

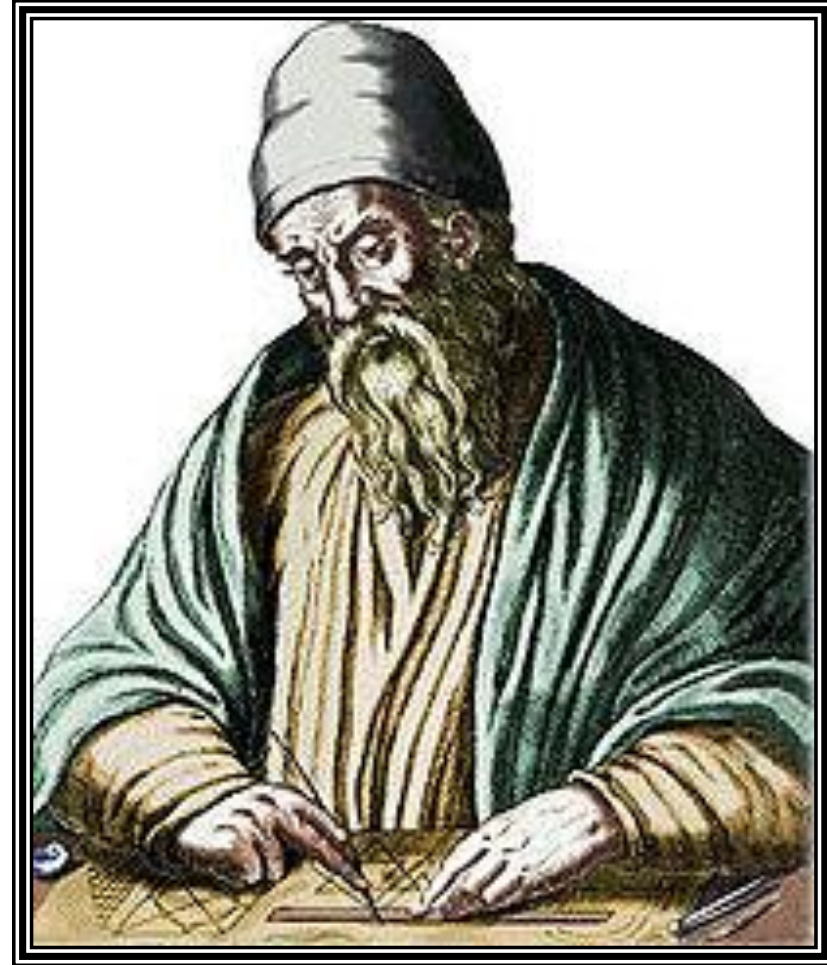
**МОБУ Гимназия №1 г.Сочи, им.
Филатовой Р.А
Ученик: Платон Кузичкин
2А класс
Руководитель проекта:
Эльвира Измаиловна Латиева**

**Презентация
Геометрические фигуры в
разных измерениях**



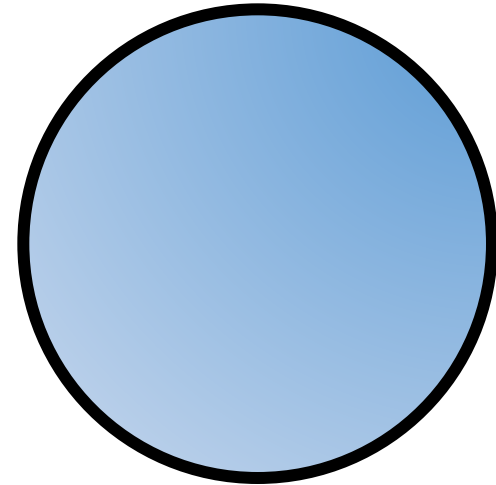
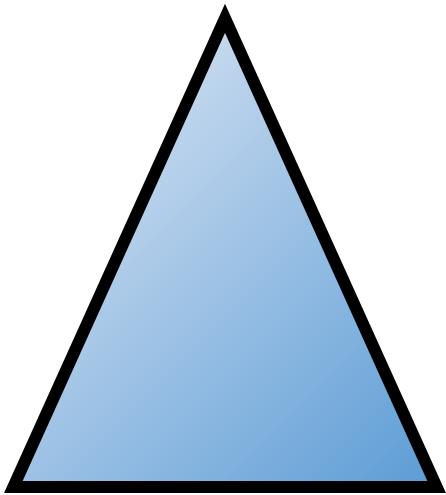
В школе изучается геометрия, называемая евклидовой, по имени Евклида, создавшего руководство по математике под названием «Начала».

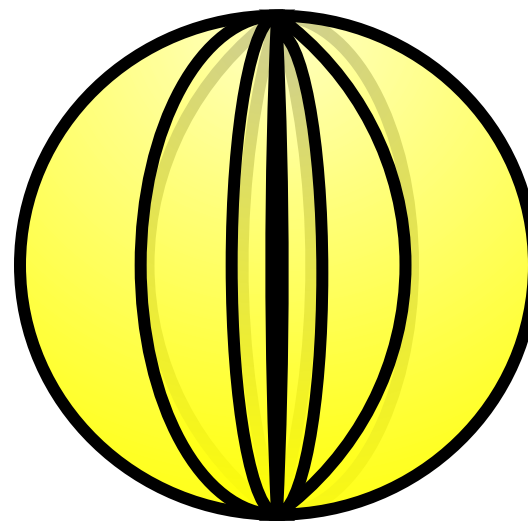
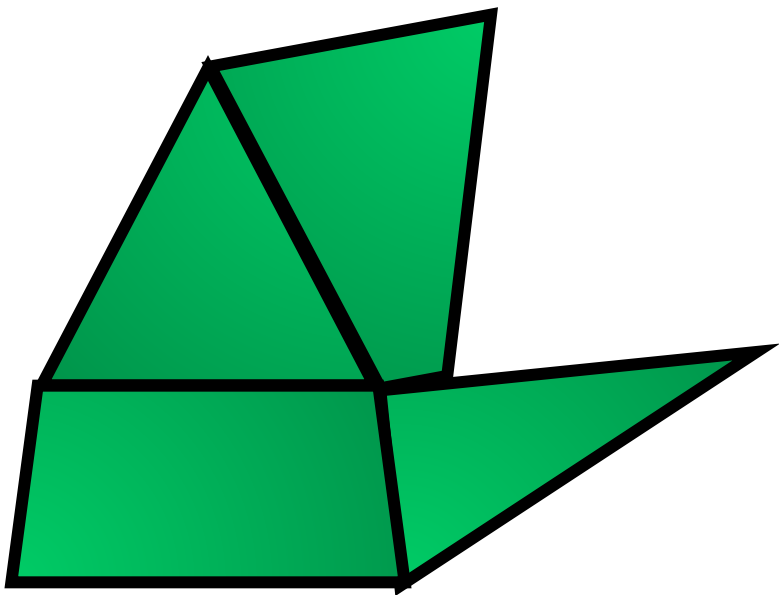
*Евклид –
древнегреческий
ученый (III в. до н.э.)*



Геометрические фигуры

Геометрия – это наука о свойствах геометрических фигур. Слово **«геометрия»** греческое, в переводе на русский язык означает «землемерие».

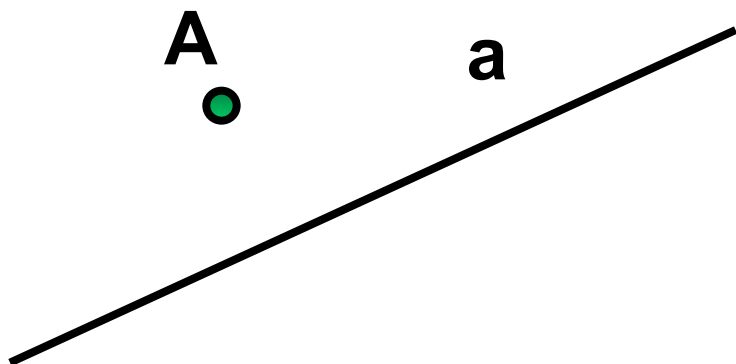




**Всякую геометрическую фигуру
мы представляем себе
составленной из точек**

Точка и прямая

Основными геометрическими фигурами на плоскости являются **точка** и **прямая**.



Основные отношения:

- **лежать**
- **принадлежать**

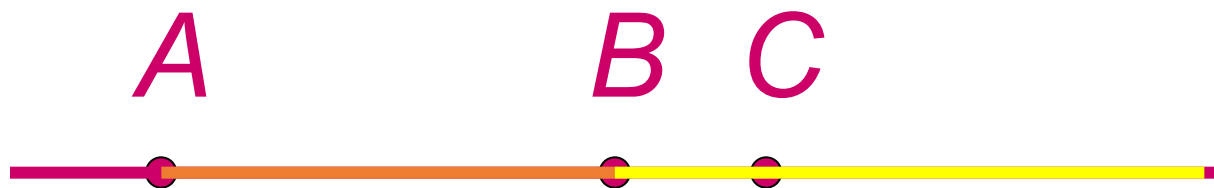
Ноль измерений

- Давайте уберем и длину
- В мире геометрии существует фигура, которая не имеет измерений.
- Что же это за фигура?



Одномерное пространство

- *Этот мир полностью лежит на прямой.*
- *Какие фигуры могут жить в этом мире?*
- *Жители его- отрезки, лучи, точки*



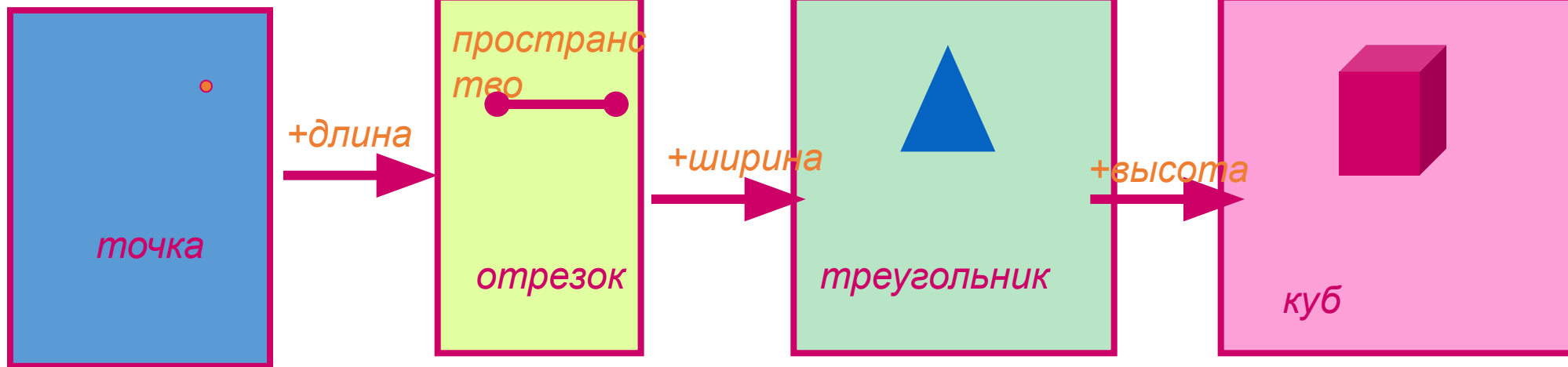
Пространство и размерность

0 измерений

Одномерное
пространство

Двухмерное
пространство

Трёхмерное
пространство



ПОНЯТИЯ ПЕРВОГО, ВТОРОГО, ТРЕТЬЕГО ИЗМЕРЕНИЯ

Эти понятия используются в геометрии, физике и других научных дисциплинах для описания пространственных отношений объектов.

- ✓ 1. Первое измерение: Линейное измерение с одной осью, описывает только длину и направление.
- ✓ 2. Второе измерение: Плоскостное измерение с двумя осями, представляет собой область с шириной и высотой.
- ✓ 3. Третье измерение: Объемное измерение с тремя осями, объекты имеют длину, ширину и высоту.

0D



1D



2D



3D



4D



5D



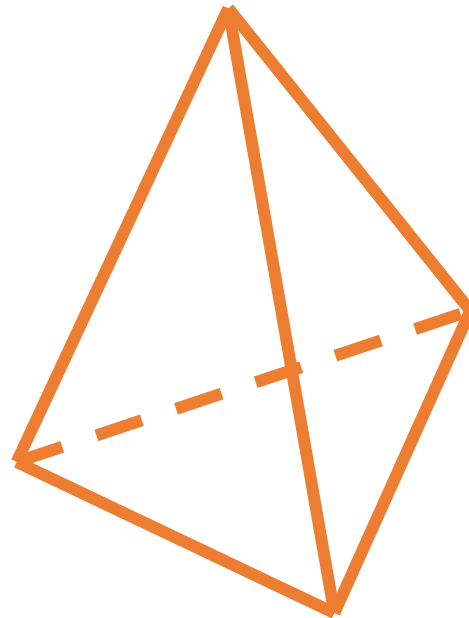
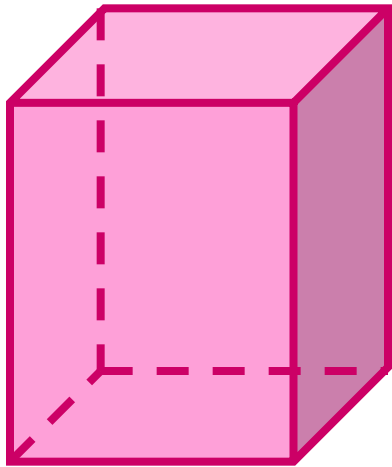
Одномерное пространство

- Попробуем добавить еще одно измерение
- Осталось одномерное пространство с одним измерением -длиной



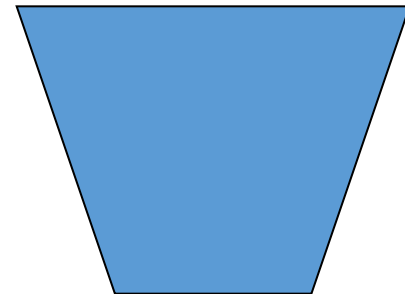
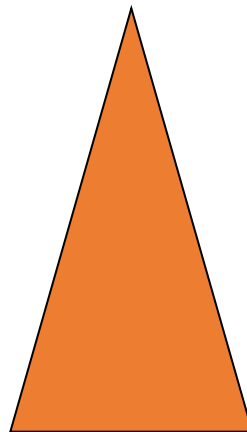
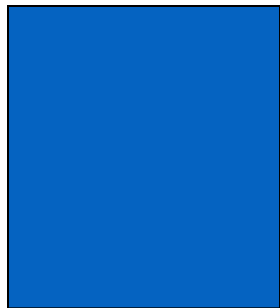
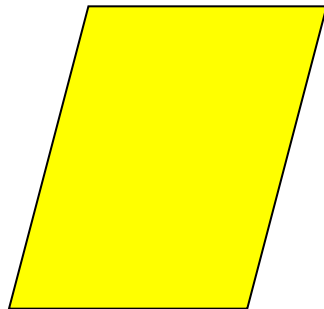
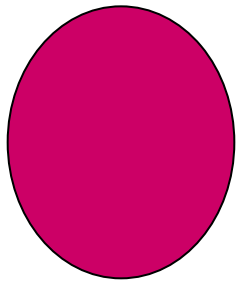
Изображение пространственных фигур

- *В геометрии принято изображать линии, скрытые от взора наблюдателя, пунктирными*



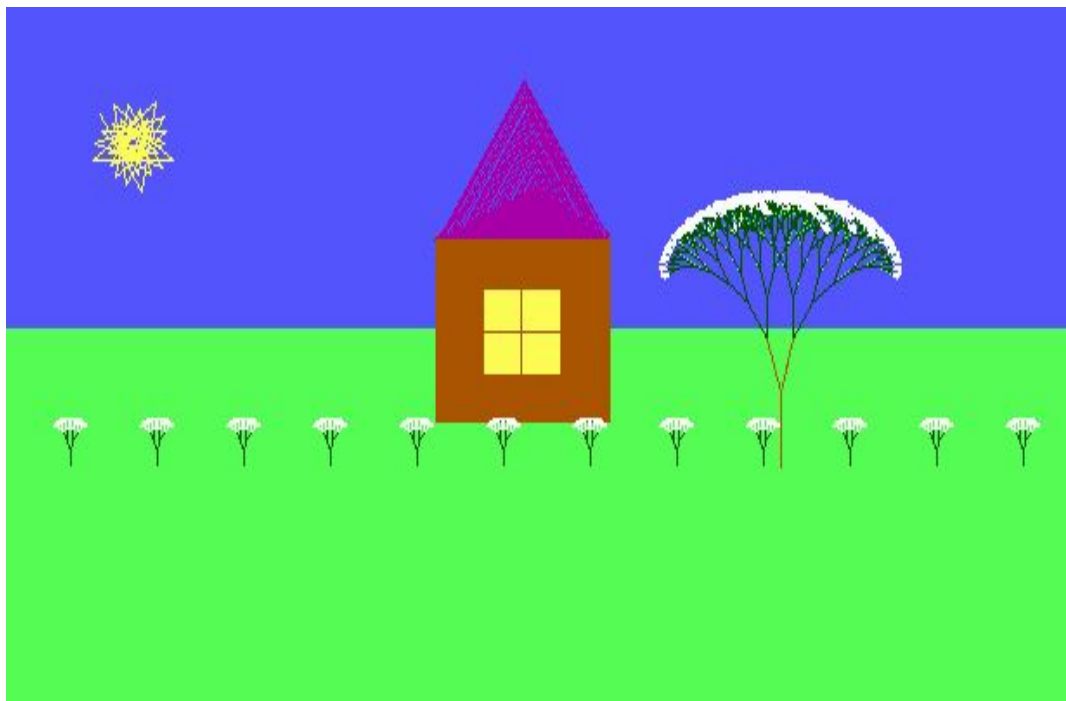
Двухмерное пространство

- *Плоскость является двухмерным пространством*
- *Какие фигуры могут жить в этом мире?*



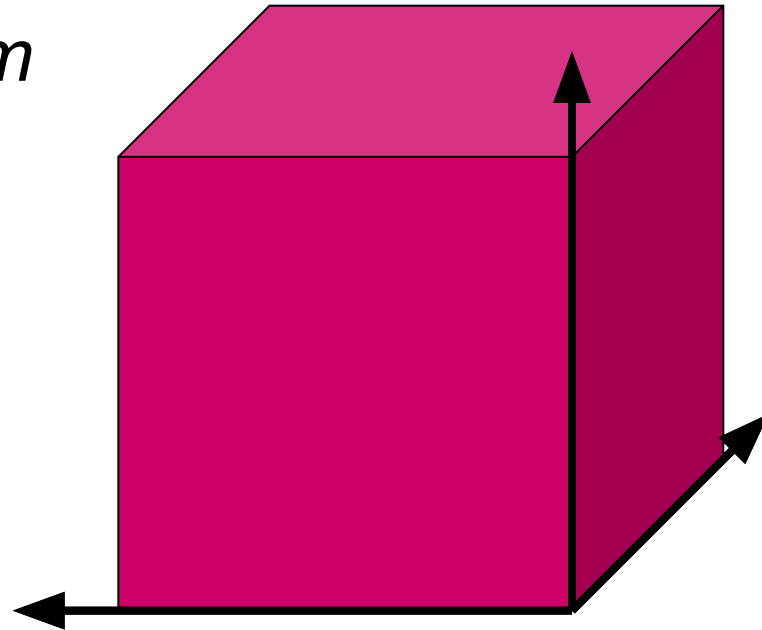
Двухмерное пространство

- Рисунки



Двухмерное пространство

- Попробуем добавить одно измерение- высоту
- Мир стал плоским, как лист бумаги. Осталось два измерения- длина и ширина



ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА



- Древнегреческий философ Платон, (428 или 427 до н. э. — 348 или 347), проводивший беседы со своими учениками в роще Академа (Академ — древнегреческий мифологический герой, которого, по преданию, похоронили в священной роще недалеко от Афин, откуда и пошло название „академия”), одним из девизов своей школы провозгласил: „ Не знающие геометрии не допускаются!”

Виды правильных многогранников

Многогранник - геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми гранями. Стороны граней называются ребрами многогранника, а концы ребер — вершинами многогранника.

Многогранник называется выпуклым, если он весь расположен по одну сторону от плоскости каждой из его граней.

Многогранник называется правильным, если:

1. он выпуклый
2. все его грани являются равными [правильными многоугольниками](#)
3. в каждой его вершине сходится [одинаковое число граней](#)
4. все его двугранные [углы равны](#)

Существует всего пять правильных многогранников:

Название каждого многогранника происходит от греческого наименования количества его граней и слова грань - эдра:

тетра – 4,

гекса – 6

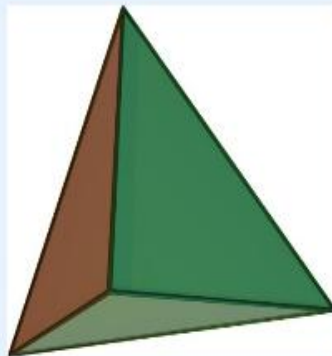
окто – 8

додек – 12

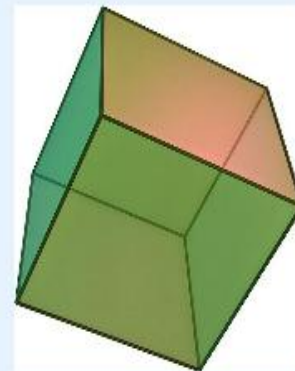
икоси - 20

Они имеют одинаковые свойства:

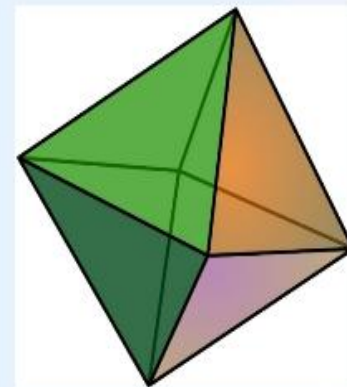
- Все грани имеют один и тот же размер
- Все ребра имеют одинаковую длину
- Все углы тела равны
- Все тела можно вписать в сферу



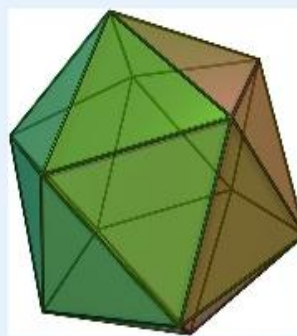
Тетраэдр



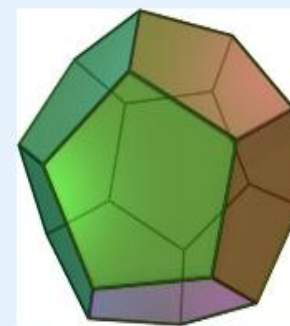
Гексаэдр или Куб



Октаэдр



Икосаэдр



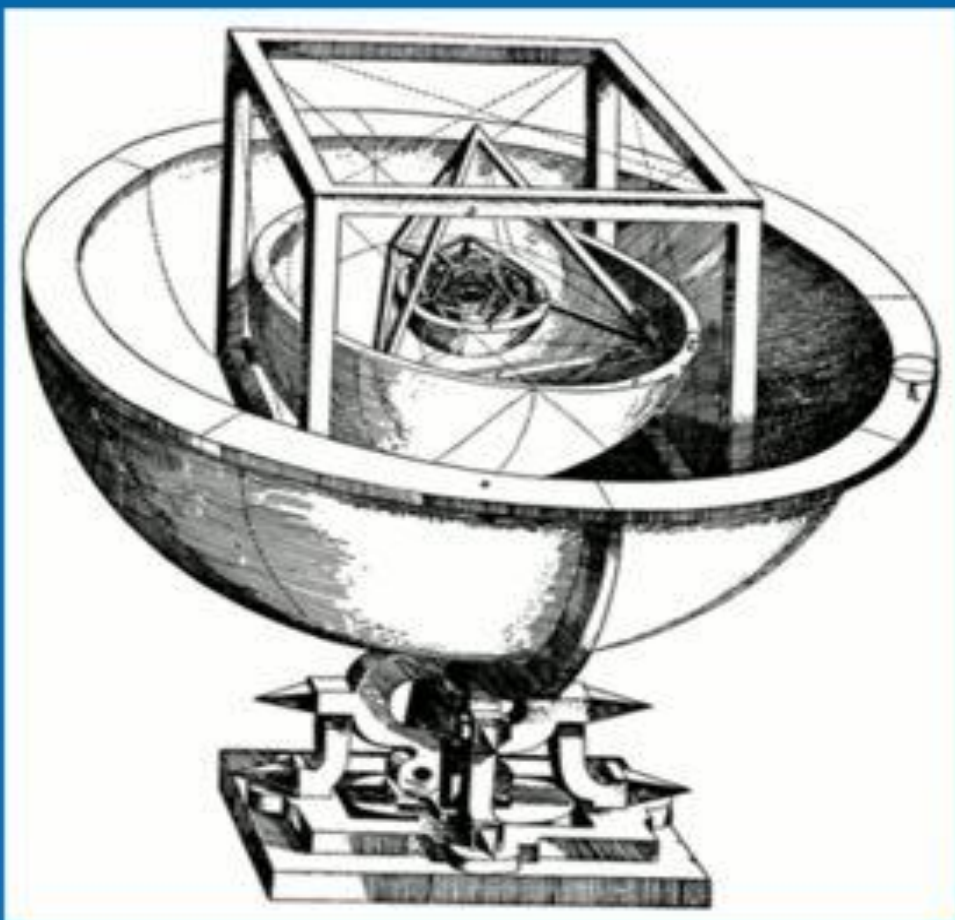
Додекаэдр

Правильные многогранники вокруг нас

Например:

- одноклеточные организмы феодарии, имеют форму икосаэдра
- куб передает форму кристаллов поваренной соли
- монокристалл алюминиево-калиевых квасцов имеет форму октаэдра
- кристалл сернистого колчедана FeS имеет форму додекаэдра
- сурьменистый серноокислый натрий – тетраэдра
- бор – икосаэдра

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

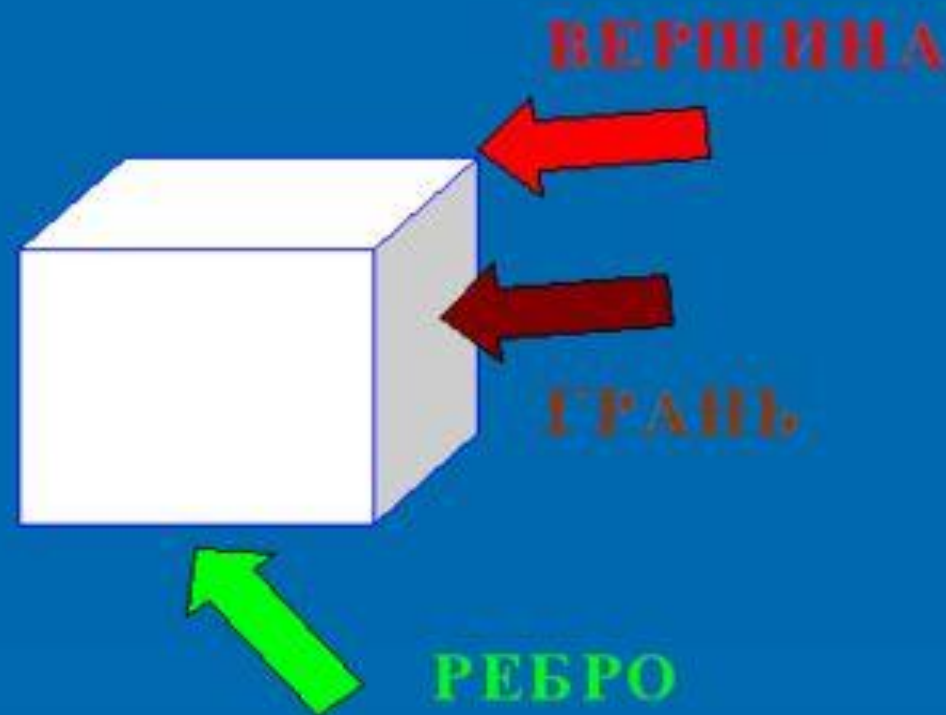


- В диалоге „Тимей” Платон связал правильные многогранники с четырьмя основными стихиями. Тетраэдр символизировал огонь, т.к. его вершина устремлена вверх; икосаэдр - воду, т.к. он самый "обтекаемый"; куб - землю, как самый "устойчивый"; октаэдр - воздух, как самый "воздушный". Пятый многогранник, додекаэдр, воплощал в себе "все сущее", символизировал все мироздание, считался главным. Хотя правильные многогранники были известны пифагорейцам за несколько веков до Платона, но их называют платоновыми телами.

Трёхмерное пространство



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

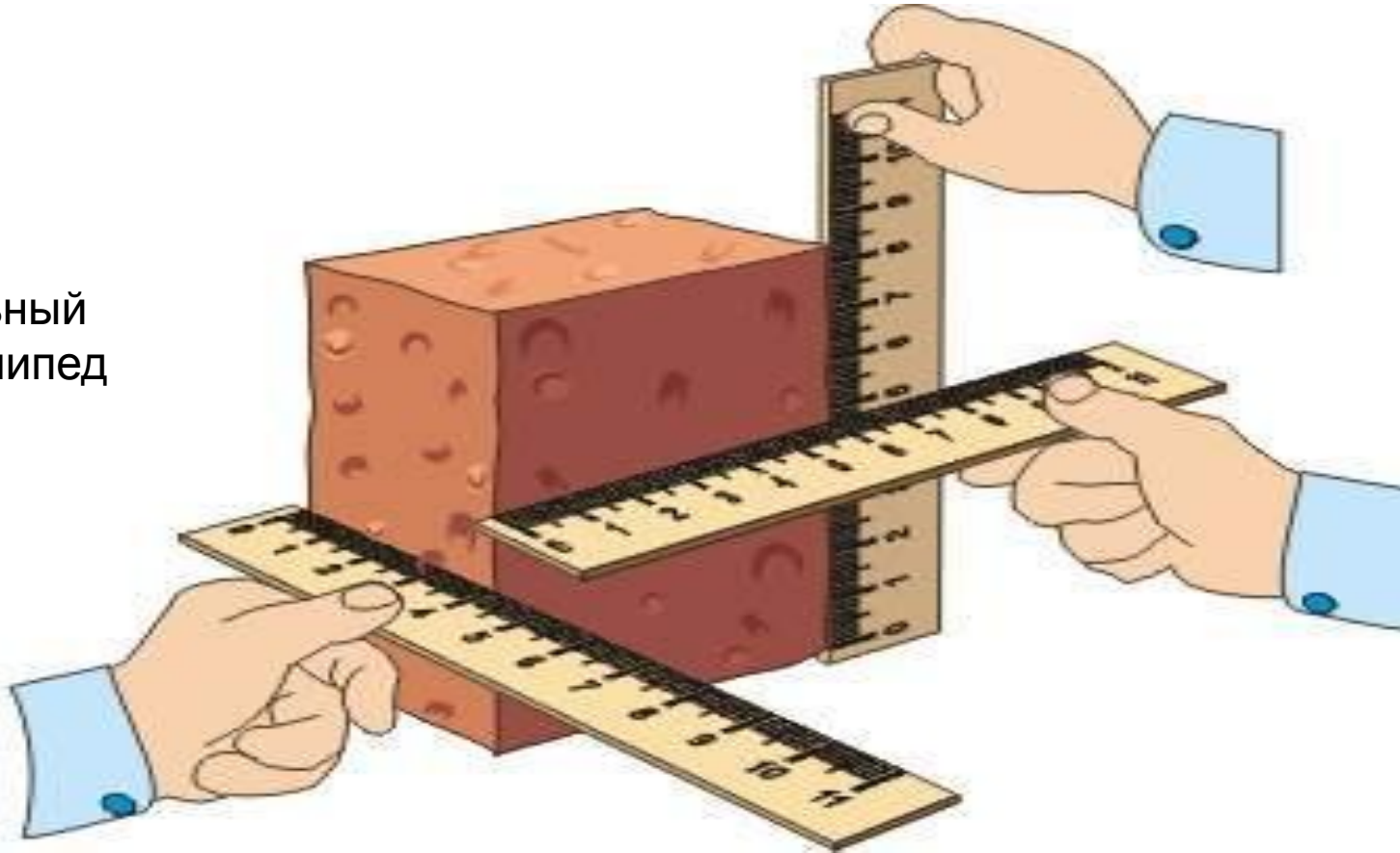


- Многогранник – это геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми гранями.
- Стороны граней – рёбра многогранника, а концы рёбер – вершины многогранника.



Все предметы в окружающем нас мире имеют три измерения

Прямоугольный
параллелепипед

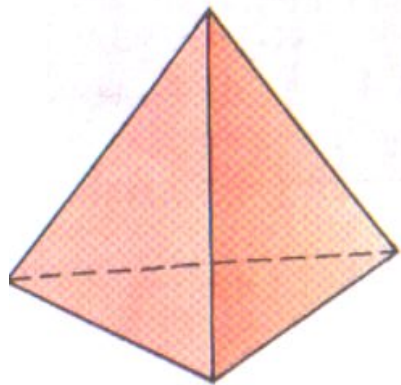


ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

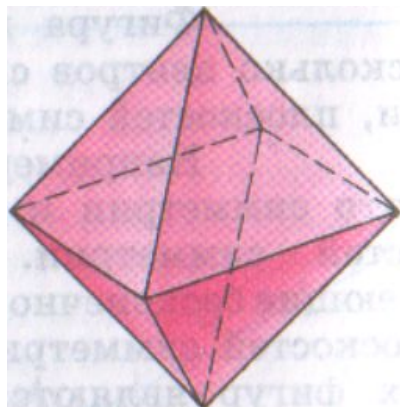
- Многогранник называется выпуклым, если он весь расположен по одну сторону от плоскости, каждой из его граней.
- Выпуклый многогранник называется правильным, если все его грани – одинаковые правильные многоугольники, в каждой вершине сходится одно и то же число рёбер, а соседние грани образуют равные углы.
- Все правильные многогранники имеют разное число граней и названия получили по этому числу.
- Правильных многогранников ровно пять - ни больше ни меньше.

Порядок	24	48		120					
Правильный многогранник	 {3,3}	 {4,3}	 {3,4}	 {5,3}	 {3,5}	 {5/2,5}	 {5,5/2}	 {5/2,3}	 {3,5/2}

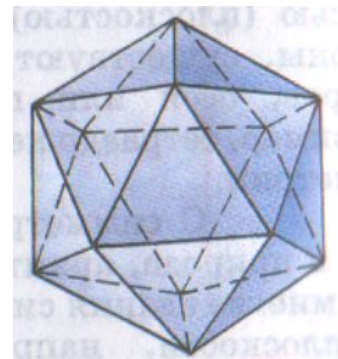
Правильные многогранники



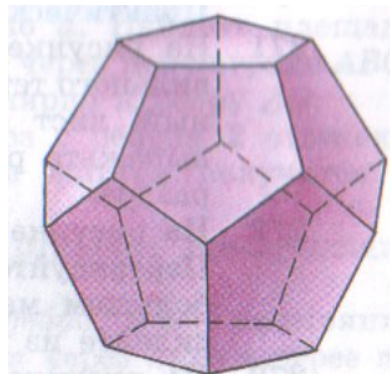
Тетраэдр



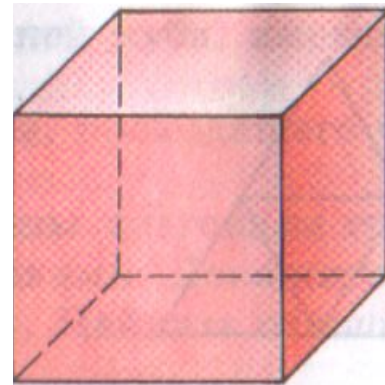
Октаэдр



Икосаэдр

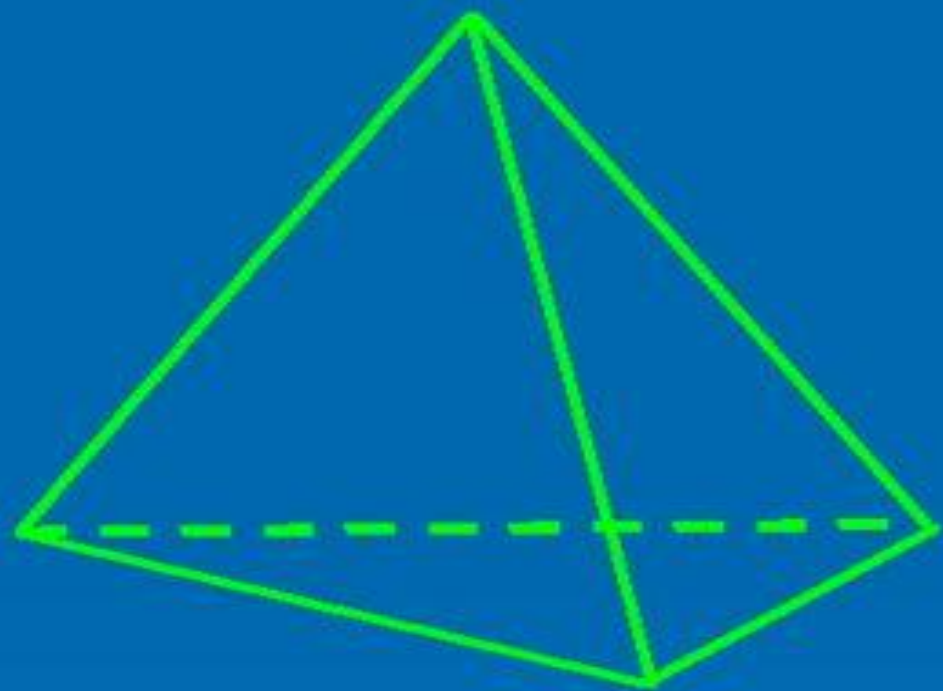


Додекаэдр



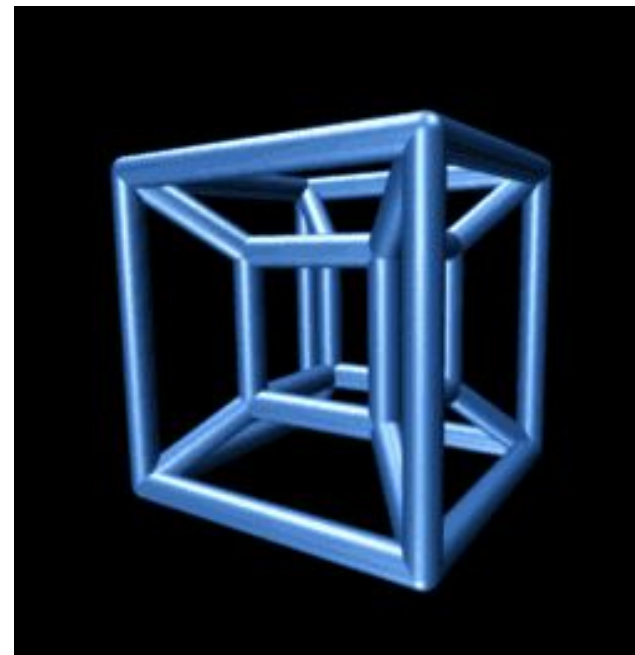
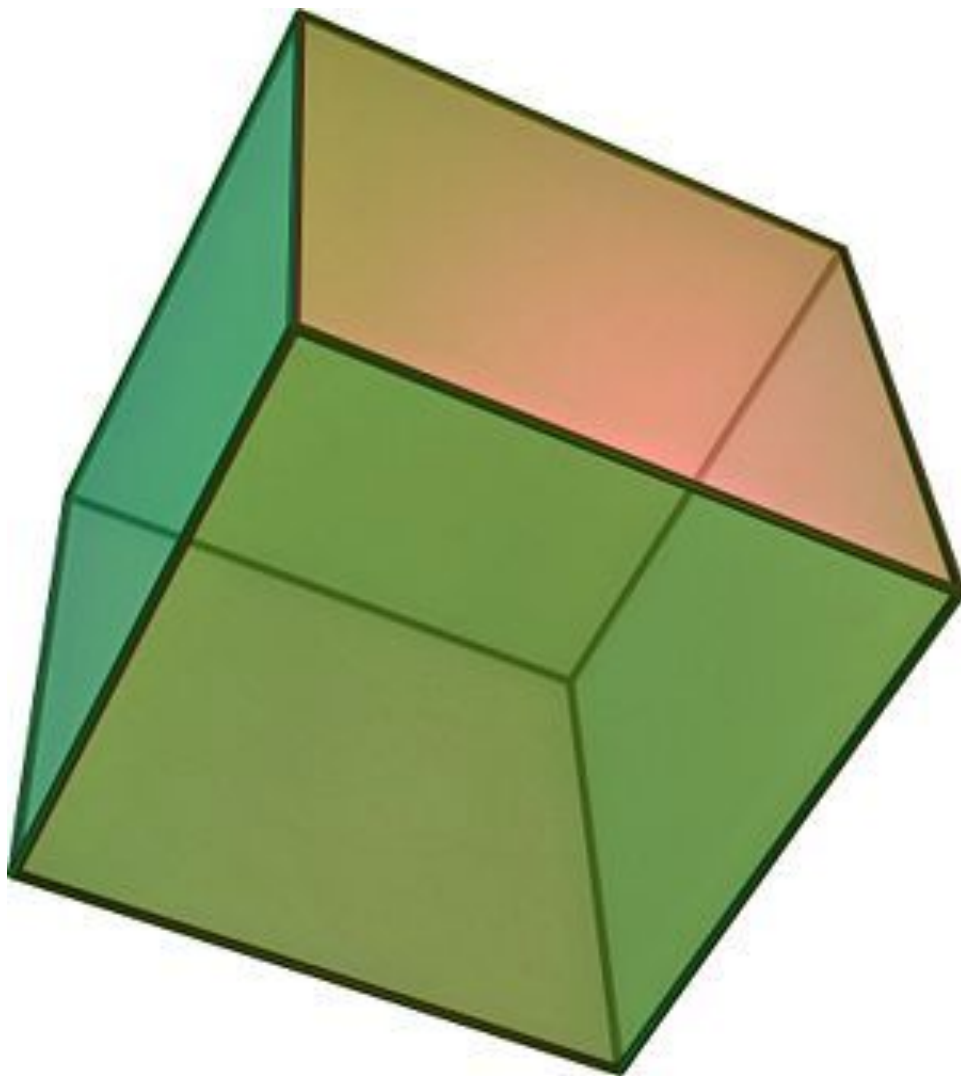
Куб

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

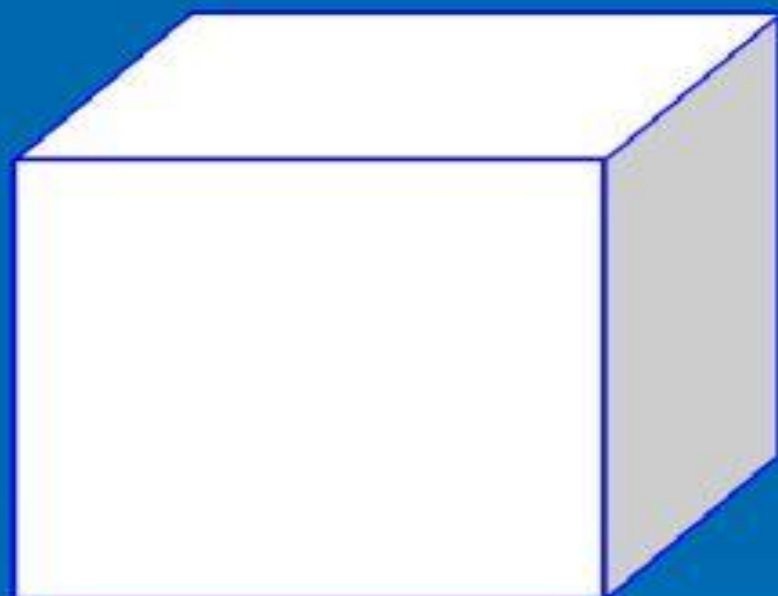


- Тетраэдр (от „тетра” – четыре и греческого „hedra” – грань) составлен из 4-х правильных треугольников, в каждой его вершине сходятся 3 ребра.

Куб или гексаэдр



ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ



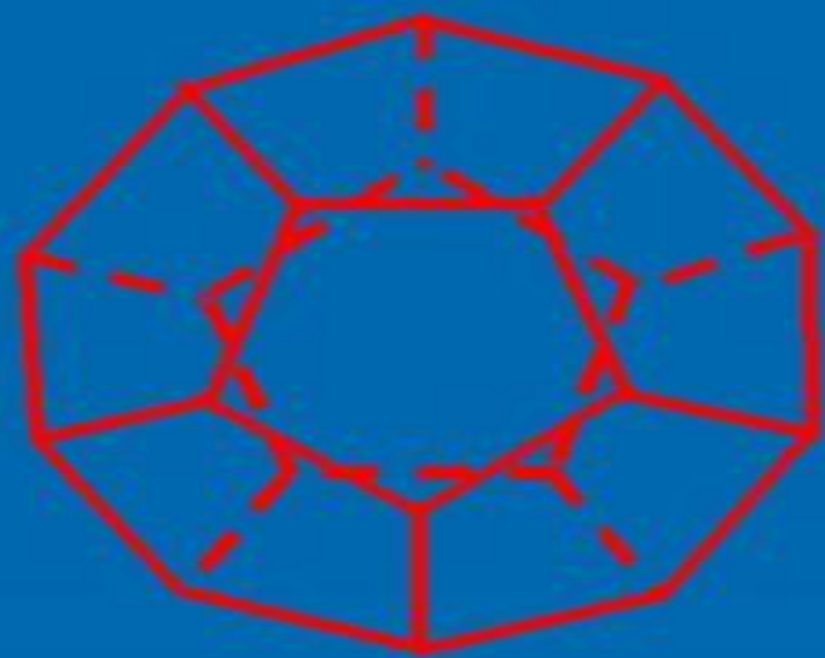
- Гексаэдр (от греческого „гекса” – шесть и „hedra” – грань) имеет 6 квадратных граней, в каждой его вершине сходятся 3 ребра.
- Гексаэдр больше известен как куб (от латинского „ cubus” ; от греческого „kubos”.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ



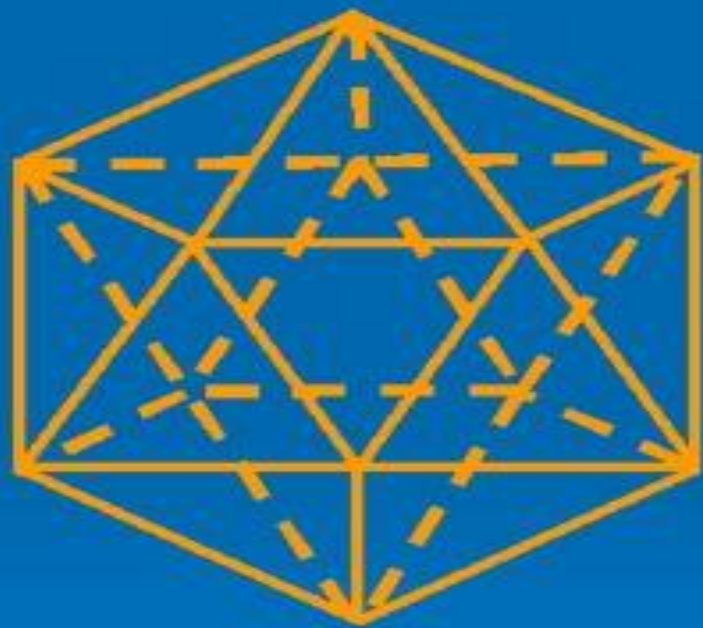
- Октаэдр (от греческого okto – восемь и hedra – грань) имеет 8 граней (треугольных), в каждой вершине сходятся 4 ребра.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ



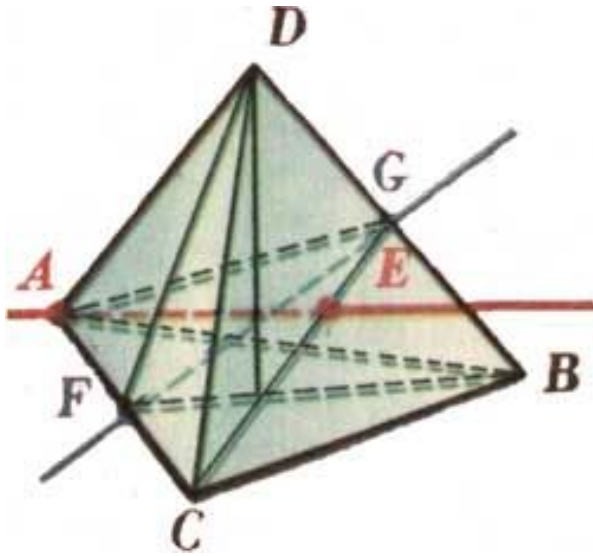
- Додокаэдр (от греческого dodeka – двенадцать и hedra – грань) имеет 12 граней (пятиугольных), в каждой вершине сходятся 3 ребра.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ



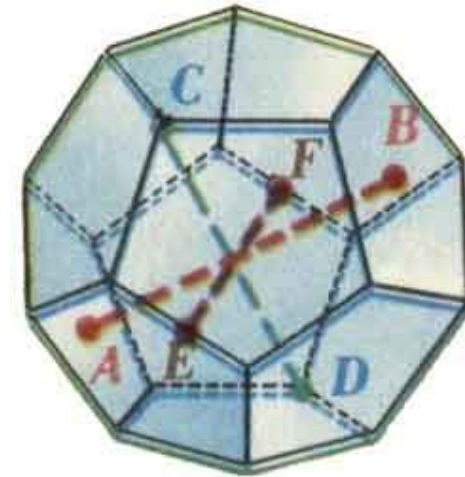
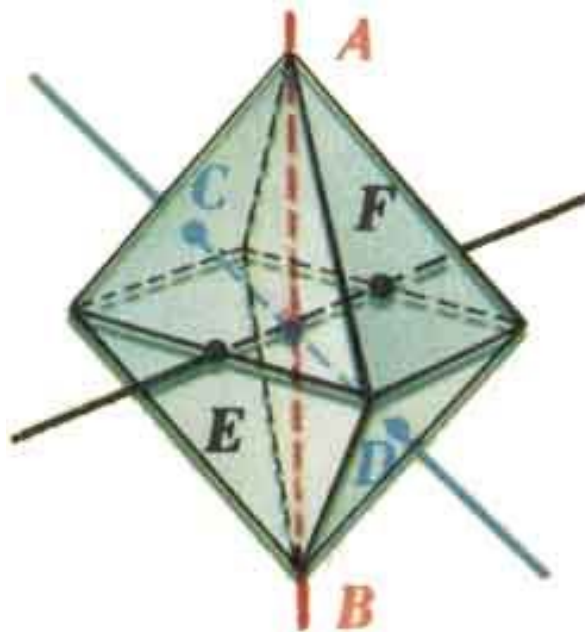
- Икосаэдр (от греческого eikosi – двадцать и hedra – грань) имеет 20 граней (треугольных), в каждой вершине сходится 5 рёбер.

Симметрия платоновых тел.



Тетраэдр

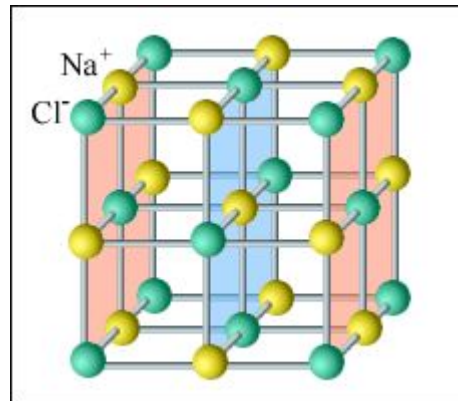
Октаэдр



Додекаэдр

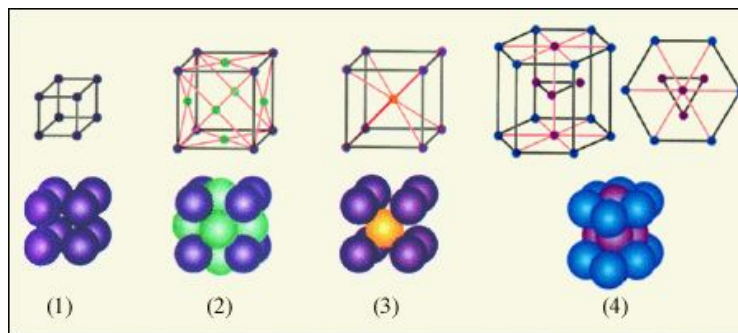
Нахождение в природе

- В кристаллических телах частицы располагаются в строгом порядке, образуя пространственные периодически повторяющиеся структуры во всем объеме тела. Для наглядного представления таких структур используются пространственные **кристаллические решетки**, в узлах которых располагаются центры атомов или молекул данного вещества. Чаще всего кристаллическая решетка строится из ионов (положительно и отрицательно заряженных) атомов, которые входят в состав молекулы данного вещества. Например, решетка поваренной соли содержит ионы Na^+ и Cl^- , не объединенные попарно в молекулы NaCl . Такие кристаллы называются **ионными**.



Кристаллы

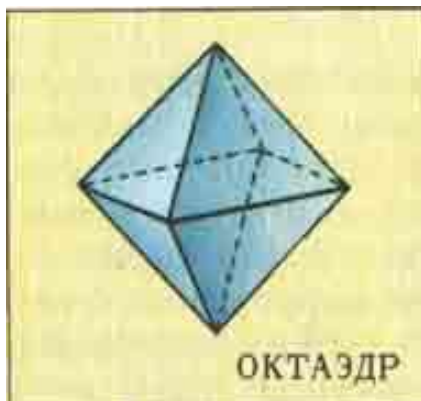
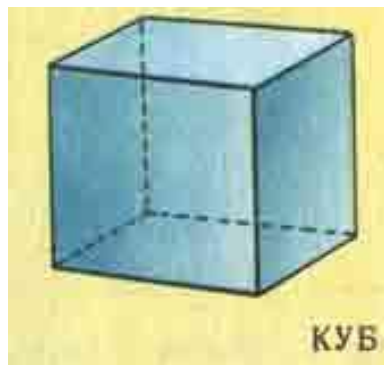
- Кристаллические решетки металлов часто имеют форму шестигранной призмы (цинк, магний), гранецентрированного куба (медь, золото) или объемно центрированного куба (железо).
- Кристаллические тела могут быть **монокристаллами** и **поликристаллами**. Поликристаллические тела состоят из многих сросшихся между собой хаотически ориентированных маленьких кристалликов, которые называются **кристаллитами**. Большие монокристаллы редко встречаются в природе и технике. Чаще всего кристаллические твердые тела, в том числе и те, которые получаются искусственно, являются поликристаллами.



Простые кристаллические решетки: 1 – простая кубическая решетка; 2 – гранецентрированная кубическая решетка; 3 – объемноцентрированная кубическая решетка; 4 – гексагональная решетка.

Платоновы тела и химия

куб передает форму
кристаллов поваренной соли
 NaCl ,



монокристалл
алюминиево-калиевых квасцов
имеет форму октаэдра,

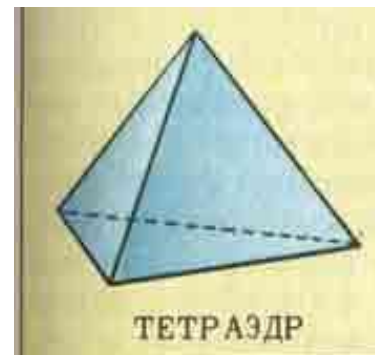
кристалл сернистого колчедана FeS
имеет форму додекаэдра,



сурьмянистый серноокислый натрий - тетраэдра,



бор - икосаэдра икосаэдра.

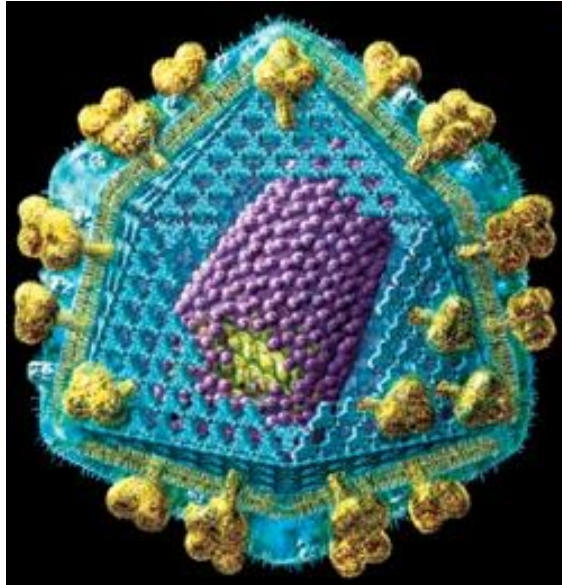


Интересно

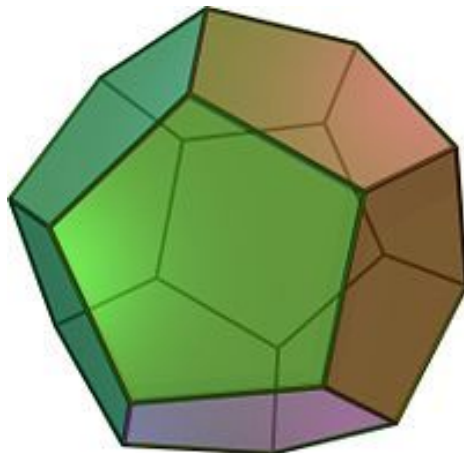
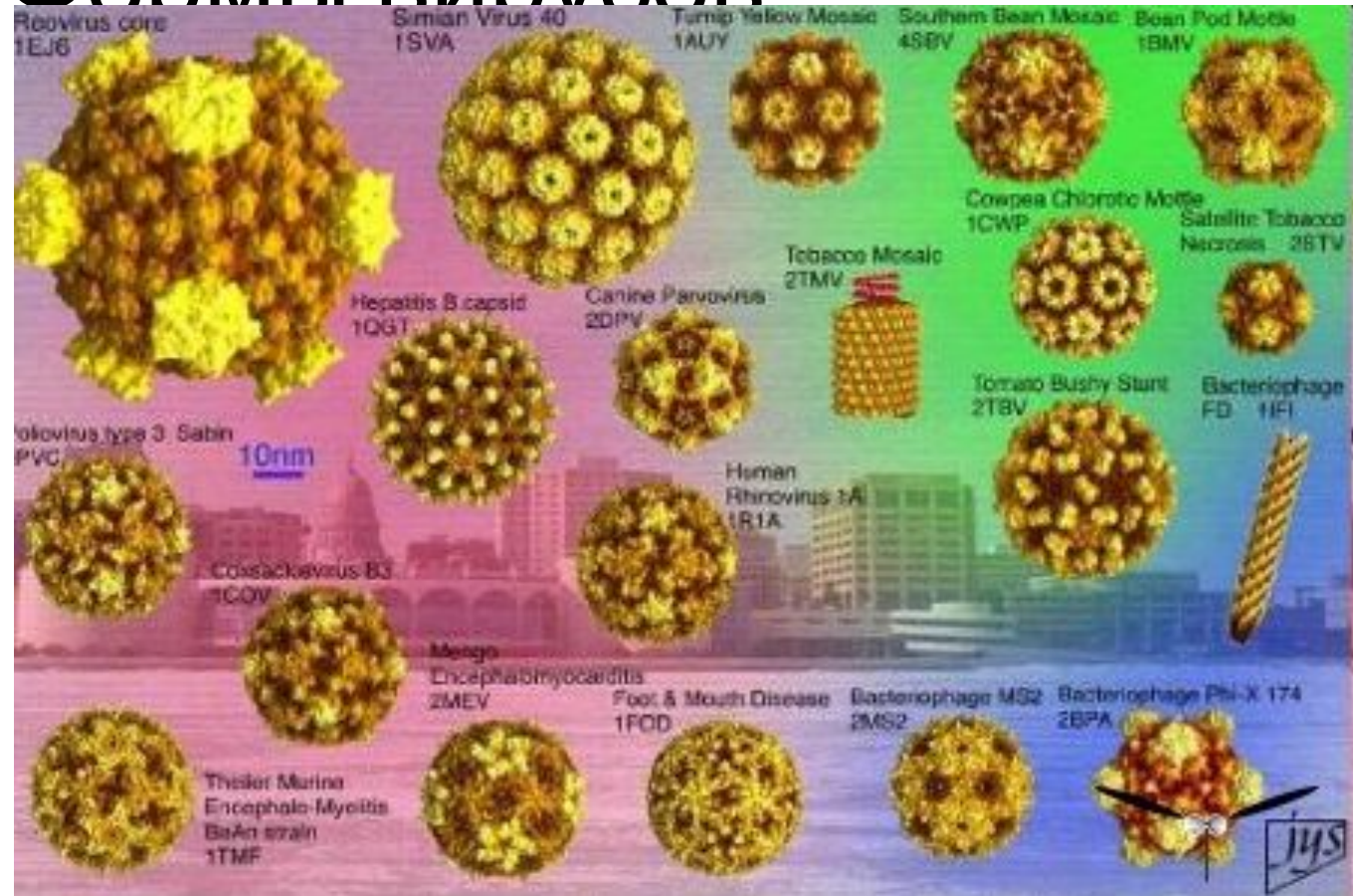
Икосаэдр оказался в центре внимания биологов в их спорах относительно формы вирусов.

Вирус не может быть совершенно круглым, как считалось ранее. Чтобы установить его форму, брали различные многогранники, направляли на них свет под теми же углами, что и поток атомов на вирус. Оказалось, что только один многогранник дает точно такую же тень - икосаэдр.

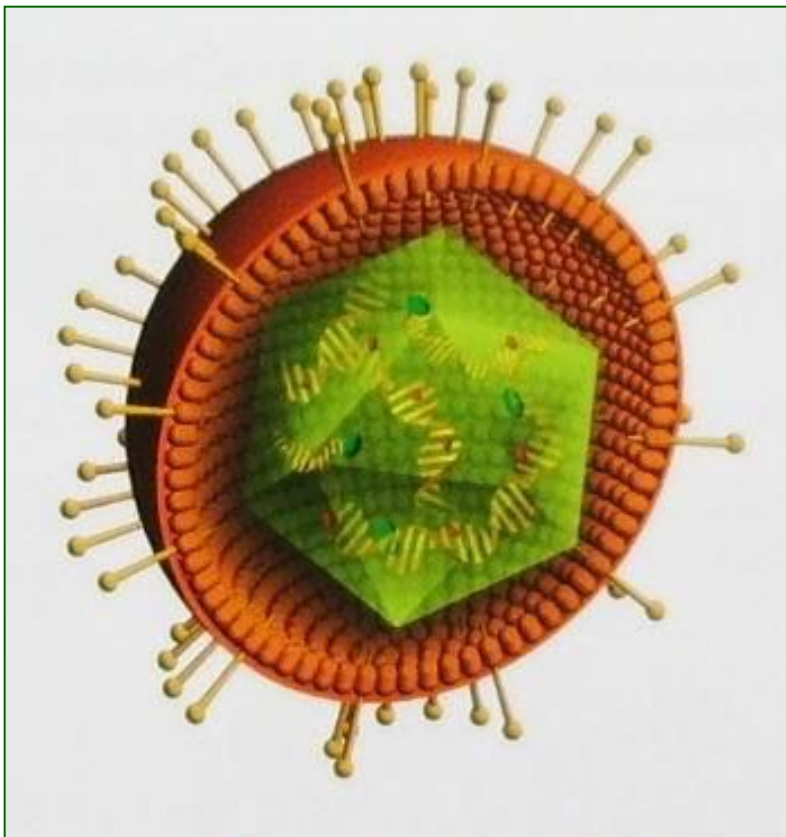
Платоновы тела и биология



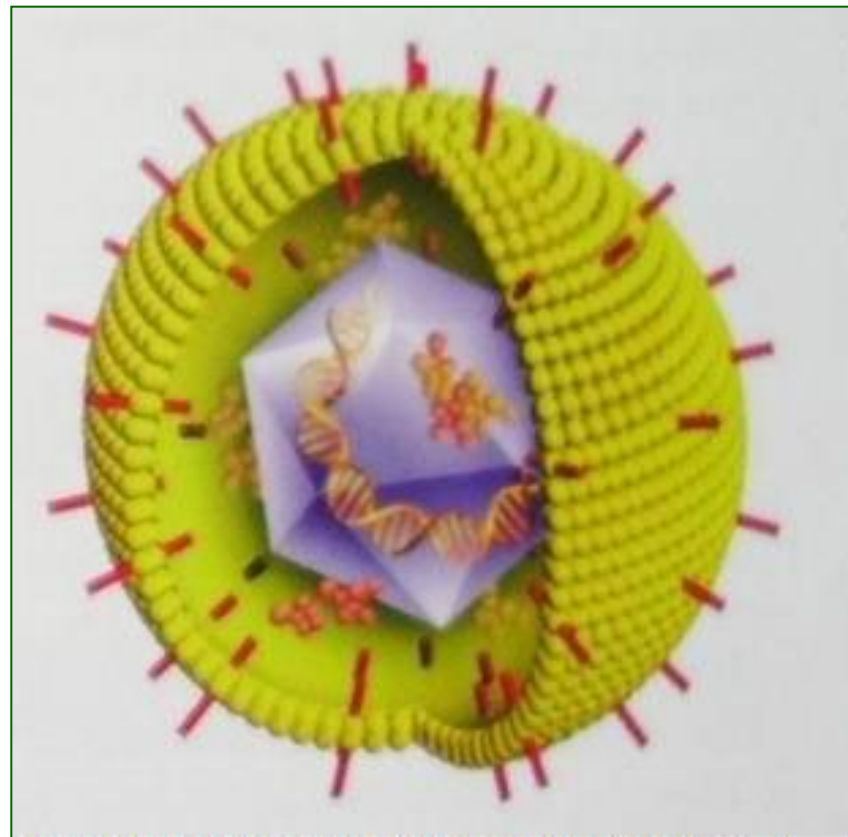
ФОРМЫ ВИРУСОВ



Икосаэдр



Вирус краснухи



Вирус
ветряной оспы

Простейшее животное



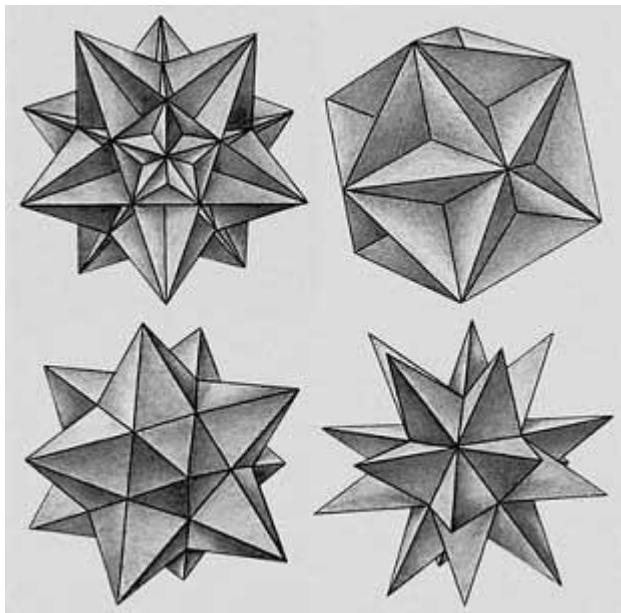
Скелет одноклеточного организма феодарии (Circogonia icosahedra) по форме напоминает икосаэдр.

Большинство феодарий живут на морской глубине и служат добычей коралловых рыбок. Но простейшее животное защищает себя двенадцатью иглами, выходящими из 12 вершин скелета. Он больше похож на звёздчатый многогранник.

Из всех многогранников с тем же числом граней икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности.

Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление толщи воды.

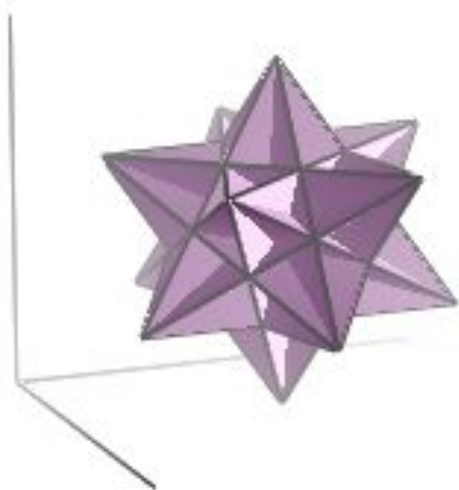
Правильные звездчатые многогранники



Иоганн Кеплер первым
начал изучать
так называемые
звездчатые многогранники,
которые в отличие
от Платоновых и Архимедовых тел
являются правильными
выпуклыми многогранниками.

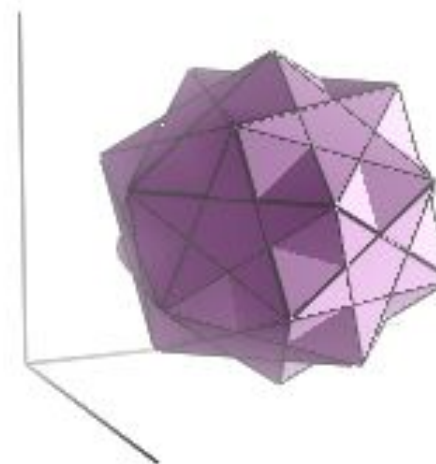


Историческая справка



История правильных многогранников уходит в глубокую древность. Начиная с 7 века до нашей эры в Древней Греции создаются философские школы, в которых происходит постепенный переход от практической к философской геометрии. Большое значение в этих школах приобретают рассуждения, с помощью которых удалось получить новые геометрические свойства.

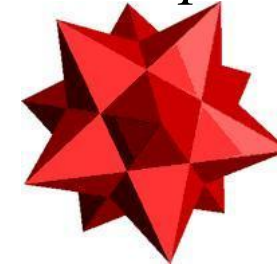
Одной из первых и самых известных школ была Пифагорейская, названная в честь своего основателя Пифагора. Отличительным знаком пифагорейцев была пентаграмма, на языке математики- это правильный невыпуклый или звездчатый пятиугольник. Пентаграмме присваивалась способность защищать человека от злых духов.



Тела Кеплера - Пуансо

Иоганн Кеплер, для которого правильные многогранники были любимым предметом изучения, разработал учение о *двух* видах *выпуклых звездчатых многогранников*.

В 1619 году им были открыты [малый звёздчатый додекаэдр](#)



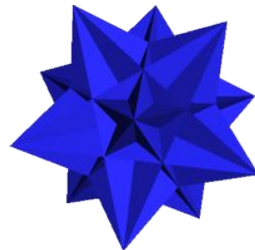
и [большой звёздчатый додекаэдр](#)



И только почти 200 лет спустя другой ученый Луи Пуансо открыл [большой додекаэдр](#)



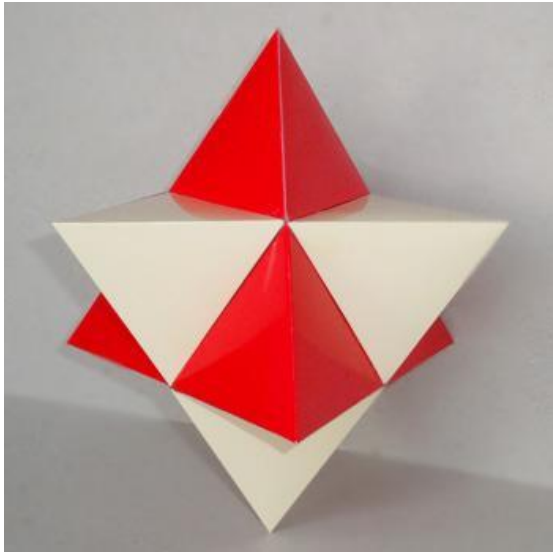
и [большой икосаэдр](#).



Эти 4 многогранника получаются из Платоновых тел **додекаэдра и икосаэдра** продлением их граней до пересечения друг с другом, и потому называются звездчатыми.

Куб и **тетраэдр** не дают новых тел - грани их, сколько ни продолжай, не пересекаются.

Звёздчатый октаэдр.



Его не относят к телам Кеплера – Пуансо, так как дальнейшее продление граней октаэдра не приводит к созданию **нового** многогранника. Октаэдр имеет только одну звездчатую форму.

Можно рассматривать как соединение двух пересекающихся тетраэдров, центры которых совпадают с центром исходного октаэдра.

Такой звездчатый многогранник открыл еще Леонардо да Винчи, затем спустя почти 100 лет описал **Кеплер** и назвал его **восьмиугольная звезда** .

„Закон взаимности”



- У правильных многогранников есть интересная особенность — своеобразный „закон взаимности”. Центры граней куба являются вершинами октаэдра, а центры граней октаэдра — вершинами куба.

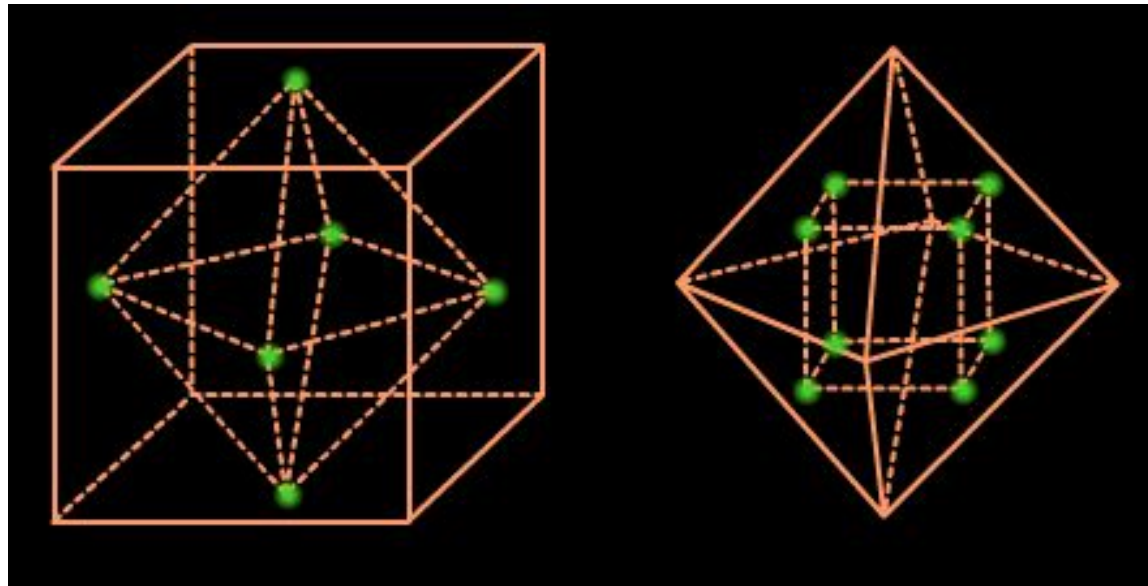
Свойство взаимности Платоновых тел

Октаэдр тесно связан с **кубом** так называемым свойством взаимности: центры граней куба являются вершинами правильного октаэдра, а центры граней правильного октаэдра являются вершинами куба.

Если соединять отрезками центры соседних граней куба, то эти отрезки станут ребрами октаэдра;

если проделать ту же операцию с октаэдром, получится куб.

Число вершин октаэдра равно числу граней куба, и наоборот; более того, количества ребер у них совпадают.

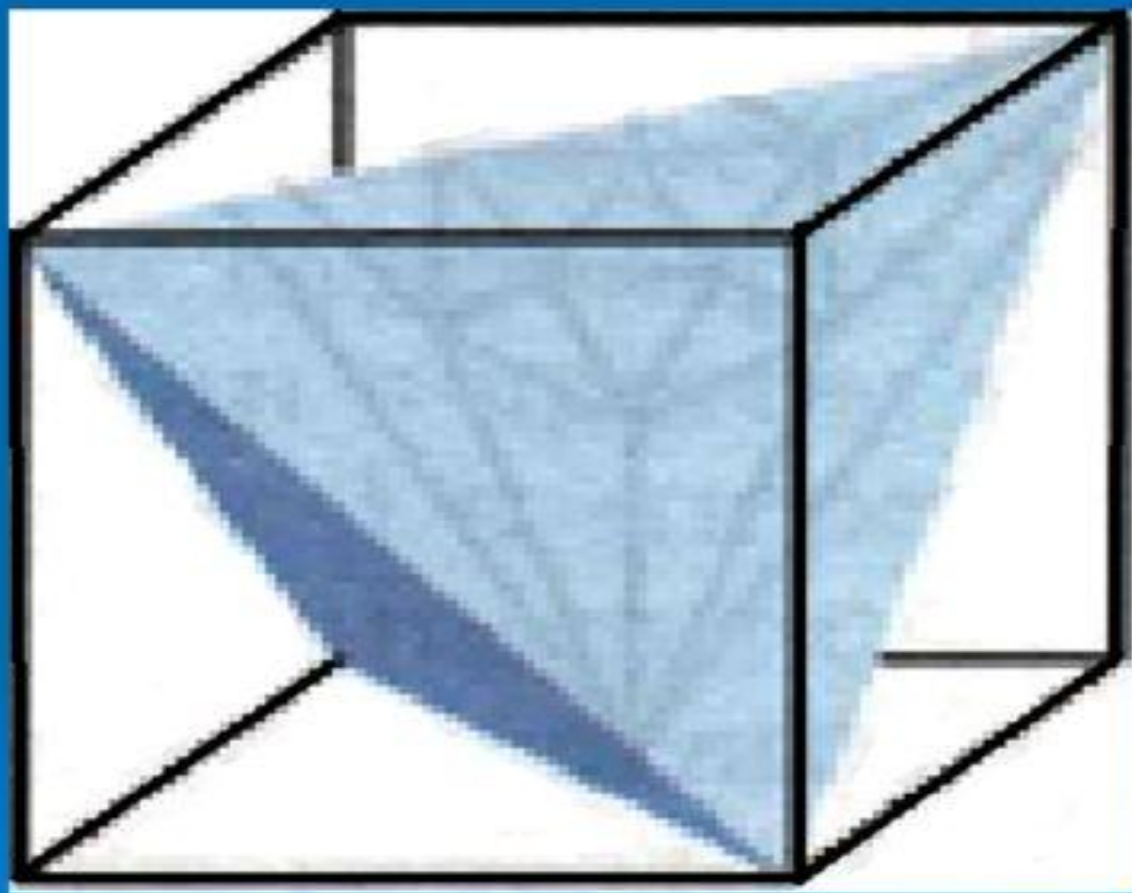


„Закон взаимности”



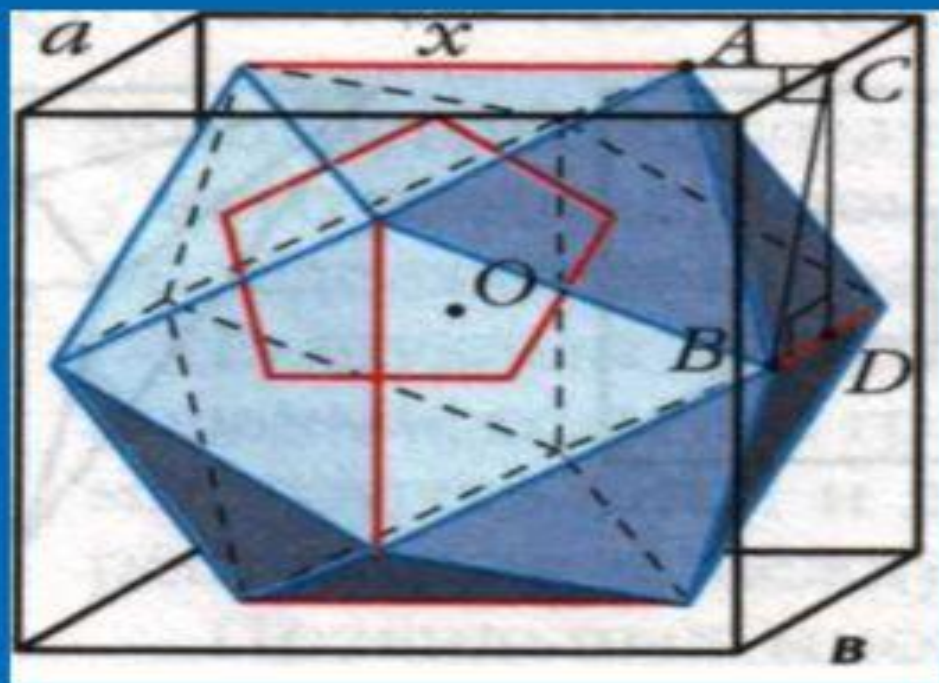
- Центры граней додекаэдра являются вершинами икосаэдра, а центры граней икосаэдра – вершинами додекаэдра.

„Закон взаимности”



- Особняком от этих 4-х многогранников стоит тетраэдр: если считать центры его граней вершинами нового многогранника, то вновь получится тетраэдр.
- Тетраэдр двойствен сам себе.

„Закон взаимности”



- Куб и октаэдр, додекаэдр и икосаэдр — это две пары двойственных многогранников. У них одинаковое число рёбер (12 — у куба и октаэдра; 30 — у додекаэдра и икосаэдра), а числа вершин и граней переставлены.

Правильные многогранники вокруг нас

- Теория правильных многоугольников и многогранников - один из самых увлекательных и ярких разделов математики. Но закономерности, открытые математиками, удивительным образом связаны с симметрией живой и неживой природы – с формами различных кристаллов, точной формой вирусов, с современными теориями в физике, биологии и других областях знания.

ФИЛОСОФСКИЙ КАМЕНЬ



Тетраэдр
«Огонь»



Октаэдр
«Воздух»



Куб
«Земля»



Икосаэдр
«Вода»



Додекаэдр
(quinta essentia)
«Эфир»

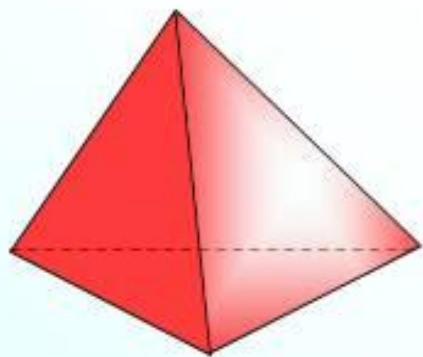
Додекаэдр символизирует голову человека

Октаэдру соответствуют легкие человека

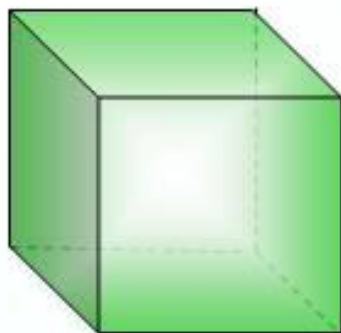
Тетраэдру соответствует желудок

Икосаэдру соответствует мочевой пузырь

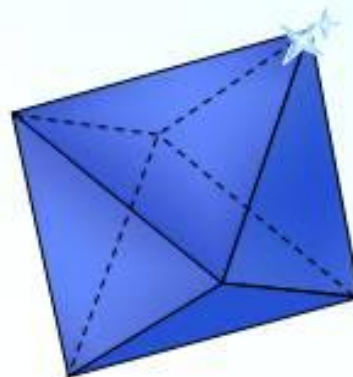
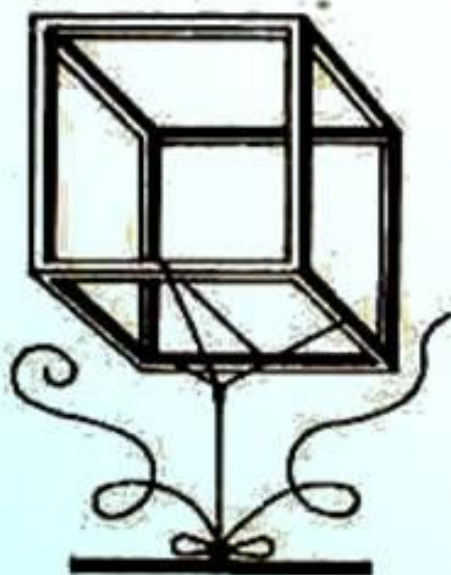
Куб олицетворяющий землю соответствует ногам и мужскому началу



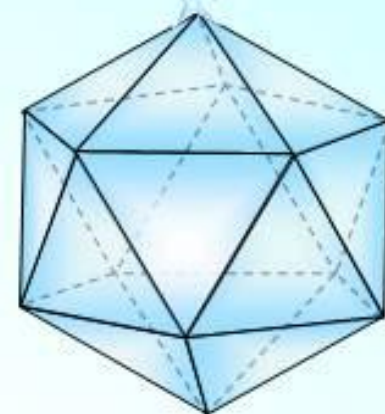
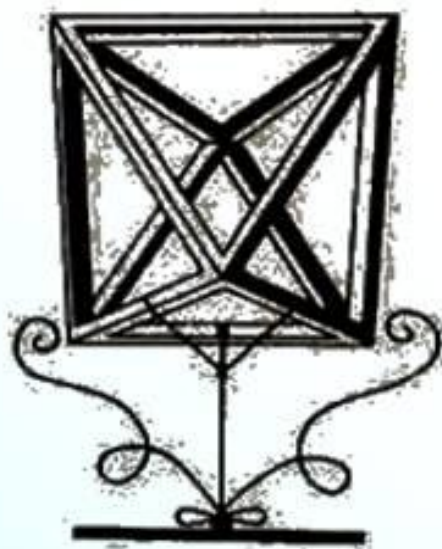
ОГОНЬ



ЗЕМЛЯ



ВОЗДУХ



ВОДА



Следующий серьезный шаг в науке о многогранниках был сделан в XVIII веке Леонардом Эйлером, который «проверил алгеброй гармонию».

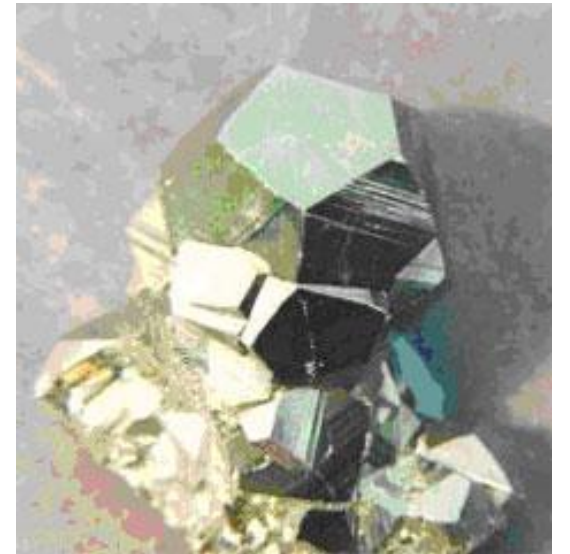
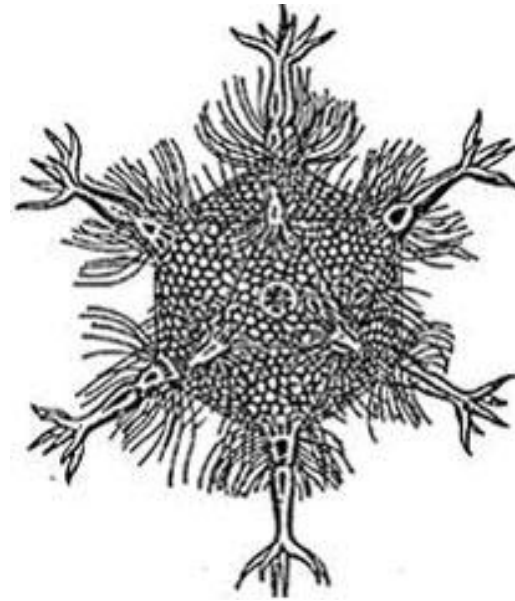
Теорема Эйлера о соотношении между числом вершин, ребер и граней выпуклого многогранника, навела математический порядок в мире многогранников.

$$\textit{Вершины} + \textit{Грани} - \textit{Рёбра} = 2.$$

Эта формула верна для любого многогранника.

Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии по форме напоминает **икосаэдр**.

Кристалл пирита (сернистого колчедана,) имеет форму **додекаэдра**.





Теорема Эйлера

Для любого выпуклого многогранника справедливо соотношение $\Gamma + В - Р = 2$,

где

Γ – число граней,

$В$ – число вершин ,

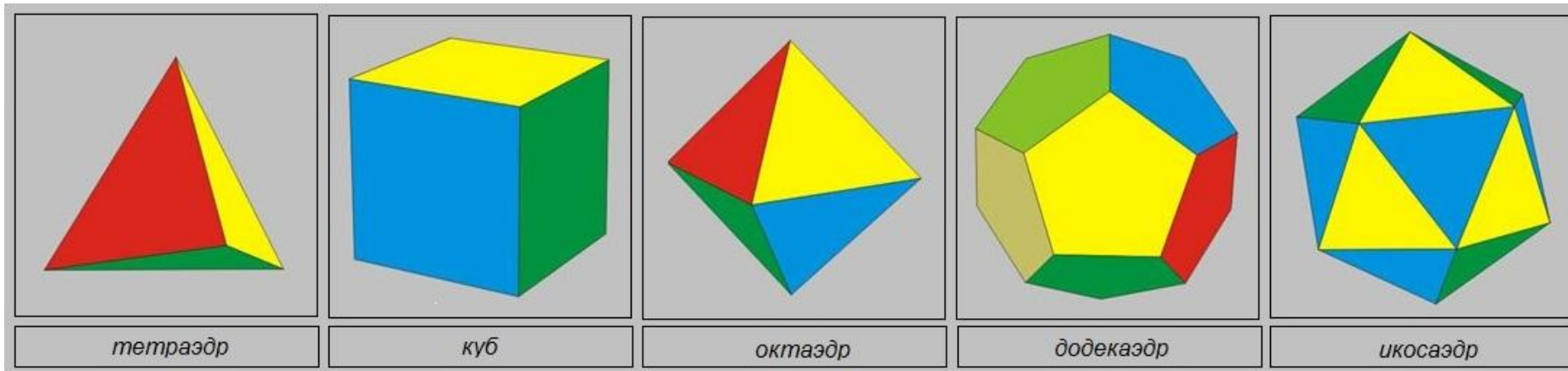
$Р$ – число ребер

данного многогранника.

Теорема Эйлера

Число граней + число вершин – число ребер = 2.

Правильные многогранники	тетраэдр	октаэдр	икосаэдр	додекаэдр	куб
Число граней	4	8	20	12	6
Число вершин	4	6	12	20	8
Число ребер	6	12	30	30	12



КОНЦЕПЦИЯ ЧЕТВЕРТОГО ИЗМЕРЕНИЯ В НАШЕ ВРЕМЯ

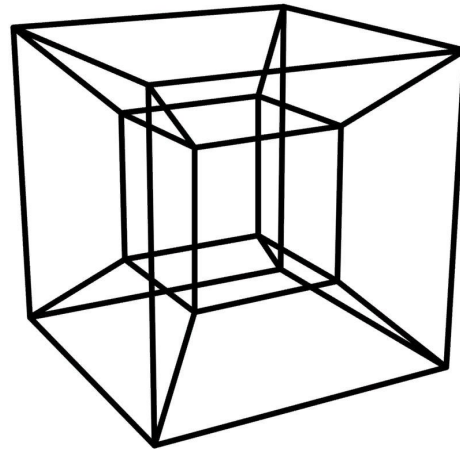
В литературе и искусстве четвертое измерение используется для исследования времени, реальности и восприятия. Технологически четвертое измерение применяется в областях, таких как компьютерная графика и виртуальная реальность, для создания трехмерных моделей и симуляций.

В настоящее время концепция четвертого измерения продолжает быть актуальной и важной в различных областях. В физике, особенно в контексте квантовой гравитации и теории струн, исследуются дополнительные измерения и их роль в структуре пространства-времени.



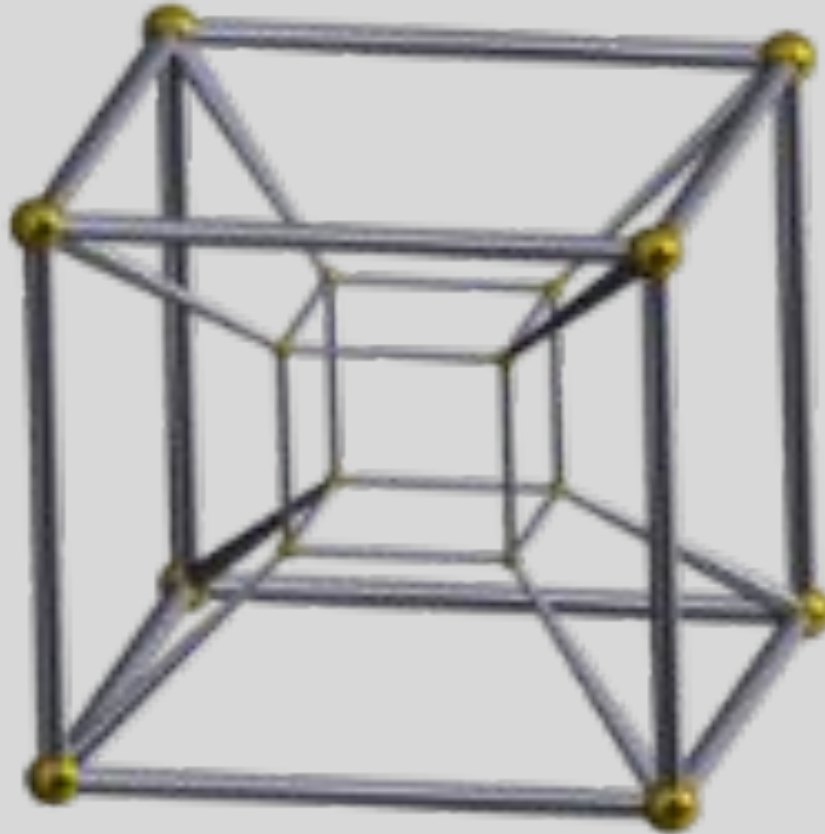
ЧЕТЫРЁХМЕРНОЕ ПРОСТРАНСТВО

- Четырёхмерное пространство (обозначения: $4D$ или R^4) — математический объект, обобщающий свойства трёхмерного пространства.



Четырёхмерное пространство (обозначения: «4D»,)

— в математике [абстрактное](#) понятие, производимое путём обобщения правил [трёхмерного пространства](#). Оно изучалось [математиками](#) и [философами](#) на протяжении почти двух столетий как ради простого интереса, так и ради возможностей, которые это понятие открывает в [математике](#) и смежных областях.



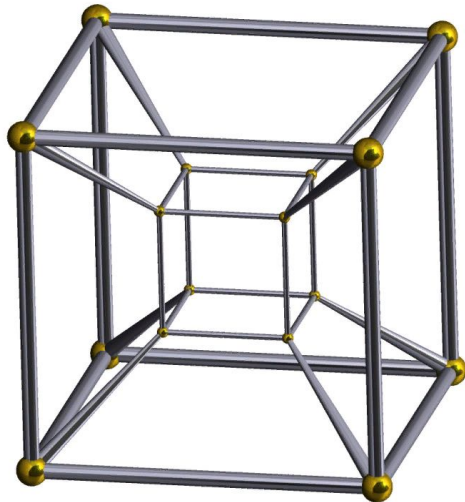
Алгебраически оно получено путём применения правил векторов и координатной геометрии к пространству с четырьмя измерениями. В частности, вектор с четырьмя компонентами может быть использован для представления позиции в четырёхмерном пространстве.

Это Евклидово пространство, поэтому имеет метрику и норму, и таким образом все измерения рассматриваются одинаково. Евклидово пространство – это линейное пространство с некоторым образом введенной операцией скалярного произведения".

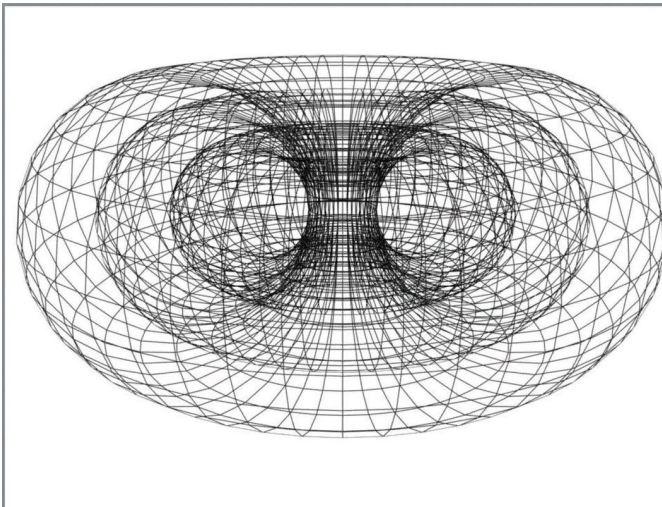
В современной физике пространство и время объединены в единый четырёхмерный континуум, называемый пространством Минковского, метрика которого рассматривает временное измерение иначе, чем пространственные измерения. Таким образом, пространство Минковского является псевдоевклидовым, а не евклидовым.

МНОГОГРАННИКИ В 4D ПРОСТРАНСТВЕ

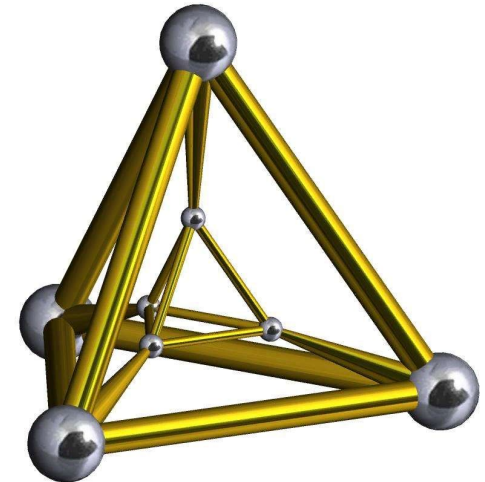
Гиперкуб
(тесеракт)



Гиперсфера
(троид)

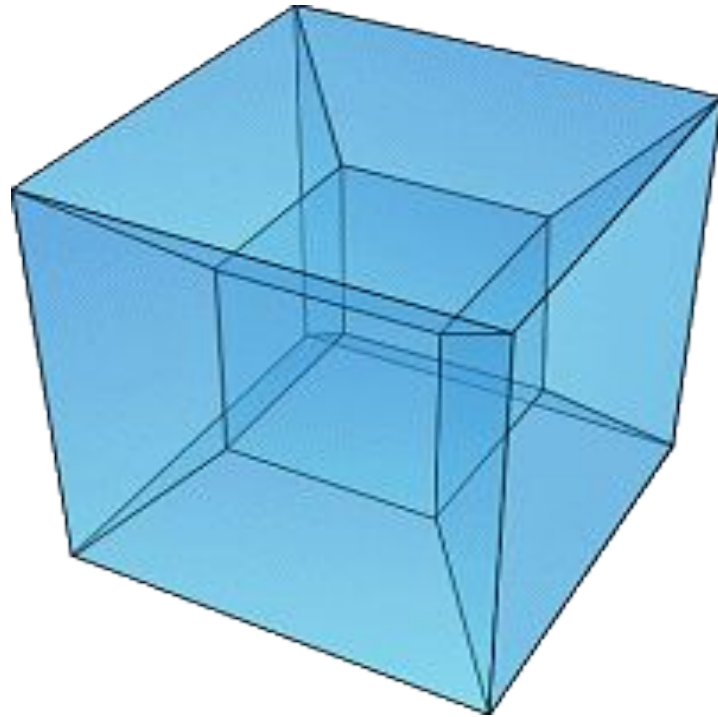


Симплекс



В геометрии **гиперкуб** - это n -мерная аналогия квадрата ($n = 2$) и куба ($n = 3$). Это замкнутая выпуклая фигура, состоящая из групп параллельных линий, расположенных на противоположных краях фигуры, и соединенных друг с другом под прямым углом.

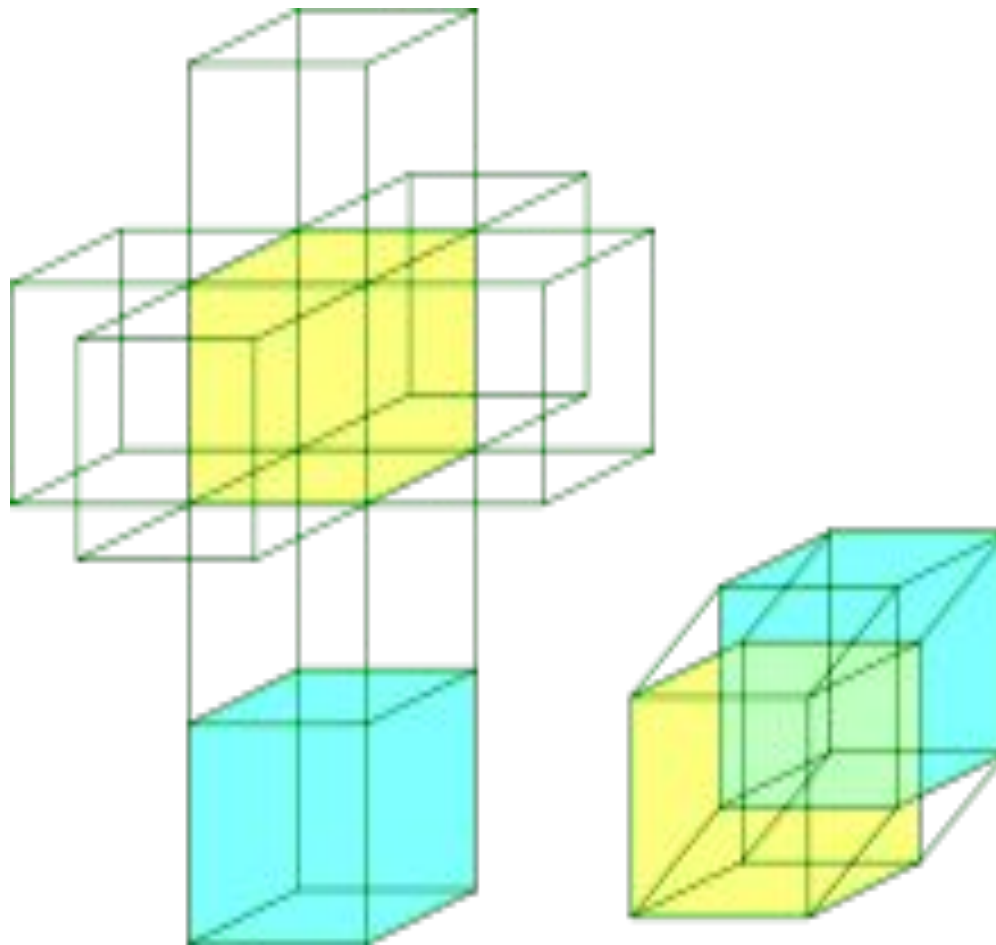
Эта фигура также известная под названием **тессеракт** (tesseract). Тессеракт относится к кубу, как куб относится к квадрату. Более формально, тессеракт может быть описан как правильный выпуклый четырехмерный политоп (многогранник), чья граница состоит из восьми кубических ячеек.



Развертка гиперкуба.

Тессеракт может
быть развернут в
восемь кубов,
подобно тому как куб
может быть
развернут в шесть
квадратов.

Развертка гиперкуба
называется сетью.
Существует 261
различных
вариантов сетей.



РОЛЬ ЧЕТВЕРТОГО ИЗМЕРЕНИЯ В БУДУЩЕМ



3. Понимание фундаментальных законов природы: Пролитие света на неразгаданные физические явления

4. Искусство и культура: Использование идей четвертого измерения в создании новых форм искусства.

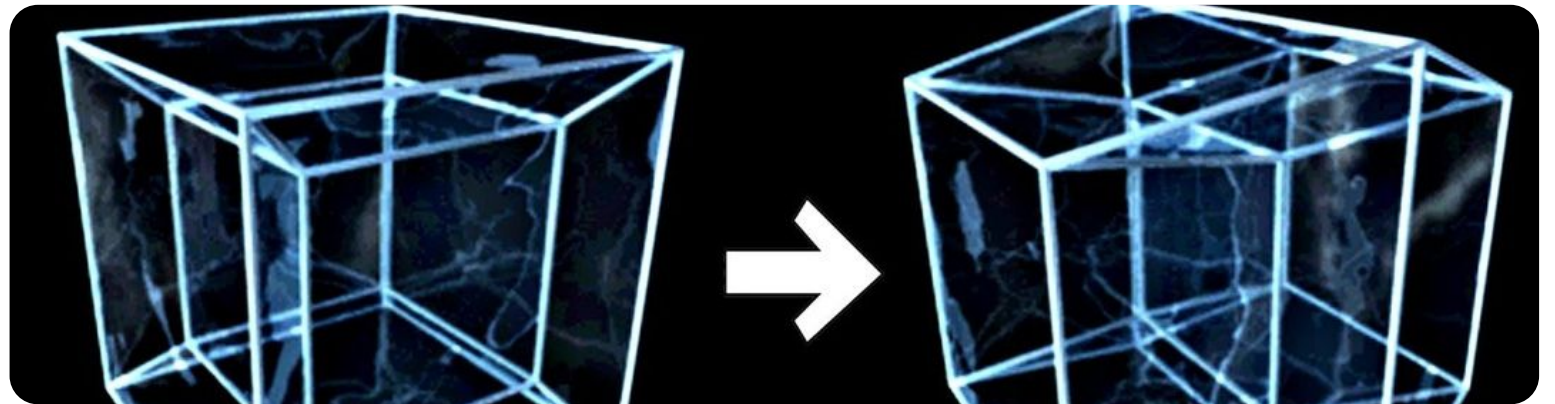
2. Новые технологии: Возможно, приведет к разработке эффективных устройств и материалов для различных отраслей.

Однако роль четвертого измерения все еще активно исследуется, и его конкретное значение в будущем может быть открыто в дальнейших исследованиях.

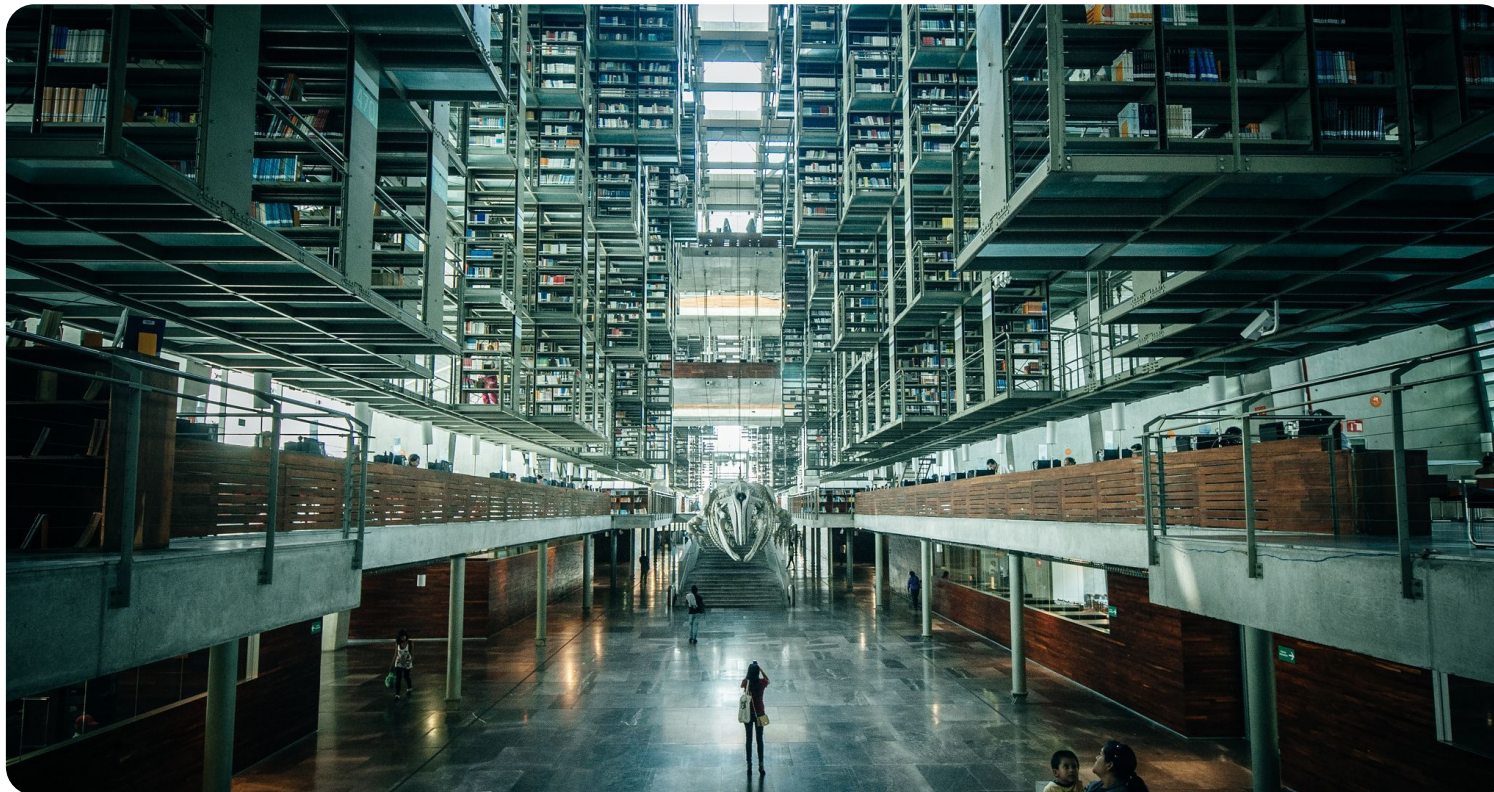


Четвертое измерение может иметь значительную роль в будущем:

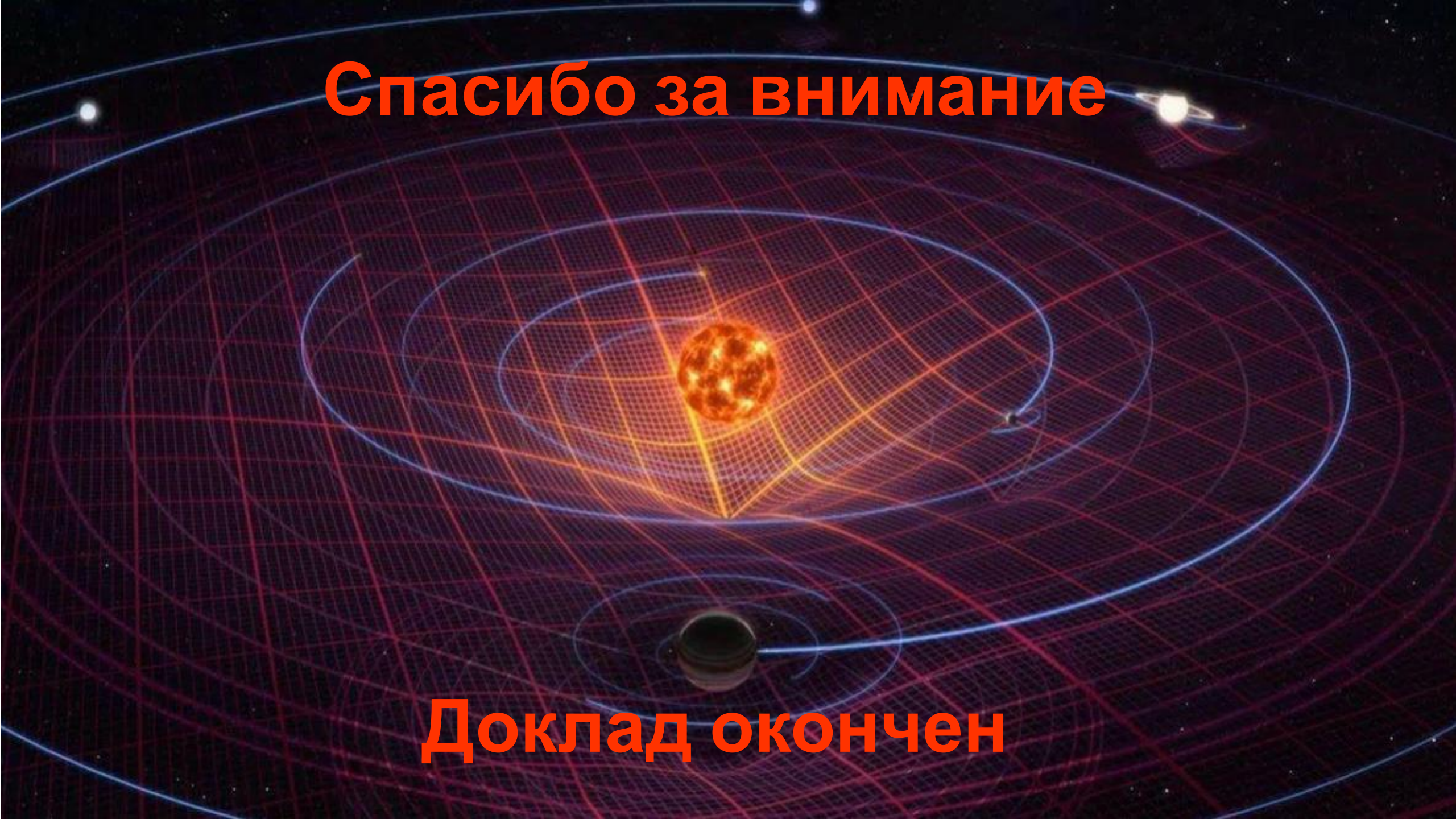
Расширение представлений о пространстве-времени: Поможет нам лучше понять структуру Вселенной.



ЗАКЛЮЧЕНИЕ

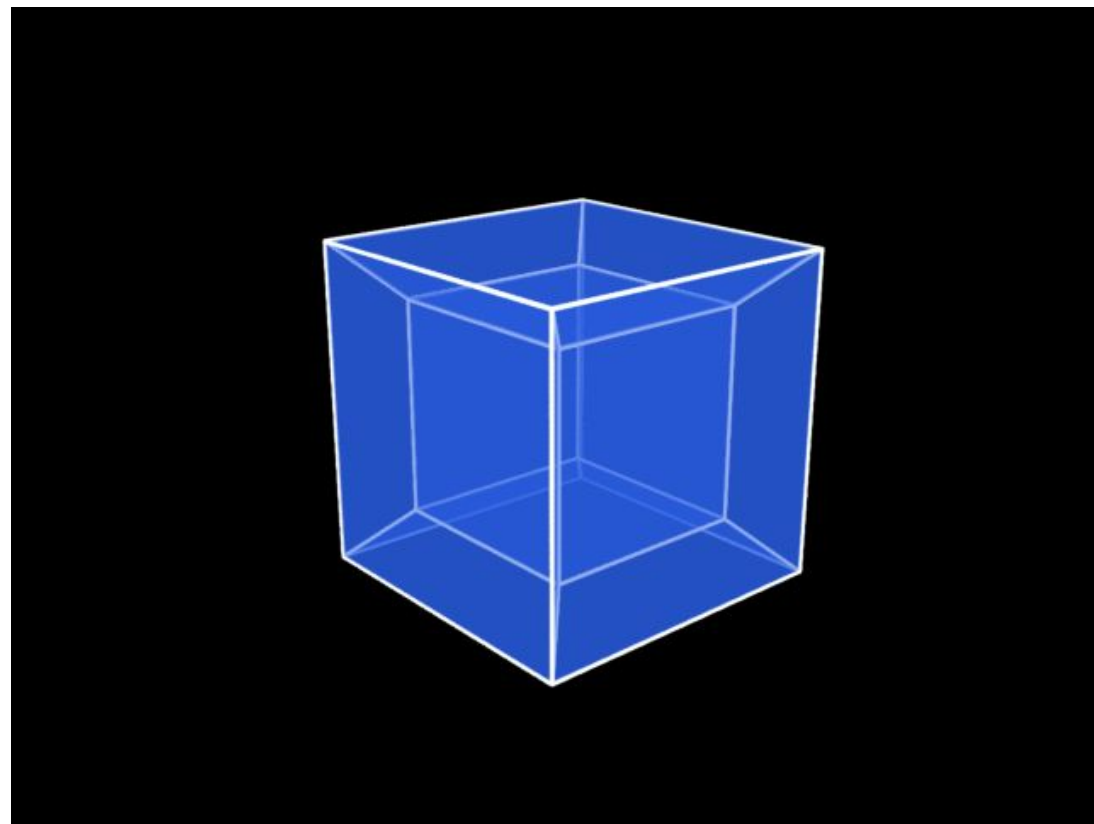
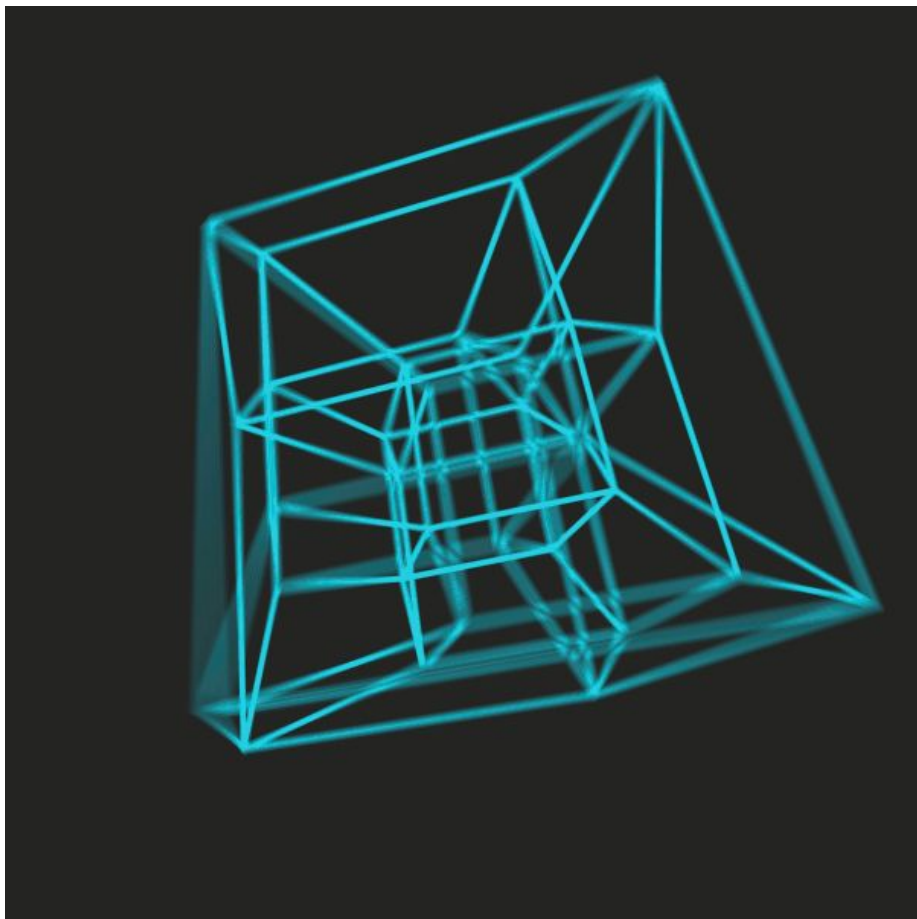


Четвертое измерение — это интересная и важная тема для изучения, которая имеет свои истоки в философии и науке. Развитие наших понимания и исследований в этой области может привести к новым открытиям и научным прорывам, которые будут полезны для развития науки и технологий в будущем. Несмотря на то, что понятие четвертого измерения может казаться сложным и абстрактным, его исследование и понимание могут привести к новым открытиям и прорывам в различных областях науки и



Спасибо за внимание

Доклад окончен



Список использованной литературы.

- 1.Свечников А.А. «Путешествие в историю математики» г. Москва издательство «Педагогика-пресс» 1995г.
- 2.Волошинов А.В. «Математика и искусство» г. Москва издательство «Просвещение» 2000г.
- 3. Ресурсы сети Интернет:
 - а) www.yandex.ru
 - б) www.google.com
 - в) www.rambler.ru

