинуса



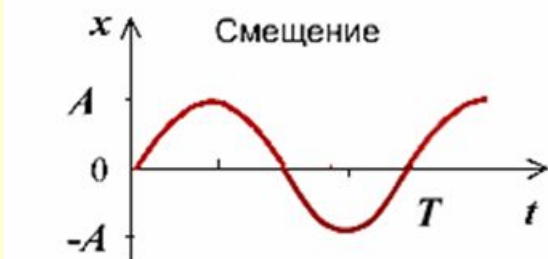
$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega \cos\left[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \cos\left[(\omega t + \varphi_0) + \pi\right]$$

Изменение скорости и ускорения при гармоническом колебании

Если колебание описывать по закону синуса



Графики смещения, скорости, ускорения при гармонических колебаниях

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) = A\omega \sin\left[(\omega t + \varphi_0) + \frac{\pi}{2}\right]$$

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = A\omega^2 \sin\left[(\omega t + \varphi_0) + \pi\right]$$

Максимальные значения скорости и ускорения

$$v_{\max} = A\omega$$

$$a_{\max} = A\omega^2$$

$\vec{v}$ – мгновенная скорость колеблющегося тела

$\vec{a}$ – ускорение тела

A – амплитуда колебаний

ω – циклическая частота колебаний

$$[v] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$[a] = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$[A] = 1 \text{ м}$$

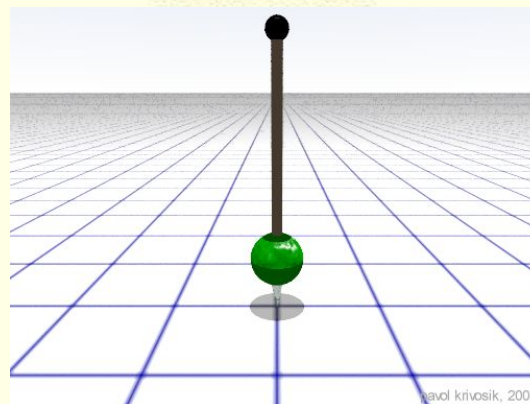
$$[\omega] = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Механические колебательные системы

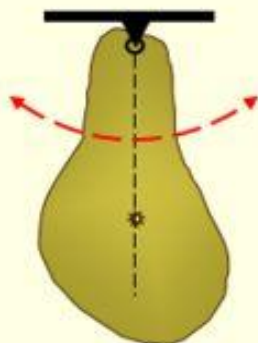
Пружинный маятник



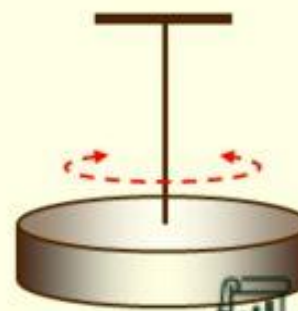
Математический маятник



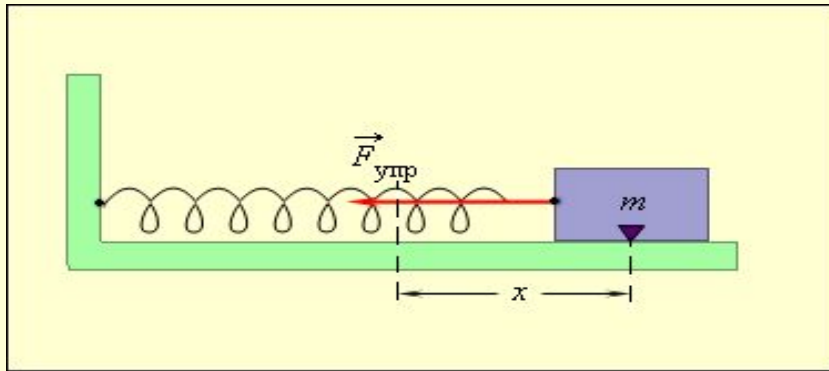
Физический маятник



Крутильный маятник



Пружинный маятник – груз некоторой массы m , прикрепленный к пружине жесткости k , второй конец которой закреплен неподвижно, составляют систему, способную в отсутствие трения совершать свободные гармонические колебания.

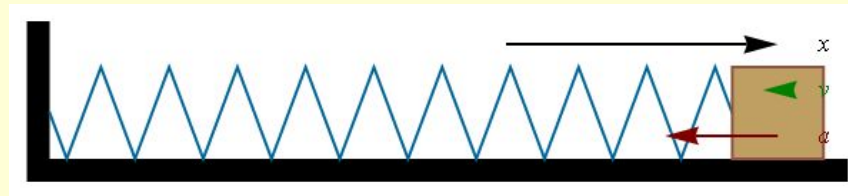


$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- круговая (собственная) частота

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

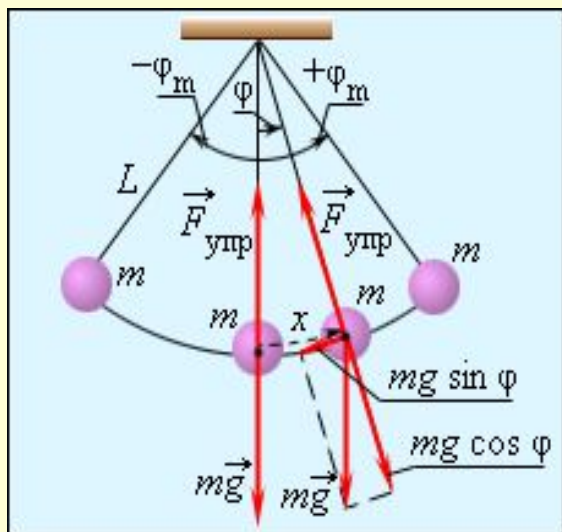
- период колебаний груза на пружине



Период и частота колебаний связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\nu}$$

Математическим маятником называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.



φ – угловое отклонение маятника от положения равновесия,
 $x = l\varphi$ – смещение маятника по дуге

Колебания маятника при больших амплитудах не являются гармоническими.

$$\omega_0^2 = \frac{g}{l}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

- собственная частота малых колебаний математического маятника.

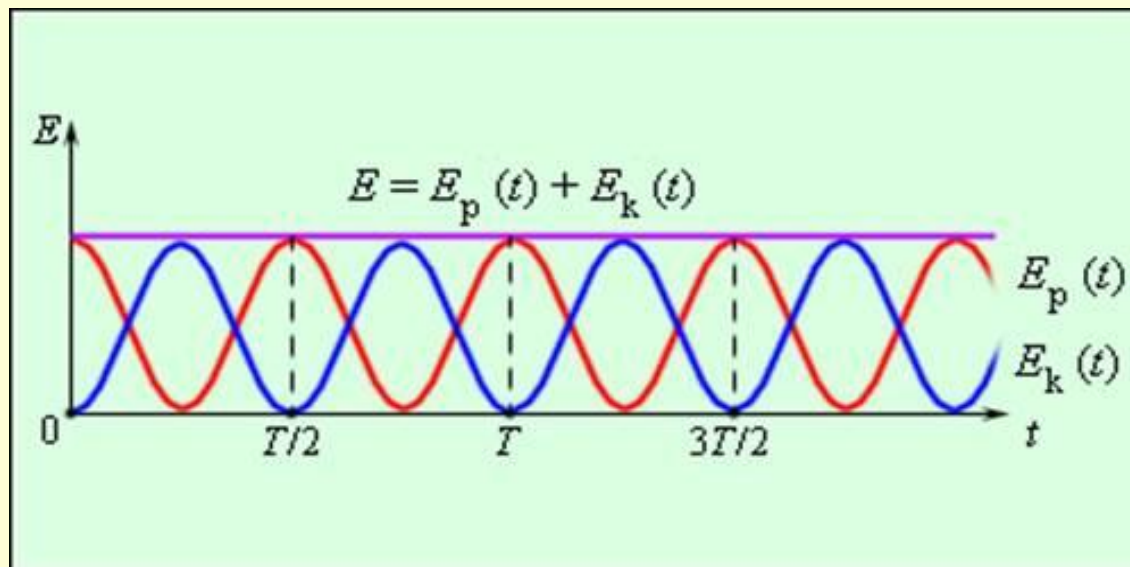
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- период колебаний математического (нитяного) маятника.

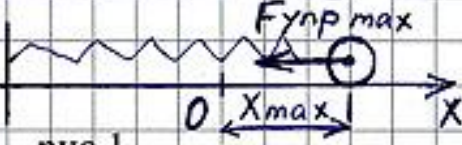
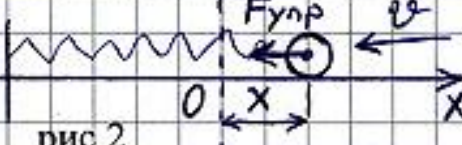
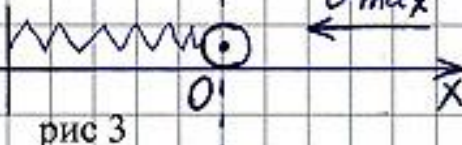
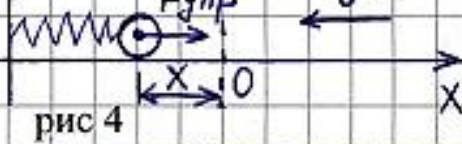
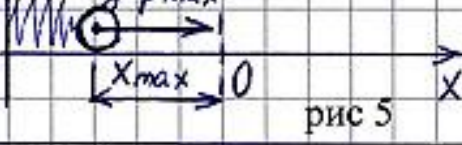
Если колебания свободные, то трение отсутствует, следовательно выполняется закон сохранения энергии.

$$E_p(t) + E_k(t) = \text{const}$$

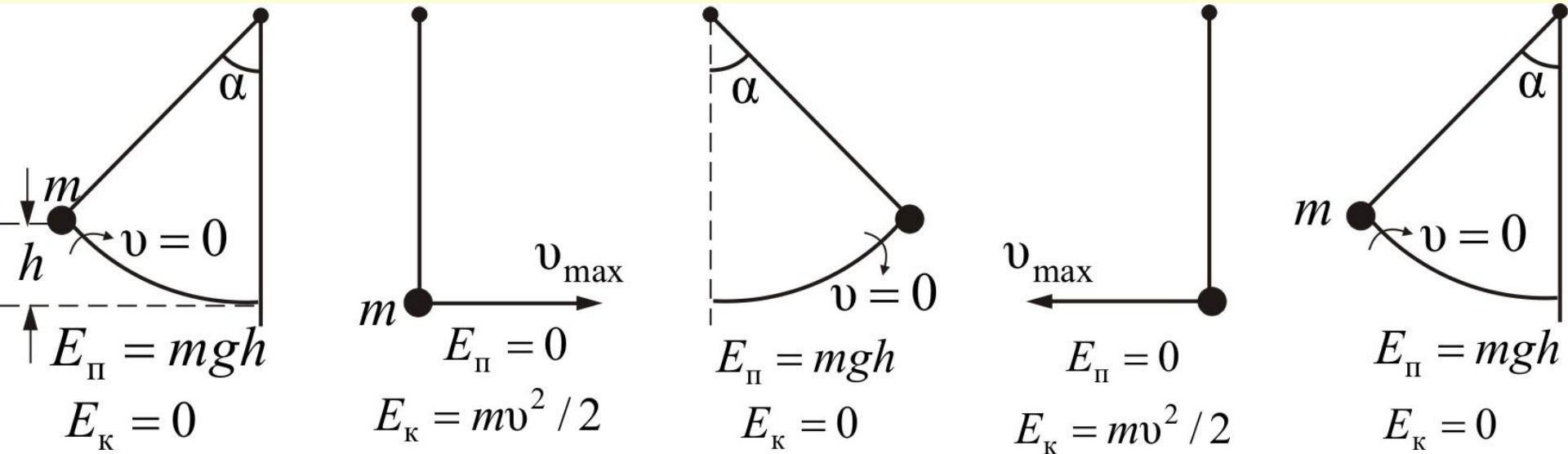
За полное колебание (колебательное движение, которое вновь повторяется, называют полным колебанием) происходит превращение механической энергии.



Превращение энергии при свободных механических колебаниях (колебания на пружине)

положение маятника	время	смещение	скорость	потенциальная энергия	кинетическая энергия
рис 1 	$t = 0$	x_{max}	$v = 0$	$E_{pmax} = \frac{kx_{max}^2}{2}$	$E_k = 0$
рис 2 		x	v	$E_p = \frac{kx^2}{2}$	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
рис 3 	$t = \frac{T}{4}$	$x = 0$	v_{max}	$E_p = 0$	$E_{kmax} = \frac{mv_{max}^2}{2}$
рис 4 		$x < 0$	v	$E_p = \frac{kx^2}{2}$	$E_k = \frac{mv^2}{2}$
рис 5 	$t = \frac{T}{2}$	$x_{max} < 0$	$v = 0$	$E_{pmax} = \frac{kx_{max}^2}{2}$	$E_k = 0$

Превращение энергии при свободных механических колебаниях (колебания нитяного маятника)



$$E = E_{\text{к}} + E_{\text{п}} = \frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{mgx^2}{2l}; \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l};$$

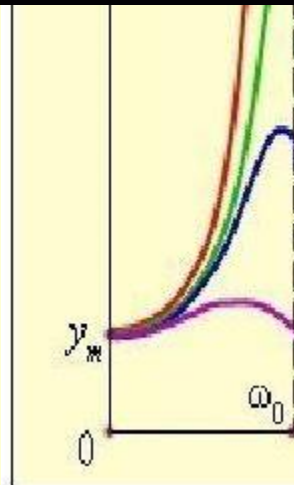
$$(E_{\text{п}})_{\text{max}} = mgh_m = \frac{mgx_m^2}{2l};$$

$$(E_{\text{к}})_{\text{max}} = \frac{mv_m^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 x_m^2}{2} = (E_{\text{п}})_{\text{max}}$$



ение резкого возрастания
колебаний тела при
денной периодической
стотой колебаний.

оактеристика или



Резонанс



УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

- Наличие в колеблющейся материальной точке избыточной энергии;
 - Если вывести тело из положения равновесия, то равнодействующая не равна нулю.
 - Действие на материальную точку возвращающей силы;
 - Наличие положения устойчивого равновесия, при котором равнодействующая сила равна нулю.
 - Силы трения в системе малы.
- 

то $11/м$.

496. Математический маятник имеет длину подвеса 10 м. Амплитуда колебания 20 см. Постройте график зависимости $x(t)$.

497. На пружине жесткостью 40 Н/м подвешен груз массой 500 г. Постройте график колебаний этого груза, если амплитуда равна 1 см.

498. Демонстрационная пружина имеет постоянную жесткость, равную 10 Н/м. Какой груз следует прикрепить к этой пружине, чтобы период колебаний составлял 5 с?

499. Автомобильные рессоры могут иметь жесткость порядка $2 \cdot 10^4$ Н/м. Каков будет период колебаний, если на рессоры упадет груз массой 500 кг?

500. Какую длину имеет математический маятник с периодом колебаний 2 с?

501. Ускорение свободного падения на Луне равно $1,7 \text{ м/с}^2$. Каким будет период колебаний математического маятника на Луне, если на Земле он равен 1 с? Зависит ли ответ от массы груза?

502. Найдите массу груза, который на пружине жесткостью 250 Н/м делает 20 колебаний за 16 с.

503. Какое значение получил для ускорения свободного падения учащийся при выполнении лабораторной работы, если маятник длиной 80 см совершил за 3 мин 100 колебаний?