Теория вероятностей-

Наука,которая изучает закономерности, присущие массовым событиям, происходящим в одинаковых условиях.

Теория вероятностей

Развитие теории вероятностей с момента зарождения этой науки и до настоящего времени было несколько своеобразным. На первом этапе истории этой науки она рассматривалась как занимательный “пустячок”, как собрание курьезных задач, связанных в первую очередь с азартными играми в кости и карты.

Основатели теории вероятностей

Основателями теории вероятностей были французские математики Б. Паскаль и П. Ферма, и голландский ученый Х. Гюйгенс

Б. Паскаль

П.Ферма

Х. Гюйгенс

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТИ.

СОБЫТИЕ

- Под СОБЫТИЕМ понимается явление, которое происходит в результате осуществления какого-либо определенного эксперимента.

ПРИМЕР. Бросаем шестигранный игральный кубик. Определим события:
A {выпало четное число очков};
B {выпало число очков, кратное 3};
C {выпало более 4 очкков}.

Эксперимент (опыт)

ЭКСПЕРИМЕНТ (или опыт) заключается в наблюдении за объектами или явлениями в строго определенных условиях и измерении значений заранее определенных признаков этих объектов (явлений).

ПРИМЕРЫ

- сдача экзамена,
- наблюдение за дорожно-транспортными происшествиями,
- выстрел из винтовки,
- бросание игрального кубика,
- химический эксперимент,
- и т.п.

СТАТИСТИЧЕСКИЙ

Эксперимент называют СТАТИСТИЧЕСКИМ, если он может быть повторен в практически неизменных условиях неограниченное число раз.

СЛУЧАЙНОЕ СОБЫТИЕ

СЛУЧАЙНЫМ называют событие, которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания (опыта). Обозначают заглавными буквами A, B, C, Д,… (латинского алфавита).

Рассмотрим несколько наиболее «излюбленных» в теории вероятностей примеров случайных экспериментов.

Опыт 1:

Подбрасывание монеты.

Испытание – подбрасывание монеты; события – монета упала «орлом» или «решкой».

«решка» - лицевая сторона монеты (аверс)

«орел» - обратная сторона монеты (реверс)

Опыт 2:

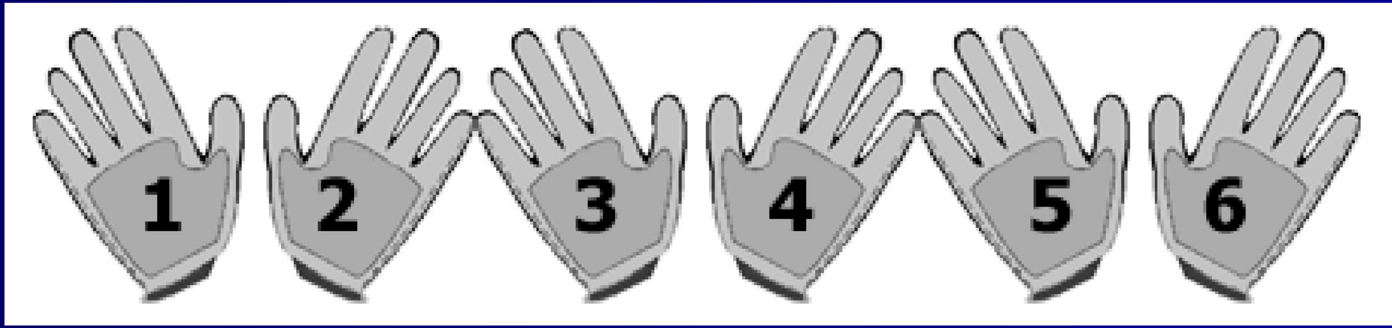
Подбрасывание кубика.

Это следующий по популярности после монеты случайный эксперимент.

Испытание – подбрасывание кубика; события – выпало 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков (и другие).

Опыт 3:

Выбор перчаток. В коробке лежат 3 пары одинаковых перчаток. Из нее, не глядя, вынимаются две перчатки.



Опыт 4:

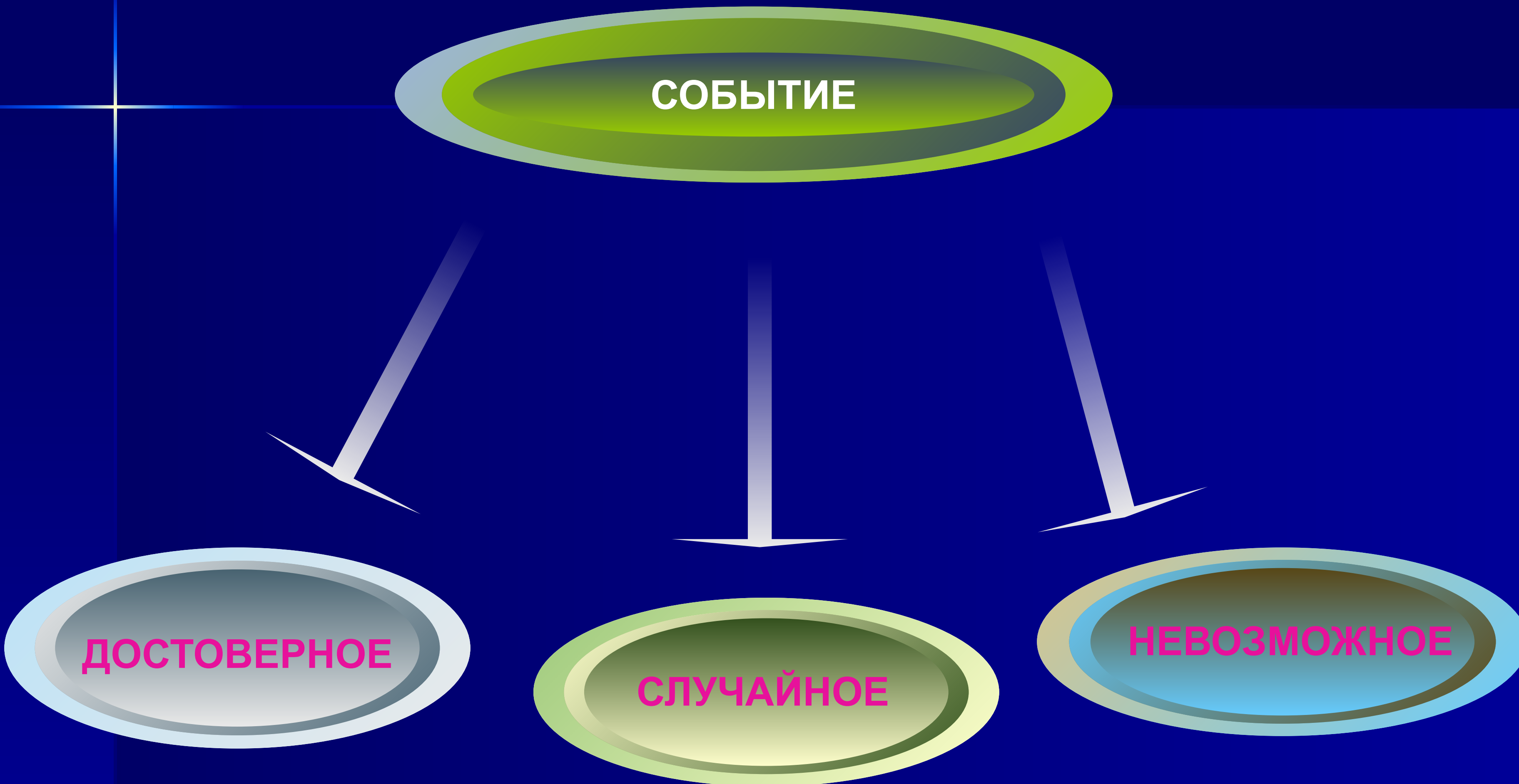
«Завтра днем – ясная погода».

Здесь наступление дня – испытание, ясная погода – событие.

- События А и В называют несовместными ,если они не могут произойти одновременно

- События называют равновозможными , каждое из них е не имеет преимуществ в появлении чаще других.

Типы событий



Типы событий

ДОСТОВЕРНОЕ	СЛУЧАЙНОЕ	НЕВОЗМОЖНОЕ
Событие называется **достоверным**, если оно обязательно произойдет в результате данного испытания.	**Случайным** называют событие которое может произойти или не произойти в результате некоторого испытания.	Событие называется **невозможным**, если оно не может произойти в результате данного испытания.

Примеры событий

досто-верные	слу-чайные	невоз-можные
1. ПОСЛЕ ЗИМЫ НАСТУПАЕТ ВЕСНА. 2. ПОСЛЕ НОЧИ ПРИХОДИТ УТРО. 3. КАМЕНЬ ПАДАЕТ ВНИЗ. 4. ВОДА СТАНОВИТСЯ ТЕПЛЕЕ ПРИ НАГРЕВАНИИ.	1. НАЙТИ КЛАД. 2. БУТЕРБРОД ПАДАЕТ МАСЛОМ ВНИЗ. 3. В ШКОЛЕ ОТМЕНИЛИ ЗАНЯТИЯ. 4. ПОЭТ ПОЛЬЗУЕТСЯ ВЕЛОСИПЕДОМ. 5. В ДОМЕ ЖИВЕТ КОШКА.	1. 30 ФЕВРАЛЯ ДЕНЬ РОЖДЕНИЯ. 2. ПРИ ПОДБРАСЫВАНИИ КУБИКА ВЫПАДАЕТ 7 ОЧКОВ. 3. ЧЕЛОВЕК РОЖДАЕТСЯ СТАРЫМ И СТАНОВИТСЯ С КАЖДЫМ ДНЕМ МОЛОЖЕ.

Задание 1

Охарактеризуйте события, о которых идет речь в приведенных заданиях как достоверные, невозможные или случайные.

Петя задумал натуральное число. Событие состоит в следующем:

а) задумано четное число;

б) задумано нечетное число;

в) задумано число, не являющееся ни четным, ни нечетным;

г) задумано число, являющееся четным или нечетным.

Задание 2

В мешках лежит 10 шаров: 3 синих, 3 белых и 4 красных.

Охарактеризуйте следующее событие:

а) из мешка вынули 4 шара и они все синие;

б) из мешка вынули 4 шара и они все красные;

в) из мешка вынули 4 шара, и все они оказались разного цвета;

г) из мешка вынули 4 шара, и среди них не оказалось шара черного цвета.

ИСХОД

- **исходом** (или элементарным исходом, элементарным событием) называется один из взаимоисключающих друг друга вариантов, которым может завершиться случайный эксперимент.

Число возможных исходов в каждом из рассмотренных выше опытах.

- Опыт 1. – 2 исхода: «орел», «решка».
- Опыт 2. – 6 исходов: 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Опыт 3. – 3 исхода: «обе перчатки на левую руку», «обе перчатки на правую руку», «перчатки на разные руки».

- **Однозначные исходы** предполагают единственный результат того или иного события: смена дня и ночи, смена времени года и т.д.

Неоднозначные исходы **предполагают несколько различных результатов того или иного события:**

при подбрасывании кубика выпадают разные грани; выигрыш в Спортлото; результаты спортивных игр.

Задание 3

Запишите множество исходов для следующих испытаний.

а) В урне четыре шара с номерами два, три, пять, восемь. Из урны наугад извлекают один шар.

б) В копилке лежат три монеты достоинством в 1 рубль, 2 рубля и 5 рублей. Из копилки достают одну монету.

в) В доме девять этажей. Лифт находится на первом этаже. Кто-то из жильцов дома вызывает лифт на свой этаж. Лифтовый диспетчер наблюдает, на каком этаже лифт остановится.

Задание 4

Найдите количество возможных исходов.

а) За городом N железнодорожные станции расположены в следующем порядке: Луговая, Сосновая, Озёрная, Дачная, Пустырь. Событие А – пассажир купил билет не далее станции Озёрная.

б) Один ученик записал целое число от 1 до 5, а другой ученик пытается отгадать это число. Событие В – записано чётное число.

в) Вини Пух думает, к кому бы пойти в гости: к Кролику, Пяточку, ослику Иа-Иа или Сове? Событие А – Вини Пух пойдёт к Пяточку; событие В – Вини Пух не пойдёт к Кролику.

Задание 5

В каждом из следующих опытов найдите количество возможных исходов:

а) подбрасывание двух монет;

б) подбрасывание двух кнопок;

в) подбрасывание двух кубиков;

г) подбрасывание монеты и кубика;

д) подбрасывание монеты, кнопки и кубика.

Благоприятный исход:

Исход испытания называется благоприятным событию А ,если его наступление в результате опыта приводит к наступлению события А

ПОНЯТИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

Понятие вероятности

- Известно, по крайней мере, шесть основных схем определения и понимания вероятности. Не все они в равной мере используются на практике и в теории, но, тем не менее, все они имеют за собой разработанную логическую базу и имеют право на существование.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

КЛАССИЧЕСКОЕ

СТАТИСТИЧЕСКОЕ

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

ВЕРОЯТНОСТЬ

– ЭТО ЧИСЛЕННАЯ МЕРА ОБЪЕКТИВНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ ПОЯВЛЕНИЯ СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ДАЕТ СПОСОБ НАХОЖДЕНИЯ

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

А – некоторое событие.

m – количество исходов, при которых событие А появляется;

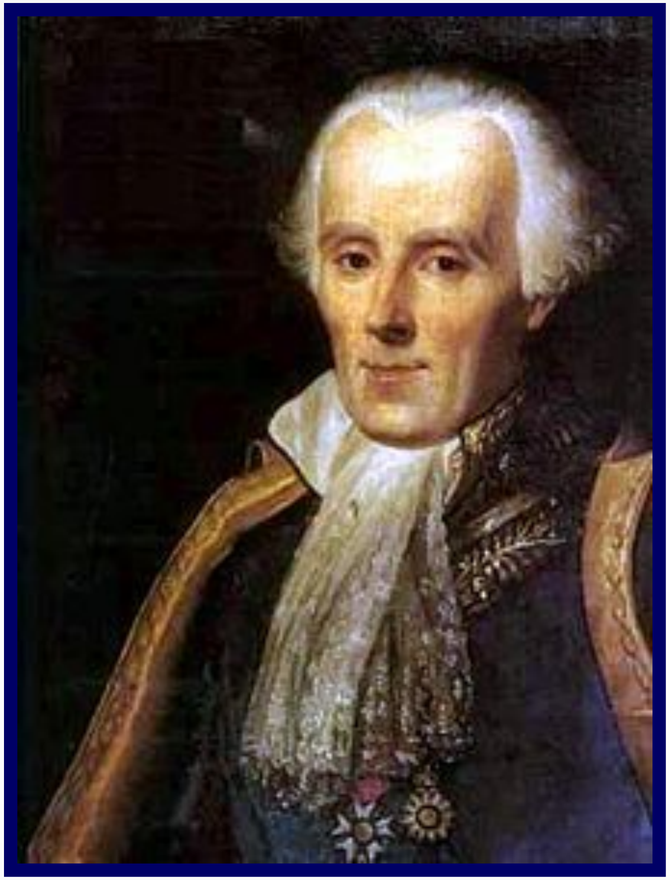
n – конечное число равновозможных исходов.

Р – обозначение происходит от первой буквы французского слова *probabilite – вероятность.*

КЛАССИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ.

Вероятностью *P* наступления случайного события *A* называется отношение $\frac{m}{n}$, где *n* – число всех возможных исходов эксперимента, а *m* – число всех благоприятных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

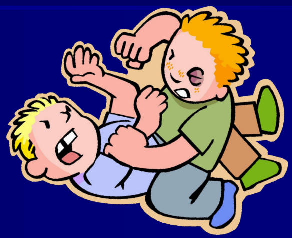


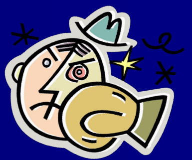
Пьер-Симо́н Лапла́с

Классическое определение вероятности было впервые дано в работах французского математика Лапласа.

ЭКСПЕРИМЕНТ	ЧИСЛО ВОЗМОЖНЫХ ИСХОДОВ ЭКСПЕРИМЕНТА (n)	СОБЫТИЕ А	ЧИСЛО ИСХОДОВ, БЛАГОПРИЯТ - НЫХ ДЛЯ ЭТОГО СОБЫТИЯ (m)	ВЕРОЯТНОСТЬ НАСТУПЛЕНИЯ СОБЫТИЯ А P(A)=m/n
Бросаем монетку	**2**	**Выпал «орел»**	**1**	$\frac{1}{2}$
Вытягиваем экзаменаци-онный билет	**24**	**Вытянули билет №5**	**1**	$\frac{1}{24}$
Бросаем кубик	**6**	**На кубике выпало четное число**	**3**	$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
Играем в лотерею	**250**	**Выиграли, купив один билет**	**10**	$\frac{10}{250}=\frac{1}{25}$

Пример 1





В школе 1300 человек, из них 5 человек хулиганы.

Какова вероятность того, что один из них попадётся директору на глаза?

Решение

Вероятность:

$P(A) = 5/1300 = 1/250.$

Пример 2.

При игре в нарды бросают 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадут одинаковые числа?

Решение

Составим следующую таблицу

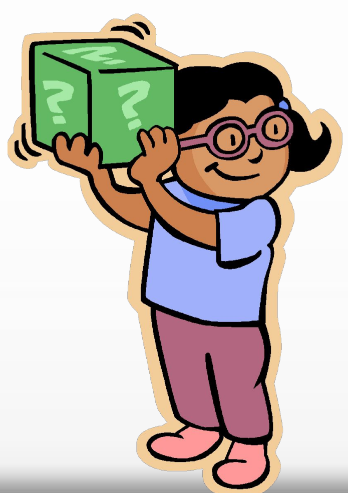
	1	2	3	4	5	6
1	11	21	31	41	51	61
2	12	22	32	42	52	62
3	13	23	33	43	53	63
4	14	24	34	44	54	64
5	15	25	35	45	55	65
6	16	26	36	46	56	66

Вероятность:
P(A)=6/36=
=1/6.

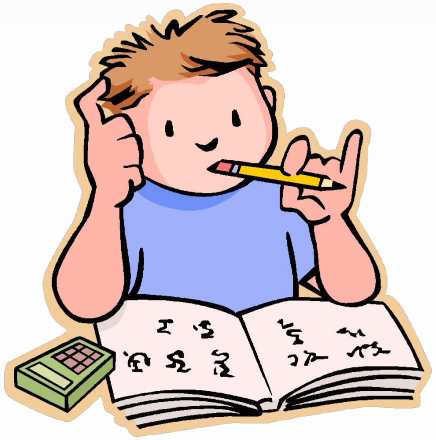
с т а т и с т и к а

Пример 3.

Из карточек составили слово «статистика». Какую карточку с буквой вероятнее всего вытащить? Какие события равновероятные?



Решение



Всего 10 букв.
Буква «с» встречается 2 раза –
Р(с) = 2/10 = 1/5;
буква «т» встречается 3 раза –
Р(т) = 3/10;
буква «а» встречается 2 раза –
Р(а) = 2/10 = 1/5;
буква «и» встречается 2 раза –
Р(и) = 2/10 = 1/5;
буква «к» встречается 1 раз –
Р(к) = 1/10.

Свойства вероятности

1. Вероятность достоверного события равна 1

2. Вероятность невозможного события равна 0

3. Вероятность события А не меньше 0 , но не больше 1

1. $P(u) = 1$ (u – достоверное событие);
2. $P(v) = 0$ (v – невозможное событие);
3. $0 \le P(A) \le 1$.

желтых фишки. Они тщательно

Задача 1.

В коробке 4 синих, 3 белых и 2 желтых фишки. Они тщательно перемешиваются, и наудачу извлекается одна из них. Найдите вероятность того, что она окажется: а) белой; б) желтой; в) не желтой.

равна:

Решение

а) Мы имеем всевозможных случаев 9. Благоприятствующих событий 3. Вероятность равна: P=3:9=1/3=0,33(3)

б) Мы имеем всевозможных случаев 9. Благоприятствующих событий 2. Вероятность равна P=2:9=0,2(2)

в) Мы имеем всевозможных случаев 9. Благоприятствующих событий 7 (4+3). Вероятность равна P=7:9=0,7(7)

шаров, на каждом из которых
написан его номер от 1 до 10

Задача 2.

В коробке лежат 10 одинаковых шаров, на каждом из которых написан его номер от 1 до 10. Найдите вероятность следующих событий: а) извлекли шар № 7;
б) номер извлеченного шара – четное число; в) номер извлеченного шара кратен 3.

Задача 3.
Мальчики играли в “Орлянку”. Но

Задача 3.
Мальчики играли в “Орлянку”. Но монетка куда-то закатилась. Предложите, как заменить ее игральным кубиком?

Решение

Считать "орел" - четное число, а "решка" - не четное число.

В настольной игре сломалась

Задача 5.
В настольной игре сломалась вертушка с тремя разными секторами: красным, белым и синим, но есть кубик. Как заменить вертушку?

Считать на кубике 1 и 2 - красный

Решение

Считать на кубике 1 и 2 - красный сектор, 3 и 4 - синий сектор, 5 и 6 - белый сектор.