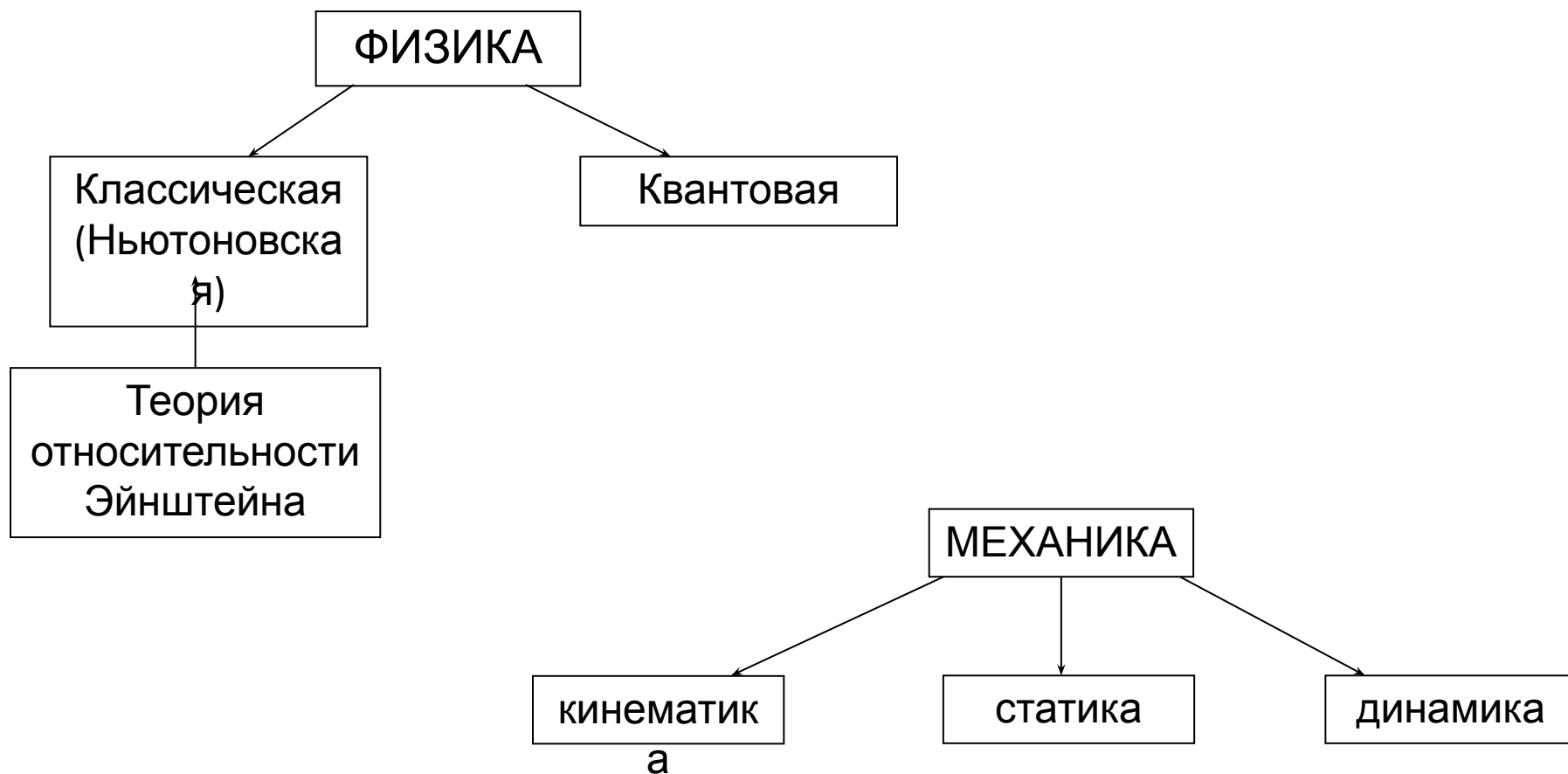


Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки.

Чужков Юрий Петрович
Доцент кафедры Физики, к.ф-м.н

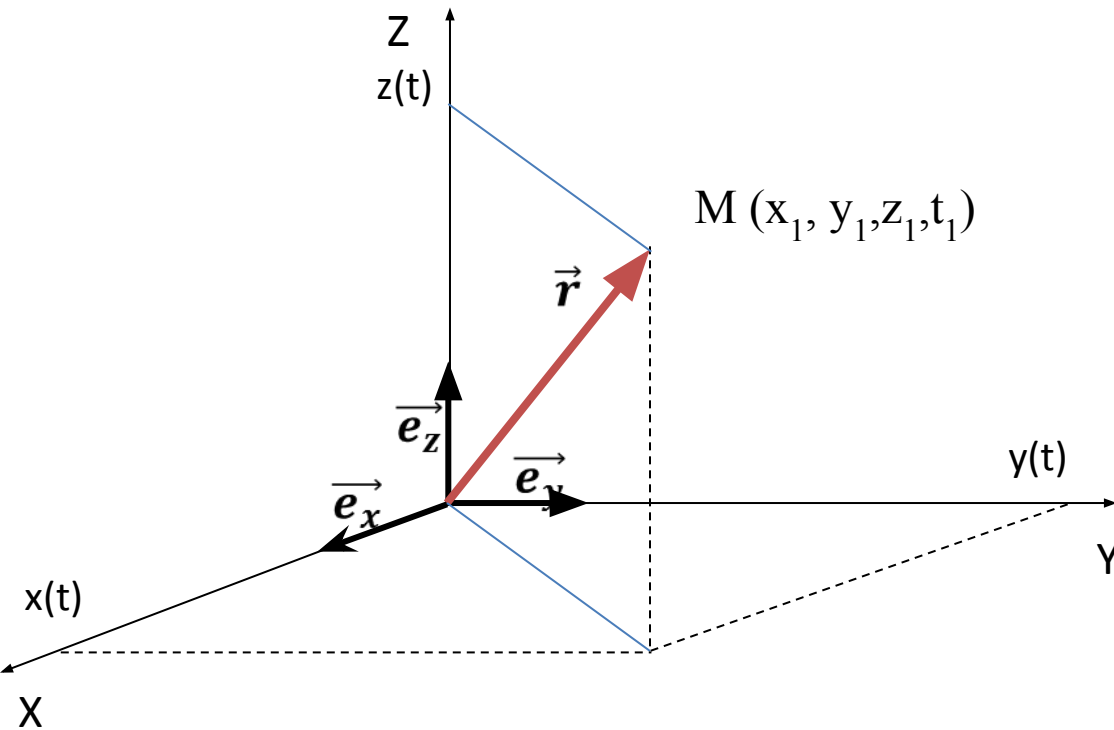
Введение



Рассматриваемые вопросы

1. Система отсчета.
2. Действия над векторами.
3. Кинематика материальной точки. Поступательное движение.
4. Движение материальной точки в поле тяготения (прямолинейное и криволинейное).
5. Вращательное движение материальной точки.

Система отсчёта.



$\vec{r}$ - радиус-вектор точки

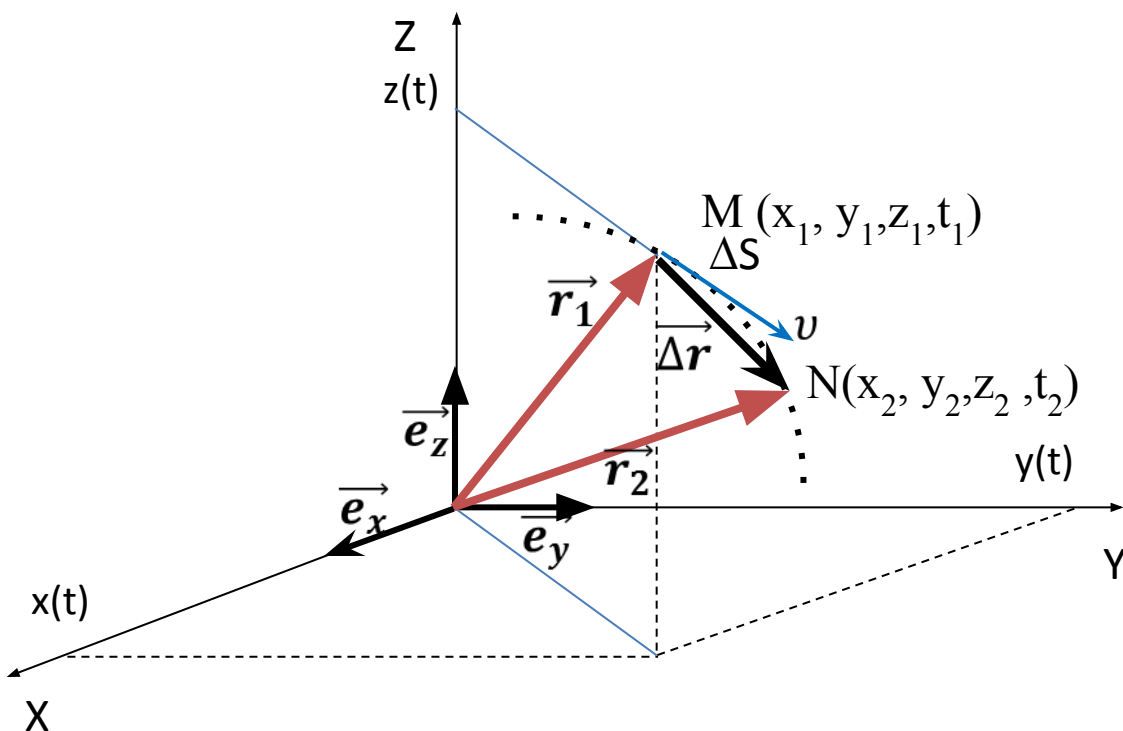
Уравнение движения точки
в векторной форме:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

Уравнения движения точки
в координатной форме:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t)$$

Система отсчёта.



ΔS - пройденный
путь

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = v_{\text{пут}} - \text{средне} \\ \text{путевая} \\ \text{скорость}$$

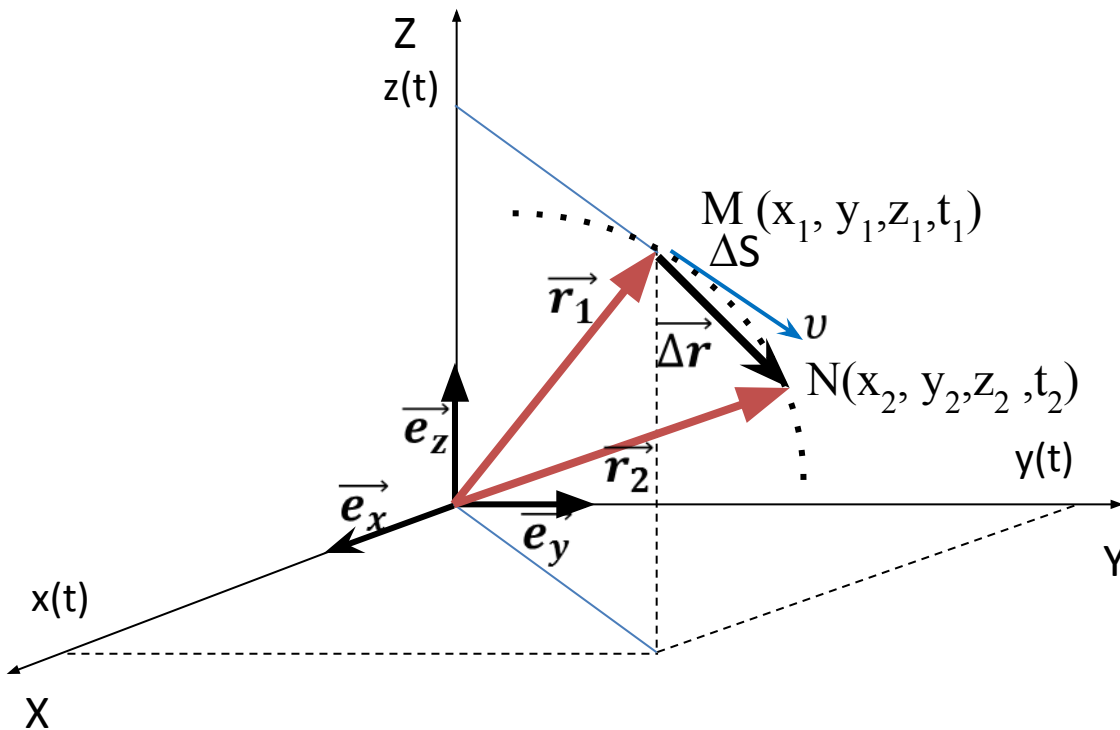
$\vec{\Delta r}$ - вектор перемещения

$$\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \vec{v}_{\text{ср}} - \text{средняя} \\ \text{скорость}$$

Мгновенная скорость точки в
положении M :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Система отсчёта.



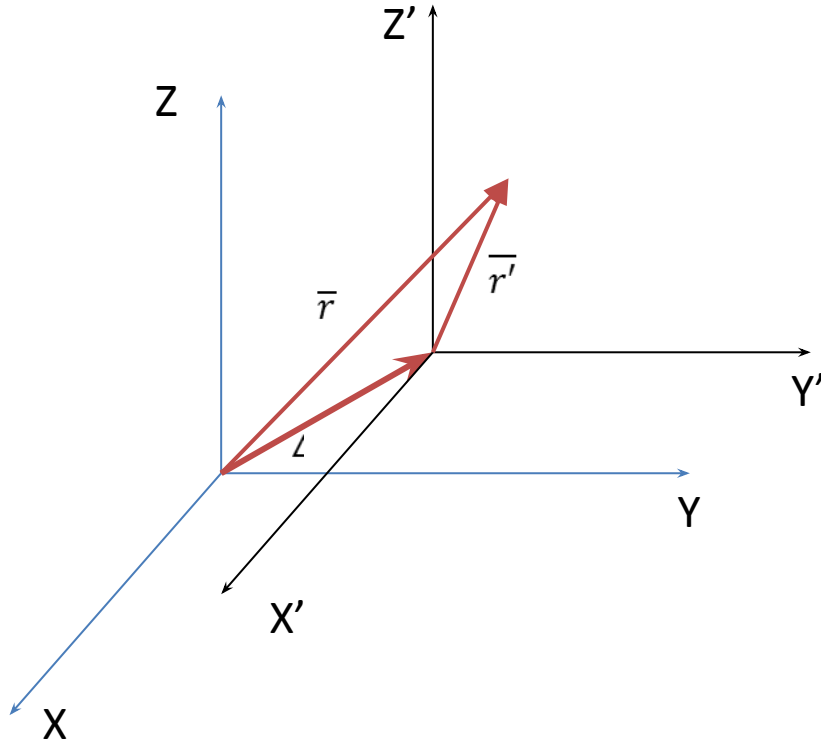
$$\vec{v} = v_x \vec{e}_x + v_y \vec{e}_y + v_z \vec{e}_z$$

v_x, v_y, v_z - проекции вектора на координатные оси.

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v(t) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Выбор системы отсчёта.



$$\vec{r} = \vec{r}' + \Delta \vec{r}; \quad \Delta r = v_0 \cdot t;$$

$$v = \frac{dr}{dt};$$

$$v = v' + v_0$$

- закон сложения
скоростей

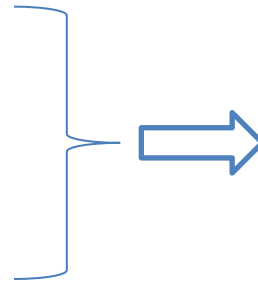
Инерциальная система отсчета –
система отсчета, в которой тело
движется равномерно и
прямолинейно.

Задача 1. Радиус-вектор начального положения частицы определяется выражением $\vec{r}(t) = -3\vec{e}_x + 6\vec{e}_y + 8\vec{e}_z$. Частица движется с постоянной скоростью $\vec{v} = 7\vec{e}_x + 9\vec{e}_y + 2\vec{e}_z$. Найти координаты частицы через $t=2$ с после начала движения.

Решение:

$$\vec{r}(t) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = v_x\vec{e}_x + v_y\vec{e}_y + v_z\vec{e}_z$$



$$\vec{r}(t) = a_0\vec{e}_x + b_0\vec{e}_y + c_0\vec{e}_z$$

$$\vec{v} = a_1\vec{e}_x + b_1\vec{e}_y + c_1\vec{e}_z$$

В начальный момент времени координаты радиус-вектора (a_0, b_0, c_0) , а через время t :

$$x = a_0 + a_1 t;$$

$$y = b_0 + b_1 t;$$

$$z = c_0 + c_1 t.$$

$$a_0 = -3; \quad a_1 = 7;$$

$$b_0 = 6; \quad b_1 = 9;$$

$$c_0 = -8; \quad c_1 = 2;$$

$$x = -3 + 7 \cdot 2 = 11$$

$$y = 6 + 9 \cdot 2 = 24$$

$$z = -8 + 2 \cdot 2 = -4$$

Ответ: 11; 24; -4

Тема: «Криволинейное движение под действием силы тяжести».

Задача 2. Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с . Найти радиус кривизны траектории камня через $t = 3 \text{ с}$ после начала движения.

$$1) t_{\text{полёта}} = t_{\text{падения}}$$

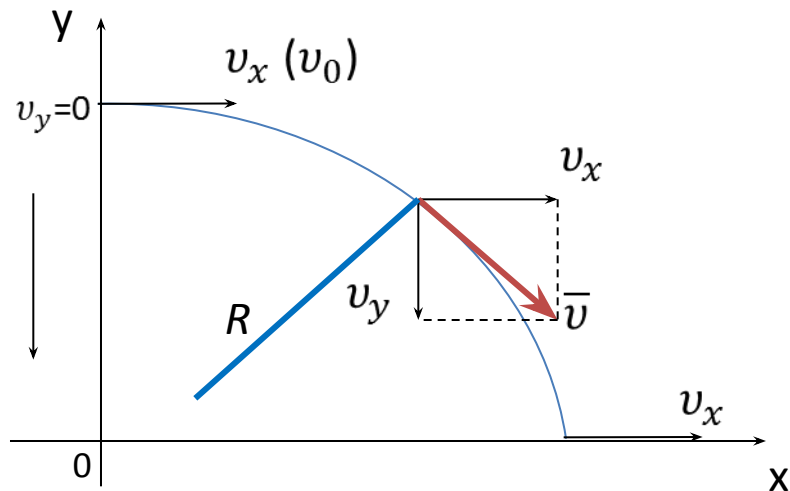
$$2) v_x = \text{const}$$

$$3) v_y = gt$$

$\bar{g}$ - ускорение свободного падения

$$|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + (gt)^2}$$



R – радиус кривизны траектории

Тема: «Криволинейное движение под действием силы тяжести».

Задача 2. Камень брошен горизонтально со скоростью 10 м/с . Найти радиус кривизны траектории камня через $t = 3 \text{ с}$ после начала движения.

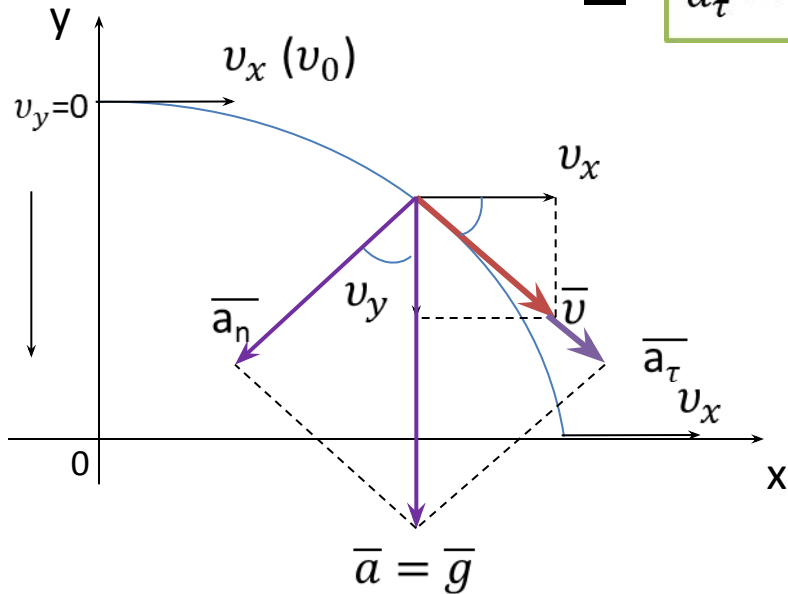
Решени

е:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$$



$$v_x = v_0;$$

$$v_y = gt;$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + (gt)^2}$$

По рисунку:

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v} = \frac{a_n}{g} \rightarrow$$

$$a_n = \frac{v_x \cdot g}{v}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{v^2}{a_n}$$

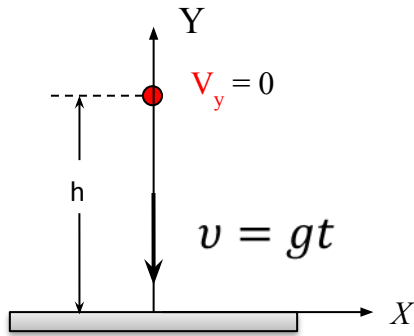
$$R = \frac{v^3}{v_x \cdot g}$$

Тангенциальное ускорение показывает быстроту изменения модуля скорости.

Нормальное ускорение показывает быстроту изменения направления

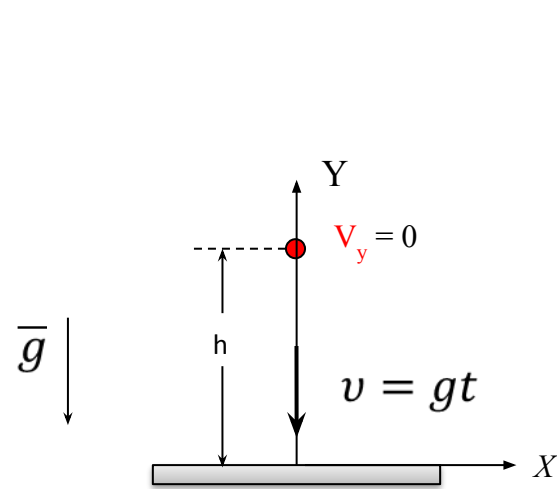
Ответ: 305 м.

Падение тела под действием сил земного притяжения



- 1) С какой высоты упало тело, если расстояние до земли оно преодолело за 2 с?
- 2) С какой скоростью упадет камень на землю, если время падения длилось 3с?

Падение тела под действием сил земного притяжения



$$v = v_{0y} + gt;$$

$$h = v_{0y} \cdot t + \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$v_{0y} = 0$$

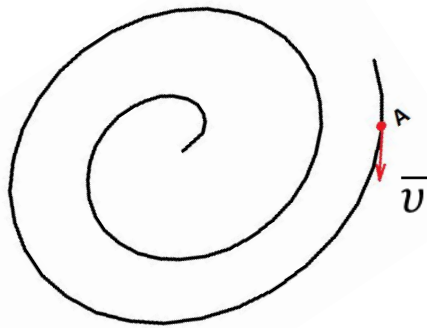


$$\begin{aligned} v &= g \cdot t \\ h &= \frac{g \cdot t^2}{2} \end{aligned}$$

$$1) v = 9,8 \cdot 3 = 29,4 \text{ м/с}$$

$$2) h = \frac{9,8 \cdot 4}{2} = 19,6 \text{ м}$$

Материальная точка А движется по траектории, указанной на рисунке с постоянным нормальным ускорением. Что можно сказать о скорости материальной точки?



- 1) Скорость изменяется по направлению и уменьшается по величине.
- 2) Скорость изменяется по направлению и увеличивается по величине.
- 3) Скорость не изменяется.

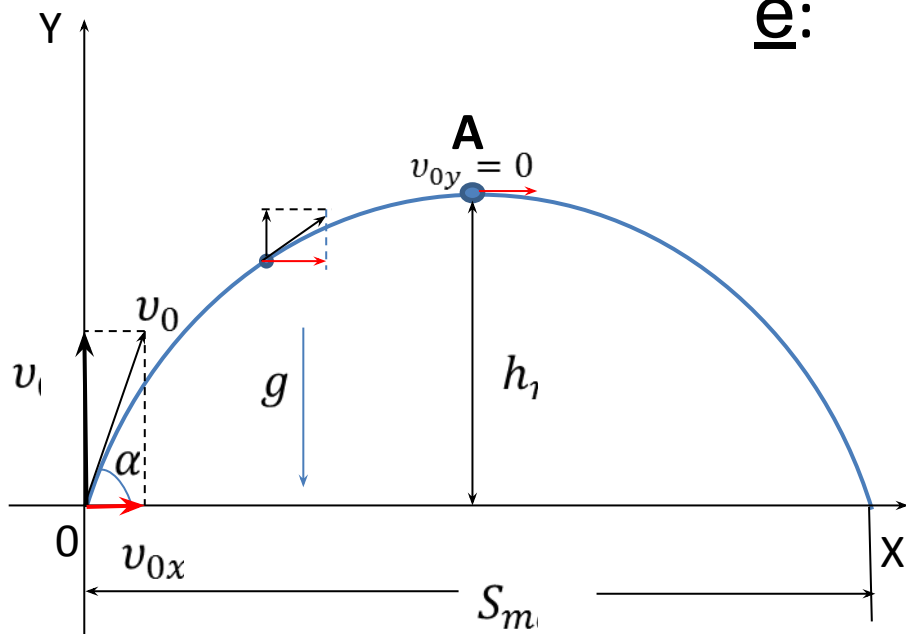
Тема: «Тело брошено под углом к горизонту».

Задача 3. Камень брошен под углом к горизонту 30° со скоростью 20 м/с.

Определить: 1) время подъёма камня на максимальную высоту; 2) максимальную высоту поднятия камня; 3) максимальная дальность полета.

Решени

е:



$$1) \quad v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t$$

$$t_{\text{подъёма}} = \frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{g}$$

$$v_{0y} = g \cdot t$$

$$2) \quad h_{\max} = v_{0y} \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2};$$

$$h_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}$$

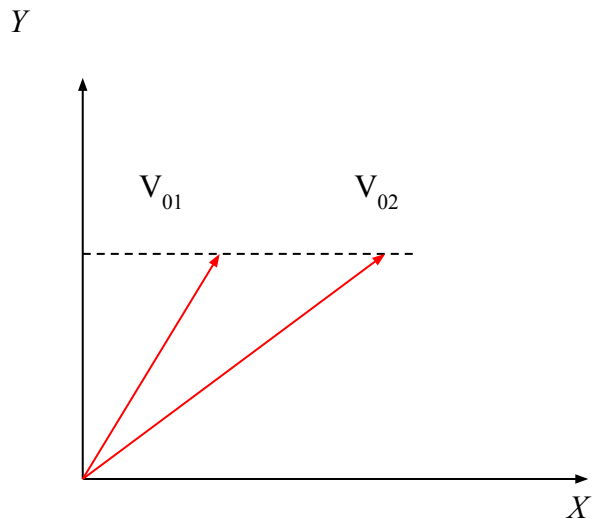
$$3) \quad S_{\max} = v_{0x} \cdot 2 \cdot t_{\text{подъёма}};$$

$$S_{\max} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

Ответы: $t_{\text{подъёма}} = 1,02 \text{ с}; h_{\max} = 5,1 \text{ м}; S_{\max} = 35,3 \text{ м}.$

Два тела одновременно брошены под углом к горизонту, как показано на рисунке.

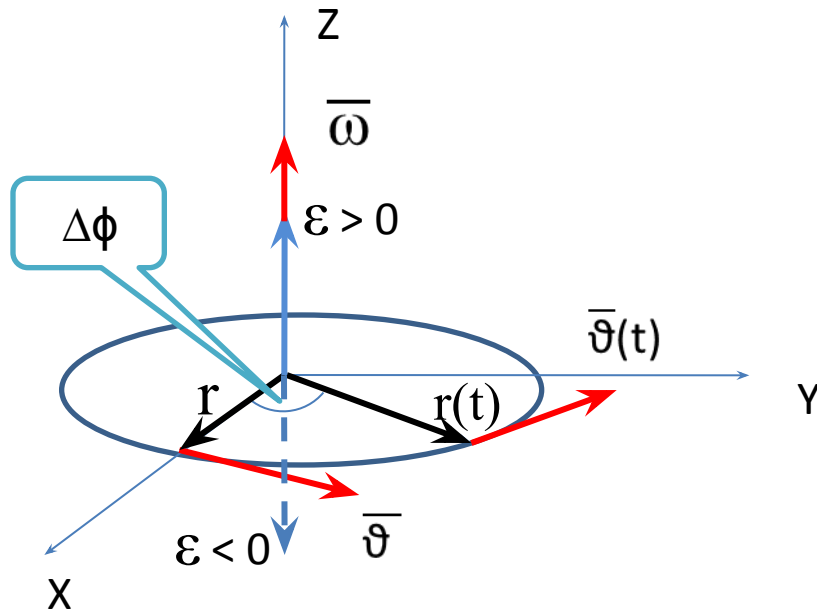


Сравните:

а) время полета двух тел;

б) высоту максимального полета.

Вращательное движение материальной точки



$\Delta\phi$ - угол поворота радиус-вектора

$\epsilon = \frac{d\omega}{dt}$ - угловое ускорение

$$\omega = \omega_0 + \epsilon t$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\epsilon t^2}{2}$$

$$\varphi = 2\pi N$$

$$a_\tau = R\epsilon$$

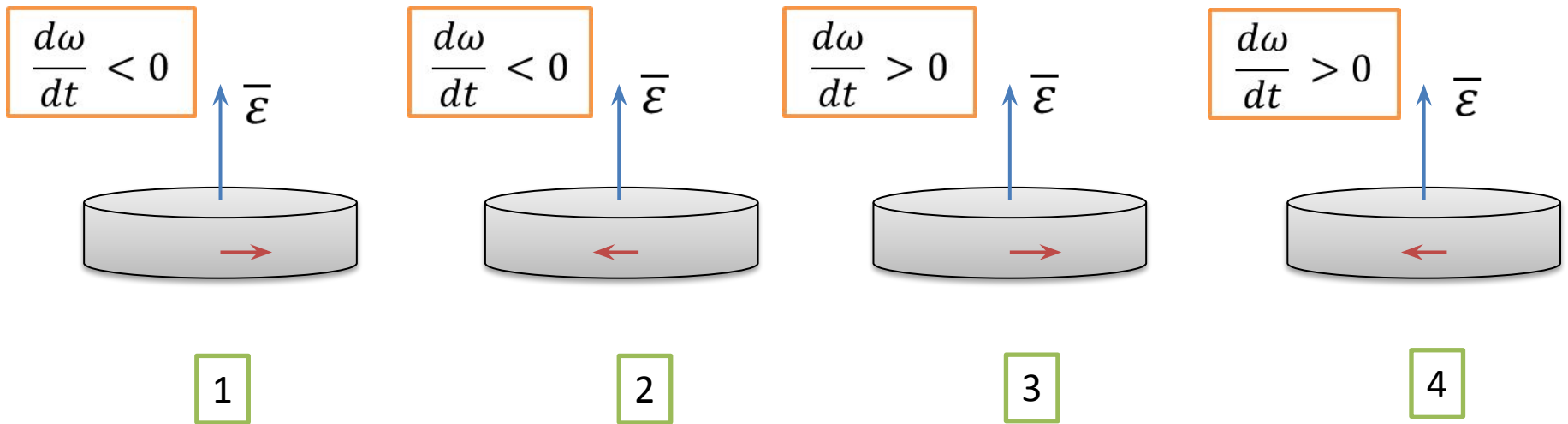
$$a_n = \omega^2 R$$

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

Угловая скорость характеризует быстроту изменения угла поворота со временем при вращательном движении

Угловое ускорение характеризует быстроту изменения угловой скорости при вращательном движении

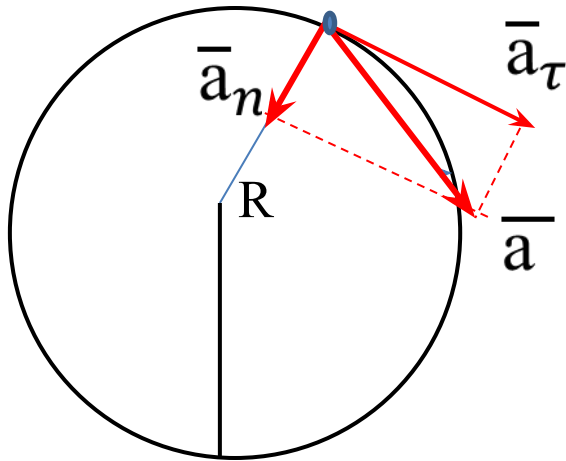
На каком из рисунков при указанных направлениях вращения правильно отображено направление углового ускорения?



Тема “Вращательное движение материальной точки”

Задача 4 Шарик движется по окружности радиусом 5 см с постоянным тангенциальным ускорением 5 см/с². Определить: 1) угловую скорость шарика к концу пятого оборота; 2) нормальное ускорение к концу пятого оборота; 3) полное ускорение.

Решени



$$\begin{aligned} \text{е:} \quad & \left. \begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \varepsilon t & \omega_0 &= 0 \\ \varphi &= \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} & \varphi &= 2\pi N \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \omega &= \varepsilon t & t &= \frac{\omega}{\varepsilon} \\ 2\pi N &= \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega^2 &= 4\pi N \varepsilon \\ a_\tau &= R \varepsilon \quad \varepsilon = \frac{a_\tau}{R} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \omega^2 = 4\pi N \frac{a_\tau}{R} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega = \sqrt{4\pi N \frac{a_\tau}{R}}}$$

$$2) \quad a_n = \omega^2 R \quad \boxed{a_n = 4\pi N a_\tau}$$

$$3) \quad \boxed{a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}}$$

Отве $\omega = 7,92 \text{ рад/с}; \quad a_n = 0,63 \text{ м/с}^2; \quad a = 0,885 \text{ м/с}^2$

Г:

Вопросы для самоконтроля:

1. Что изучает кинематика?
2. Дайте определение мгновенной скорости материальной точки.
3. В чём отличие средней скорости от мгновенной.
4. Что определяет тангенциальное и нормальное ускорение?
5. Что такое угловая скорость и угловое ускорение?
6. Что такое инерциальная система отсчета?
7. Почему нельзя при вращательном движении вычислять пройденный путь в метрах?