



Тема уроку: Квадратні нерівності. Розв'язування квадратних нерівностей

Властивості квадратичної функції

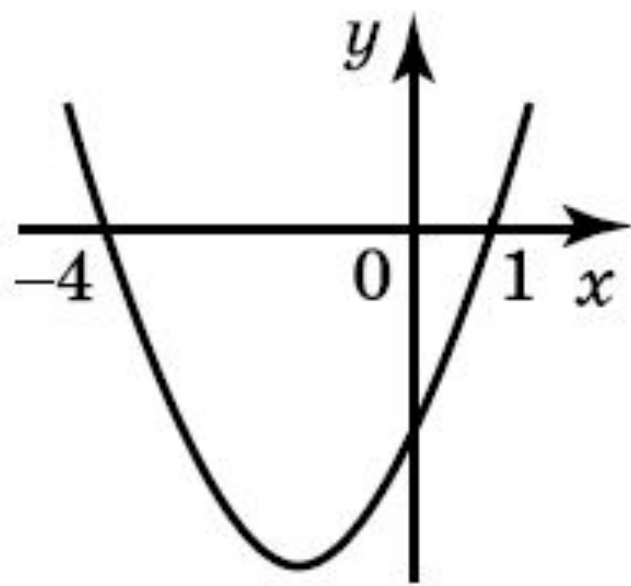
- загальний вигляд,
- визначення коефіцієнтів квадратного тричлена,
- назва графіка,
- визначення напрямків віток параболи,
- визначення нулів функції,
- визначення координат вершини параболи,
- визначення проміжків зростання і спадання



Нерівності вигляду $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$, де x – змінна, a , b і c – деякі числа, причому $a \neq 0$, називають *квадратними нерівностями* (або *нерівностями другого степеня з однією змінною*).

Приклад 1. Розв'язати нерівність $x^2 + 3x - 4 < 0$.

Розв'язання. Розглянемо функцію $y = x^2 + 3x - 4$. Графіком її є парабола, гілки якої напрямлені вгору. З'ясуємо, чи перетинає парабола вісь x . Для цього розв'яжемо рівняння $x^2 + 3x - 4 = 0$, тобто знайдемо нулі функції. Маємо: $x_1 = 1$; $x_2 = -4$.



Мал. 65

Отже, парабола перетинає вісь x у точках з абсцисами 1 і -4 . Будуємо схематично графік функції $y = x^2 + 3x - 4$, знаючи її нулі та напрям гілок (мал. 65). За графіком з'ясовуємо, що функція набуває від'ємних значень, коли $x \in (-4; 1)$. Отже, множиною розв'язків нерівності $x^2 + 3x - 4 < 0$ є проміжок $(-4; 1)$.

Відповідь. $(-4; 1)$.

Виконуємо усно



472. (Усно). Які з нерівностей є квадратними:

1) $2x + 3 > 0$;

2) $3x^2 - 7x - 5 \geq 0$;

3) $\frac{1}{x^2 - 5x} < 0$;

4) $9x^2 - 3x^3 \leq 0$;

5) $x^2 + 7x < 0$;

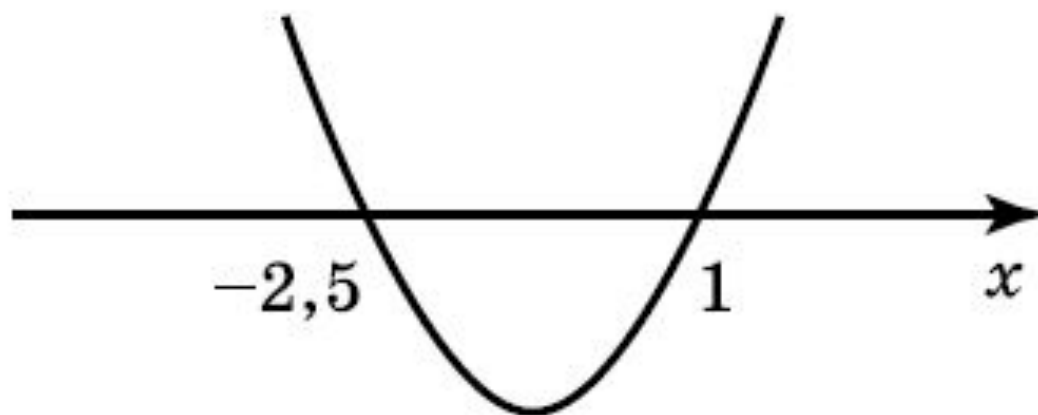
6) $x^2 + 9 \geq 0$?

Виконуємо разом



475. На малюнку 70 схематично зображено графік функції $y = 2x^2 + 3x - 5$. Використовуючи графік, запишіть розв'язки нерівності:

- | | |
|-------------------------|----------------------------|
| 1) $2x^2 + 3x - 5 > 0;$ | 2) $2x^2 + 3x - 5 \geq 0;$ |
| 3) $2x^2 + 3x - 5 < 0;$ | 4) $2x^2 + 3x - 5 \leq 0.$ |



Мал. 70

Графічний спосіб

*Розв'язування квадратної нерівності як дослідження
квадратичної функції.*

Наприклад:- $x^2 + 5x - 6 > 0$

Будуємо зображення параболи відносно осі OX . (для цього)

а) знаходимо нулі функції;

$$x' = 2, x'' = 3$$

$a < 0$, вітки направлені вниз

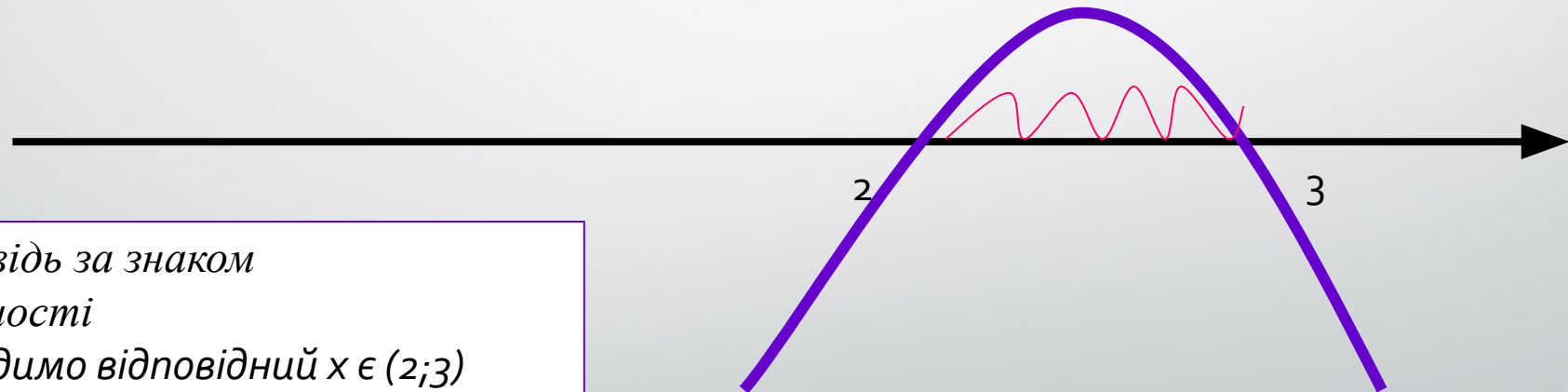
б) визначаємо розміщення віток параболи

в) Записуємо відповідь за знаком

$<$ або $>$ даної нерівності

Якщо $y > 0$, то знаходимо відповідний $x \in (2; 3)$

Відповідь: $(2; 3)$



Позв'язати нерівність: $-x^2 + 4x - 3 \leq 0$

1. Розглянемо функцію
 $y = -x^2 + 4x - 3$

2. $a = -1 < 0$ - напрям віток вниз

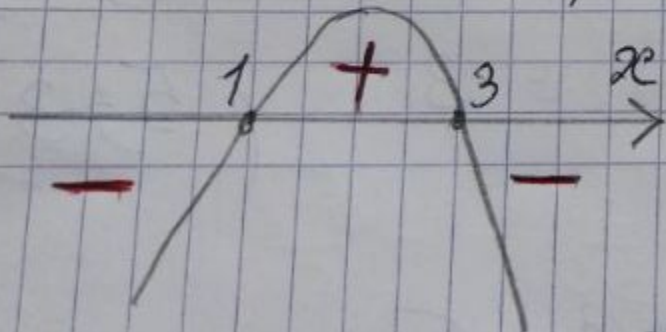
3. знаходимо нулі функції $y = 0$
 $-x^2 + 4x - 3 = 0$

$$D = 16 - 4(-1) \cdot (-3) = 4 = 2^2$$

$$x_1 = \frac{-4 - 2}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-4 + 2}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

4. Схематично зобраємо графік



5. знаходимо на Осі x проміжки,
на яких НЕРІВНІСТЬ набуває
визначених значень ($-x^2 + 4x - 3 \leq 0$)

$$x \in (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$$



Дякую за увагу!