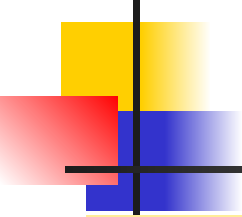


Дисциплина: Теоретические основы электротехники

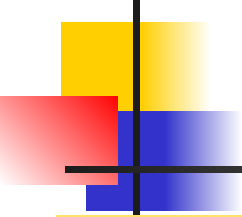


РАЗДЕЛ 2 ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Лекция №10

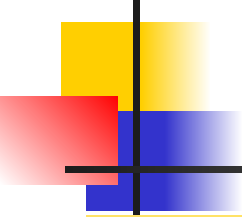


. Тема:
**«Преобразование
энергии в
электрических цепях
синусоидального
тока»**



Учебные вопросы

- 1. Мгновенная мощность пассивного двухполюсника. Преобразование энергии.
- 2. Активная, реактивная, полная и комплексная мощности
- 3. Баланс мощностей
- 4. Коэффициент мощности
- 5. Согласование источника энергии с нагрузкой



Литература

- **1. Бессонов Л.А.
Теоретические основы
электротехники.
Электрические цепи:
учебник для бакалавров. –
М. : Издательство Юрайт,
2012, с. 101-106.**

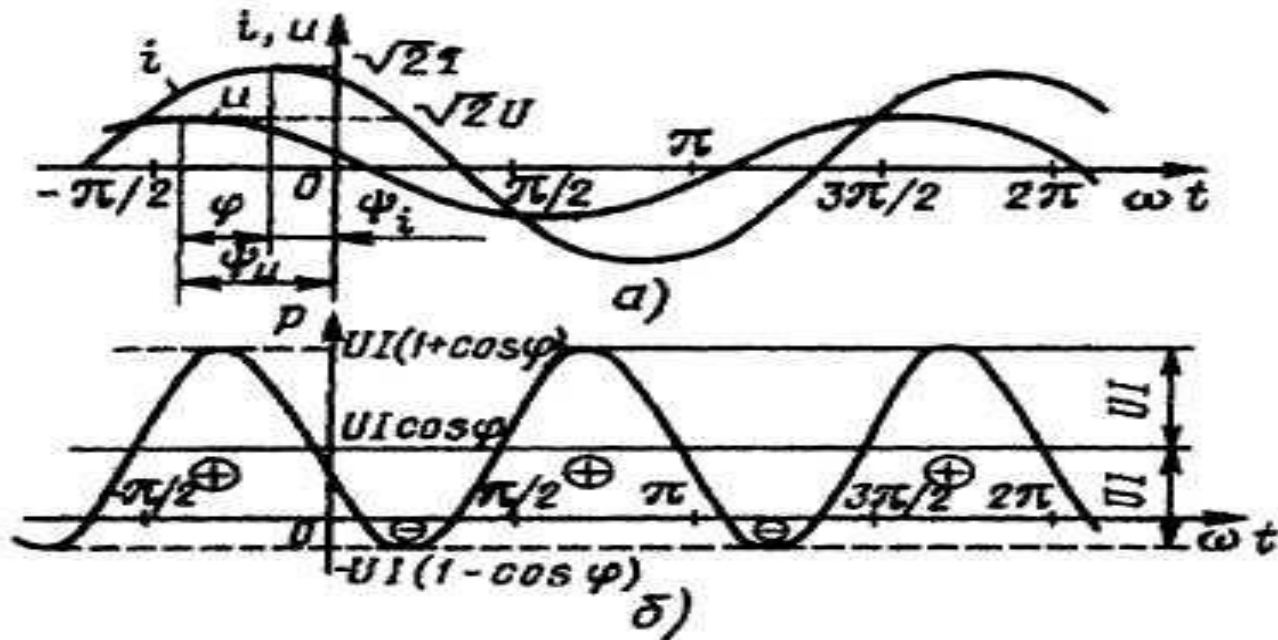
1. Мгновенная мощность пассивного двухполюсника. Преобразование энергии



$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \psi_u)$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi_i)$$

$$p = ui = 2UI \cos(\omega t + \psi_u) \cos(\omega t + \psi_i) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$



$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$P = UI \cos \varphi$$

Мгновенная мощность пассивного двухполюсника содержит:

- постоянную составляющую $UI \cos \varphi$, значение которой зависит от сдвига фаз между током и напряжением;
- переменную составляющую,

$$UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$

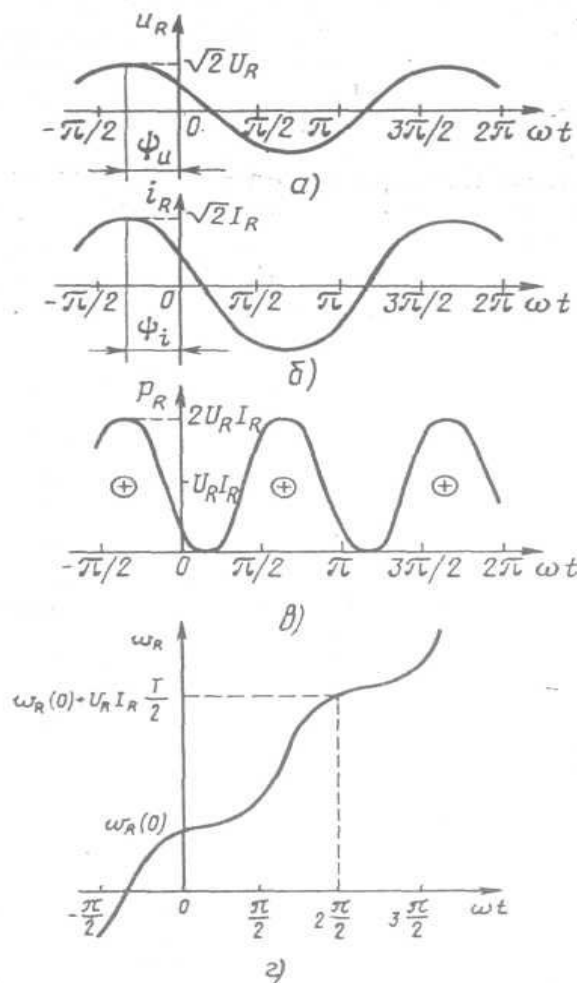
амплитуда которой UI не зависит от φ .

$$p = ui = 2UI \cos(\omega t + \psi_u) \cos(\omega t + \psi_i) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \psi_u + \psi_i)$$

$$P = UI \cos \varphi$$

Активная мощность — это среднее значение мгновенной мощности двухполюсника за период, численно равная постоянной составляющей мгновенной мощности.

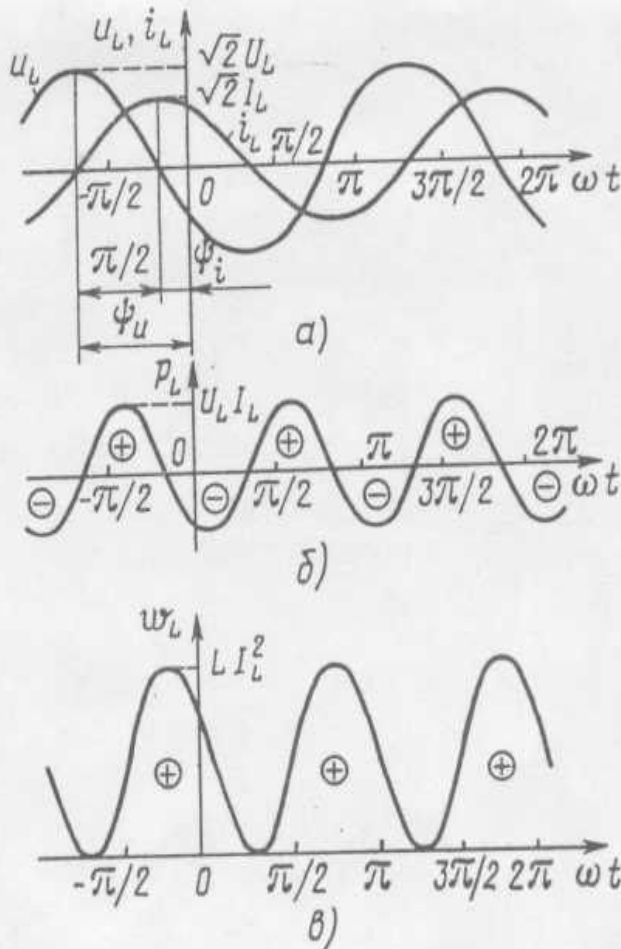
Анализ мгновенной мощности показывает, что энергетические процессы в цепи полностью определяются характером его входного сопротивления. При входном сопротивлении, имеющем чисто резистивный характер ($\varphi=0$)



- 1) постоянная составляющая мгновенной мощности численно равна амплитуде переменной составляющей;**
- 2) мгновенная мощность изменяется от 0 до $2 UI$, принимая только неотрицательные значения;**
- 3) относительно внешних зажимов двухполюсник ведет себя подобно резистивному элементу. В каждый момент времени он только потребляет ЭЭ от источника, необратимо преобразуя ее в другие виды энергии.**

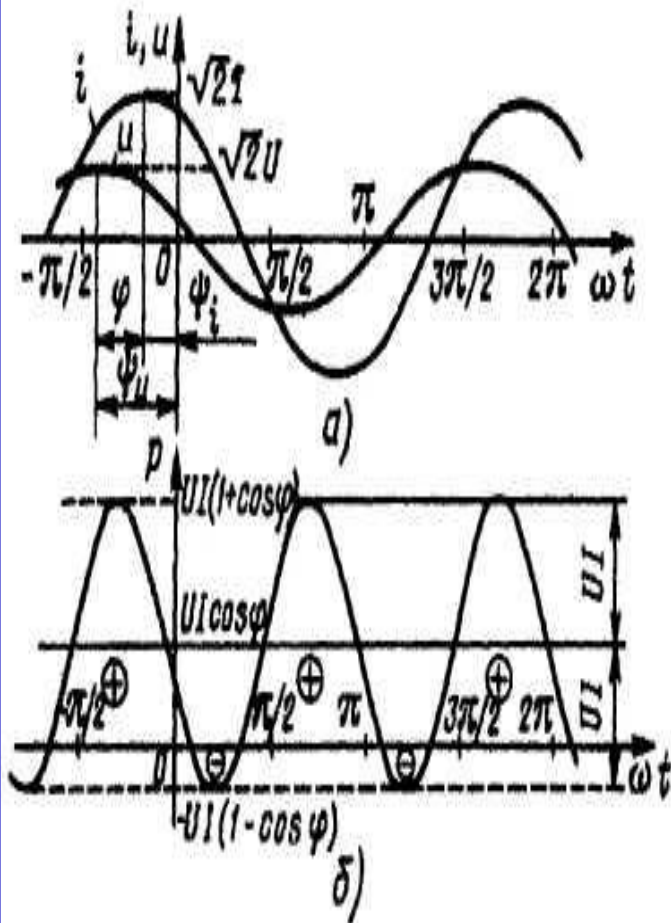
При входном сопротивлении, имеющем чисто реактивный характер

$$|\varphi| = \pi/2$$



- 1)** постоянная составляющая мгновенной мощности равна 0, т.е. активная мощность $P=0$;
- 2)** мгновенная мощность изменяется по гармоническому закону с двойной частотой;
- 3)** двухполюсник ведет себя подобному емкости или индуктивности, в течение одной половины периода изменения мощности запасая энергию от источника, в течение другой половины периода полностью отдавая ее источнику.

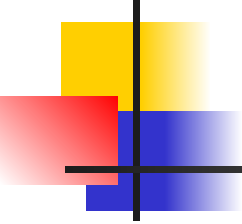
При входном сопротивлении, имеющем резистивно-индуктивный или резистивно-ёмкостной характер $0 < |\varphi| < \pi/2$



- 1) постоянная составляющая меньше амплитуды переменной составляющей;
- 2) в течение большей части периода мгновенная мощность положительна, в остальной части периода – отрицательна ;
- 3) в двухполюснике имеет место, как процесс запасания энергии, так и процесс необратимого преобразования ее в другие виды энергии.

2. Активная, реактивная, полная и комплексная мощность

2.1 Активная мощность


$$P = UI \cos \varphi$$

1. Характеризует среднюю за период скорость поступления энергии в двухполюсник и численно равна постоянной составляющей мгновенной мощности .

2. По знаку активной мощности можно судить о направлении передачи энергии: при $P > 0$ двухполюсник потребляет энергию, при $P < 0$ - отдает энергию остальной части цепи.

3. Для двухполюсников, не содержащих источников энергии, активная мощность не может быть отрицательной.



2.2 Полная мощность

$$S = UI$$

$$P = S \cos \varphi$$

1. Полной мощностью называется величина, равная произведению действующих значений тока и напряжения на зажимах цепи .

2. Полная мощность численно равна амплитуде переменной составляющей мгновенной мощности .

3. Полная мощность есть максимально возможное значение активной мощности цепи, которое имеет место при $\varphi = 0$.

2.3 Комплексная МОЩНОСТЬ

Комплексной мощностью цепи называется комплексное число $\underline{S}$, модуль которого равен полной мощности цепи S , а аргумент – углу сдвига фаз между током и напряжением φ .

$$\underline{S} = S e^{j\varphi}$$

$$\underline{S} = S \cos \varphi + jS \sin \varphi$$

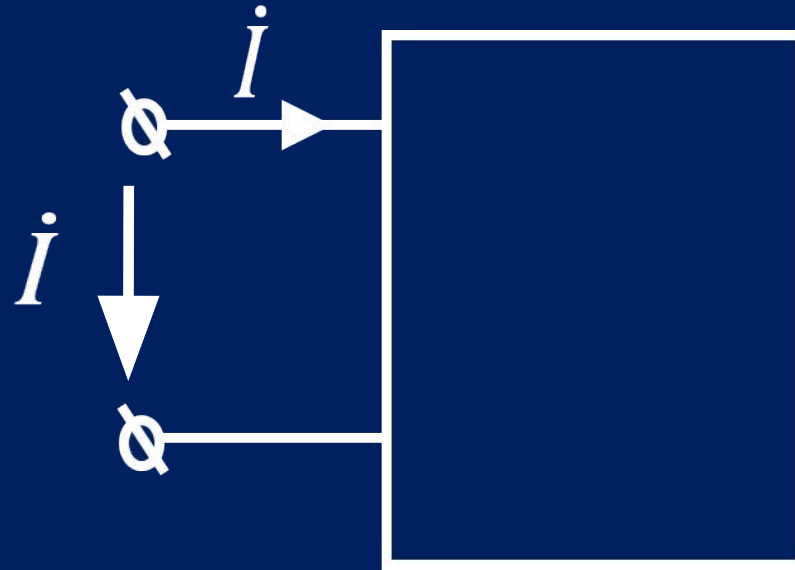
$$\operatorname{Re}[\underline{S}] = S \cos \varphi = P$$

$$\operatorname{Im}[\underline{S}] = S \sin \varphi = Q$$

$$\underline{S} = P + jQ$$

Комплексная мощность представляет собой комплексное число, вещественная часть которого равна активной мощности цепи P , а мнимая – реактивной Q .

Комплексная мощность



$\dot{i}$

$\dot{i}$

$\dot{i}$

$\dot{i}$

$\dot{i}$

*

i
i

i *i* *i* *i* *i* *i* *i* *i*

i *i*

Таким образом, имеется связь между комплексной мощностью и комплексными действующими значениями тока и напряжения:

$$\underline{S} = S e^{j\varphi}$$

$$\underline{S} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = \underline{U}^* \underline{I},$$

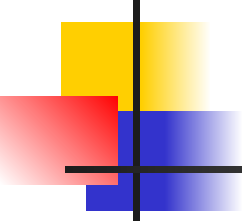
$$S = UI$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

$$\underline{I}^* = I e^{-j\psi_i}$$

Комплексная мощность цепи равна произведению комплексного напряжения цепи на комплексно-сопряженный ток

2.4 Реактивная МОЩНОСТЬ


$$\text{Im}[\underline{S}] = S \sin \varphi = Q$$

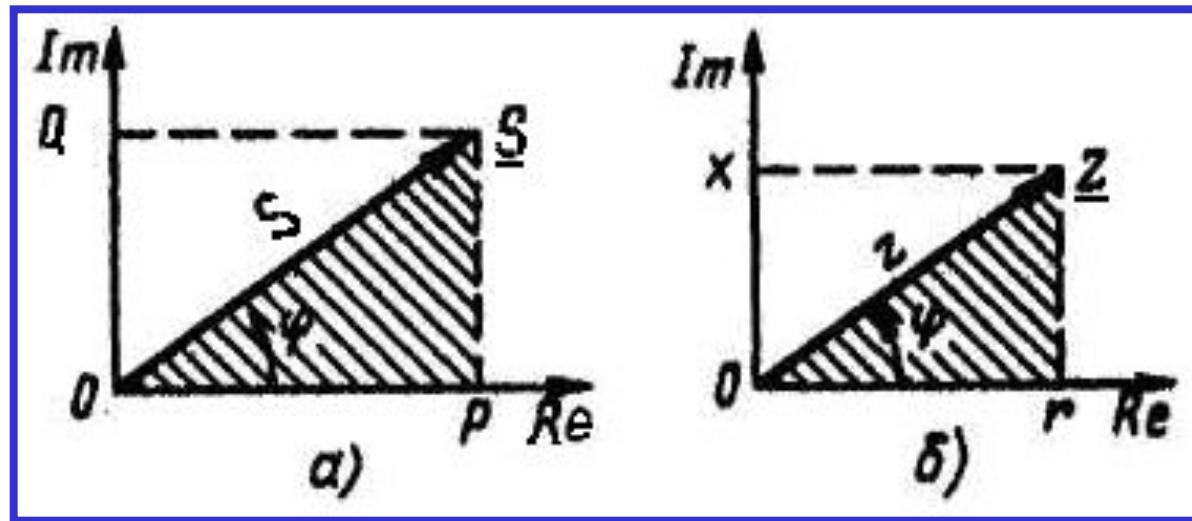
$$Q = UI \sin \varphi$$

1. Реактивная мощность

характеризует процессы обмена энергией между цепью и источником, она численно равна максимальной скорости запасания энергии в цепи.

2. По знаку реактивной мощности можно судить о характере запасаемой энергии: при $Q > 0$ энергия запасается в магнитном поле цепи, при $Q < 0$ - в электрическом; при $Q = 0$ в цепи отсутствует обмен энергией с источником.

2.5 Треугольник мощностей



$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$S = UI = I^2 z; Q = S \sin \varphi = UIx / z = I^2 x;$$

$$P = S \cos \varphi = UIr / z = I^2 r; \underline{S} = S e^{j\varphi} = \underline{I}^2 z e^{j\varphi} = \underline{I}^2 \underline{Z}$$

2.6 Размерности мощностей

1. Активная, реактивная, полная и комплексная мощности имеют одинаковую размерность [Дж/с].
2. Однако, для того чтобы подчеркнуть **различный физический смысл**, который вкладывается в эти понятия, единицам измерения данных величин присвоены различные названия.
3. **Активная мощность**, так же как и мгновенная выражается в ваттах [Вт].
4. **Полная и комплексная мощности** — в вольт-амперах [В·А].
5. **Реактивная мощность** — в вольт-амперах реактивных [вар].

2.7 Пример 1. Напряжение и ток на зажимах произвольного двухполюсника изменяются по гармоническому закону:

$$u = \sqrt{2} \cdot 120 \cos(314t + 20^\circ) \text{ В};$$

$$i = \sqrt{2} \cdot 6,8 \cos(314t - 51^\circ) \text{ мА}.$$

Рассчитать полную, активную, реактивную и комплексную мощности двухполюсника.

Решение

Определим комплексный ток $\underline{I}$, комплексное напряжение $\underline{U}$ и сдвиг фаз φ между током и напряжением на зажимах двухполюсника:

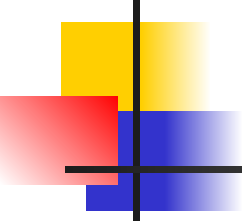
$$\underline{I} = I e^{j\psi_i} = 6,8 \cdot 10^{-3} e^{-j51^\circ} \text{ А} \quad \underline{U} = U e^{j\psi_u} = 120 e^{j20^\circ} \text{ В} \quad \varphi = \psi_u - \psi_i = 71^\circ$$

2. Подставляя эти величины в приведенные выше формулы, находим самые искомые мощности:

$$S = IU = 120 \cdot 6,8 \cdot 10^{-3} = 0,816 \text{ В} \cdot \text{А}; \quad P = S \cos \varphi = 0,816 \cos 71^\circ = 0,266 \text{ Вт};$$

$$Q = S \sin \varphi = 0,816 \sin 71^\circ = 0,772 \text{ вар}; \quad \underline{S} = S e^{j\varphi} = 0,816 e^{j71^\circ} \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Вывод: входное сопротивление цепи имеет резистивно-индуктивный характер ($0 < \varphi < \pi/2$), реактивная мощность цепи положительна.



3. Баланс мощностей

$$\sum_{k=1}^{N+M+H} p_k = \sum_{k=1}^{N+M+H} u_k i_k = 0$$

$$-\sum_{k=1}^{M+} p_{kcm} = \sum_{k=1}^H p_{np} \cdot$$

Уравнение (условие) баланса мгновенных мощностей: сумма мгновенных мощностей, отдаваемых всеми источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых всеми приемниками энергии

$$-\sum_{k=1}^{N+M} \underline{S}_{k\text{пист}} = \sum_{k=1}^H \underline{S}_k \cdot$$

Уравнение (условием) баланса комплексных мощностей: сумма комплексных мощностей, отдаваемых всеми идеализированными активными элементами, равна сумме комплексных мощностей всех идеализированных пассивных элементов.

Баланс активных и реактивных мощностей

Условие баланса активных мощностей- активная мощность, отдаваемая всеми источниками, равна активной мощности всех приёмников:

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{Re}[\underline{E}_k \underline{I}_k^*] + \sum_{k=1}^M \operatorname{Re}[\underline{U}_k \underline{J}_k^*] = \sum_{k=1}^H I_k^2 r_k ;$$

Условие баланса реактивных мощностей - реактивная мощность всех источников равна реактивной всех приёмников:

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{Im}[\underline{E}_k \underline{I}_k^*] + \sum_{k=1}^M \operatorname{Im}[\underline{U}_k \underline{J}_k^*] = \sum_{k=1}^H I_k^2 x_k ,$$

**В результате должны
выполняться равенства:**

i

4. Коэффициент мощности

$$P = UI \cos \varphi$$

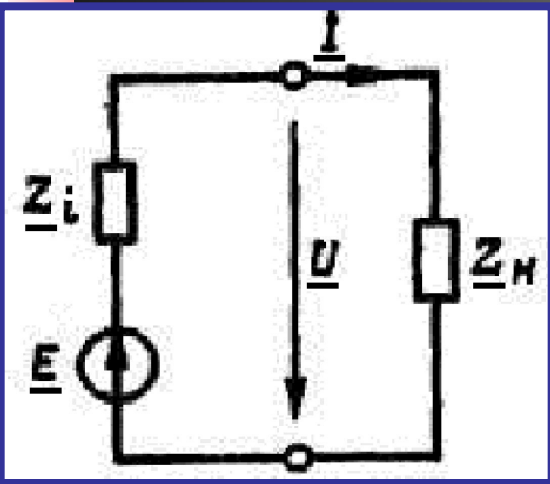
$$\cos \varphi = P / S$$

1. Повышение мощности P при неизменных действующих значениях токов и напряжений может быть достигнуто путем увеличения $\cos \varphi$, т. е. путем уменьшения сдвига фаз между током и напряжением.
2. Максимально возможное значение равно полной мощности и достигается при $\cos \varphi = 1$.

3. Величина $\cos \varphi = P / S$, характеризующая степень приближения активной мощности нагрузки к максимальному значению, называется **коэффициентом мощности**.

5. Согласование источника энергии с нагрузкой

5.1 Схема замещения источника с нагрузкой



$$\underline{Z}_i = r_i + jx_i$$

- внутреннее
сопротивление источника

$$\underline{Z}_H = r_H + jx_H$$

- сопротивление
нагрузки

Рассмотрим согласование источника с нагрузкой по критерию наибольшей активной мощности, передаваемой в нагрузку, и по критерию наибольшего КПД.

5.2 Активная мощность нагрузки

$$P = I^2 r_n = E^2 r_n / [(r_i + r_n)^2 + (x_i + x_n)^2].$$

$$I = E / Z$$

$$Z^2 = (r_i + r_n)^2 + (x_i + x_n)^2$$

Максимальное значение активной мощности по этой переменной будет достигнуто, если

$$x_n = -x_i$$

При этом

$$P_{\max} = P \Big|_{x_n = -x_i} = E^2 r_n / (r_i + r_n)^2$$

Определение максимума функции $P(r_H)$

$$\frac{dP_{\max}}{dr_i} = \frac{(r_i + r_i')^2 - 2r_i'(r_i + r_i')}{(r_i + r_i')^4} A^2 = 0$$

$$(r_i + r_H)^2 - 2r_H(r_H + r_i) = 0$$

$$r_H = r_i$$

Максимально возможное значение мощности нагрузки соответствует случаю

$$D_{\max \max} = D_{\max} \bigg|_{r_i = r_i} = D \bigg|_{\substack{r_i = r_i \\ x_i = -\tilde{o}_i}} = \frac{E^2}{4r_i}$$

$$Z_H = r_H + jx_H = r_i - jx_i$$

$$Z_H = \dot{Z}_i^*$$

5.3 Условие согласования

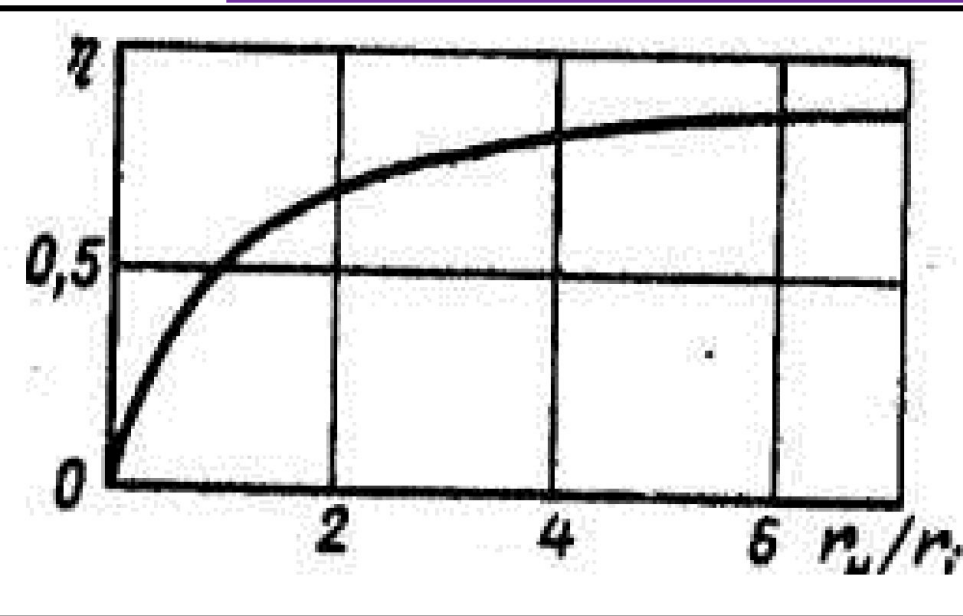
- Для согласования источника энергии с нагрузкой по критерию максимума активной мощности, передаваемой в нагрузку сопротивление нагрузки должно быть величиной, комплексно-сопряженной с внутренним сопротивлением источника.
- В частном случае, когда внутреннее сопротивление источника имеет чисто резистивный характер, сопротивление нагрузки должно выбираться равным внутреннему сопротивлению источника:

$$Z_H = Z_i^*$$

$$Z_H = Z_i = r_i$$

Коэффициент полезного действия цепи равен отношению активной мощности, потребляемой нагрузкой к суммарной активной мощности, потребляемой в цепи:

$$\eta = r_n I^2 / (r_n I^2 + r_i I^2) = r_n / (r_n + r_i).$$



Для согласования источника с нагрузкой по критерию максимума КПД необходимо, чтобы резистивная составляющая сопротивления нагрузки была намного больше резистивной составляющей внутреннего сопротивления источника.

$$r_n \gg r_i$$