СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 9 класс

Испытания Бернулли

Цели урока:

- знать, что такое отдельное испытани
Бернулли, что такое успех и неудача
связаны их вероятности;
- понимать, что такое серия независим
одинаковых испытаний Бернулли. Зд
независимость понимается в обычно
смысле – как отсутствие влияний одн
испытания на другое;
- уметь вычислять вероятность
элементарного события вида НУНУ в
из n испытаний Бернулли;
- уметь вычислять число элементарн
событий, благоприятствующих ровно
успехам в серии испытаний Бернулл
- знать формулу вероятности ровно ***к***
успехов и уметь ею пользоваться.

Повторение ТЕОРИИ

- Случайное событие - событие называется случайным, если нельзя утверждать, что это событие в данных обстоятельствах произойдет.
- Элементарное событие –
- Вероятность –
- Частота случайного события –
- Маловероятное случайное событие –
- Равновероятные события –
- Достоверное событие –
- Невозможное событие –
- Наибольшее и наименьшее значение вероятности –
- Несовместные события –
- Независимые события –

Испытание Бернулли

- **Определение:** *Испытанием Бернулли* называют случайный опыт, который может закончиться одним из двух элементарных событий.

УСПЕХ И НЕУДАЧА

- Одно из двух элементарных событий в таких опытах условно называют *успехом*, а другой — *неудачей.*
- Вероятность того, что опыт закончится успехом, обычно обозначают буквой *p.* Вероятность неудачи обозначают *q.* Числа *p и q* положительные, при этом $p + q = 1$.

Серия или последовательность испытаний Бернулли

- Если проводится несколько одинаковых и независимых испытаний Бернулли подряд, то говорят, что проведена *серия* или *последовательность испытаний Бернулли.* Серия испытаний Бернулли также является случайным экспериментом.

Число успехов

- Подбрасывание монеты

Количество бросков	Возможные результаты	Испытание Бернулли	Количество элементарных событий	
1	О или Р	У или Н	2	2^1
2	ОО или РР ОР или РО	УУ или НН УН или НУ	4	2^2
3	ООО или РРР ООР или РРО ОРО или РОР РОО или ОРР	УУУ или ННН УУН или ННУ УНУ или НУН НУУ или УНН	8	2^3

Вывод: если n – количество испытаний, то 2^n - количество элементарных событий.

Вероятность успеха

- При одном подбрасывании монеты вероятность выпадения орла (О или Р - У или Н)

$$p = q = \frac{1}{2}$$

- При двух подбрасываниях монеты вероятность события -выпадение орла при каждом броске (ОО, то есть УУ)

$$p^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Вероятности событий

- При проведении серии из *n* независимых испытаний Бернулли одно элементарное событие с k успехами имеет вероятность

$$p^k q^{n-k}$$

- Число таких элементарных событий с k успехами равно

$$C_n^k$$

- событие «наступило ровно *к* успехов» имеет вероятность

$$C_n^k p^k q^{n-k}$$

Пример 1.

- При стрельбе в мишень с вероятностью попадания $\frac{1}{3}$ производится 7 выстрелов. Какова вероятность попасть в мишень ровно 3 раза?
- Решение.

n=7, k=3, p=$\frac{1}{3}$, q=1- $\frac{1}{3}$ = $\frac{2}{3}$

Выполним расчеты по формуле вероятностей

$C_n^k p^k q^{n-k}$, где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Решение.

$$P(A)=\frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}\cdot p^{k}\cdot q^{n-k}$$

$$P(A)=\frac{7!}{3!\left(7-3\right)!}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{4}$$

$$P(A)=\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 1\cdot 2^{4}}{3\cdot 2\cdot 1\cdot 3^{3}\cdot 3^{4}}=\frac{560}{2187}\approx 0{,}256$$

Пример 2.

- Иван Иванович купил билет «Спортлото 5 из 36». Он должен зачеркнуть ровно 5 номеров из 36. Сколько существует способов это сделать?
- Найдите вероятность угадать 5 номеров из 36.

Число успехов

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$C_{36}^5 = \frac{36!}{5!(36-5)!}$$

$$C_{36}^5 = 376992$$

- 376992 способа зачеркнуть ровно 5 номеров из 36
- Значит, вероятность угадать ровно 5 номеров из 36 равна

$$P(A) = \frac{1}{C_n^k}$$

$$P(A) = \frac{1}{376992} \approx 0{,}000003$$

Пример 3.

- Проводится серия из 3 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p = \frac{1}{6}$ Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 1 успех, а затем — 2 неудачи.

Решение.

- Проводится серия из 3 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $\frac{1}{6}$ Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 1 успех, а затем — 2 неудачи.
- Решение.

n=3, k=1, p=$\frac{1}{6}$, q=1-$\frac{1}{6}$ = $\frac{5}{6}$

Выполним расчеты по формуле вероятностей $C_n^k p^k q^{n-k}$, где $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

$$P(A) = \frac{3!}{1!\,2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right) \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{72} \approx 0{,}347$$

Самостоятельная работа №2

- Вариант 1
- 1. Проводится серия из 6 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p = \frac{1}{3}$.Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 2 успеха, а затем — 4 неудачи.
- 2. Сколько элементарных событий с 4 успехами возможно в серии из 10 испытаний Бернулли?
- 3. Найдите вероятность выбросить ровно 6 орлов, 10 раз бросив монету.

- Вариант 2
- 1. Проводится серия из 6 независимых испытаний Бернулли с вероятностью успеха $p = \frac{1}{2}$. Найдите вероятность элементарного события, в котором наступает сначала 4 успеха, а затем — 2 неудачи.
- 2. Сколько элементарных событий с 6 успехами возможно в серии из 10 испытаний Бернулли?
- 3. Найдите вероятность выбросить ровно 4 орла, 10 раз бросив монету.

Вероятность событий

$$P(A)=\frac{n!}{k!\left(n-k\right)!}\cdot p^{k}\cdot q^{n-k}$$

где

n- количество испытаний

k- количество успехов

p- вероятность успеха

q- вероятность неудачи

Фотоматериал использован из свободного доступа сети Интернет для наглядного представления теоретических фактов.