

ОСНОВНІ
СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ
ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ
ФУНКЦІЯМИ ОДНОГО
АРГУМЕНТУ.

**Дуже часто при розв'язуванні задач виникає
проблема: знайти значення
тригонометричних функцій, якщо задано
лише значення однієї з них. Отже, на даному
уроці ми згадаємо вже відому вам формулу –
основну тригонометричну тотожність - і
виведемо ще декілька формул, які пов'язують
тригонометричні функції одного і того самого
аргументу.**

1. Співвідношення між синусом і косинусом.

З основної тригонометричної тотожності

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

можна виразити $\sin \alpha$ через $\cos \alpha$ і навпаки :

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

2. Співвідношення між тангенсом і котангенсом.

Згідно з визначенням тангенса і котангенса:

$$tg\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Перемноживши ці рівності, одержимо:

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$$

Отже, $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$

Із одержаної рівності можна виразити $tg \alpha$ через $ctg \alpha$ і навпаки:

$$tg\alpha = \frac{1}{ctg\alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{1}{tg\alpha}$$

3. Співвідношення між тангенсом і косинусом, котангенсом і синусом.

1) Розділимо ліву і праву частину рівності $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ на $\cos^2 \alpha$, вважаючи, що $\cos^2 \alpha \neq 0$, одержимо:

$$\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} ,$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

звідси:

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} , \text{ де } \alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z} .$$

2) Розділимо ліву і праву частину рівності $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ на $\sin^2 \alpha$, вважаючи, що $\sin \alpha \neq 0$, одержимо:

$$\frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} ,$$

$$\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

звідси:

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} , \text{ де } \alpha \neq \pi k, k \in \mathbb{Z} .$$

Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу

(записати в зошит)

1. Співвідношення між синусом і косинусом.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

2. Співвідношення між тангенсом і котангенсом.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

3. Співвідношення між тангенсом і косинусом, котангенсом і синусом.

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$