

Тема 7
КАЧЕСТВО НЕПРЕРЫВНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Лекция 12

Показатели качества переходного процесса.
Оценка качества регулирования САУ в установившемся
режиме. Теоремы о конечном значении.
Расчет установившихся ошибок статических САУ

Анализ устойчивости САУ необходим для установления факта затухания переходного процесса. Устойчивость является необходимым, но недостаточным условием работоспособности системы, поэтому в ТАУ, наряду с оценкой устойчивости решается задача обеспечения требуемого качества процесса управления.

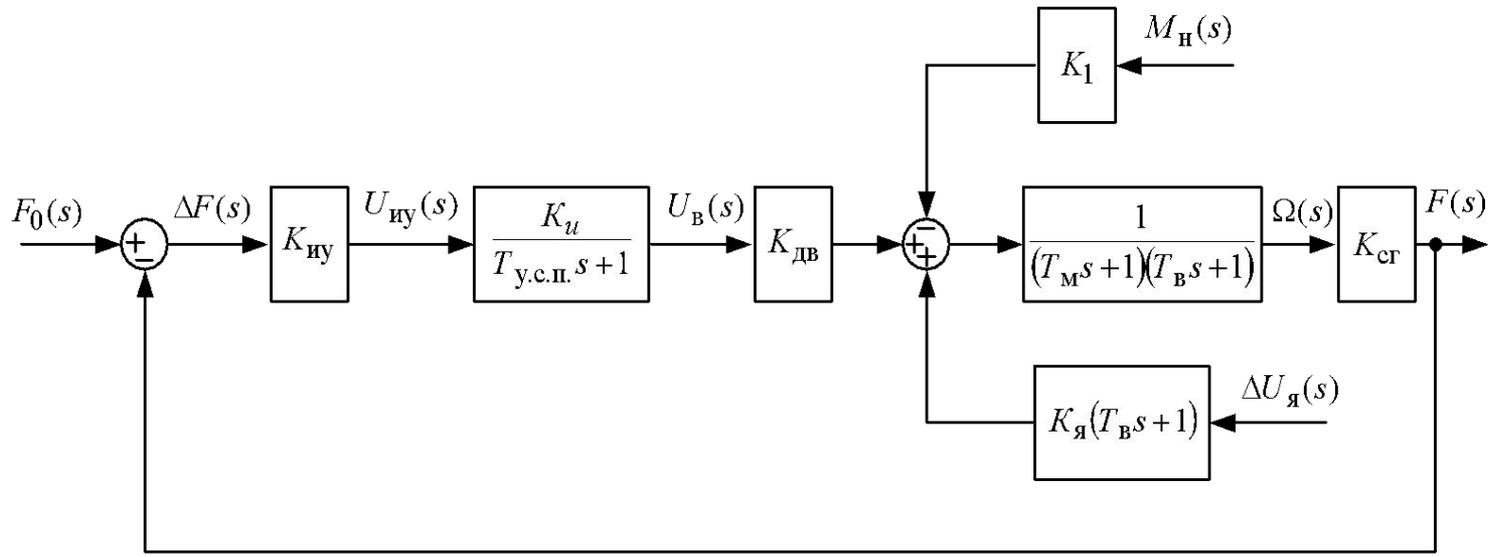
Анализ качества сводится к расчёту показателей качества переходного процесса: быстродействия, колебательности и перерегулирования, а также к расчёту установившихся ошибок, определяющих точность работы системы.

Показатели качества переходного процесса.

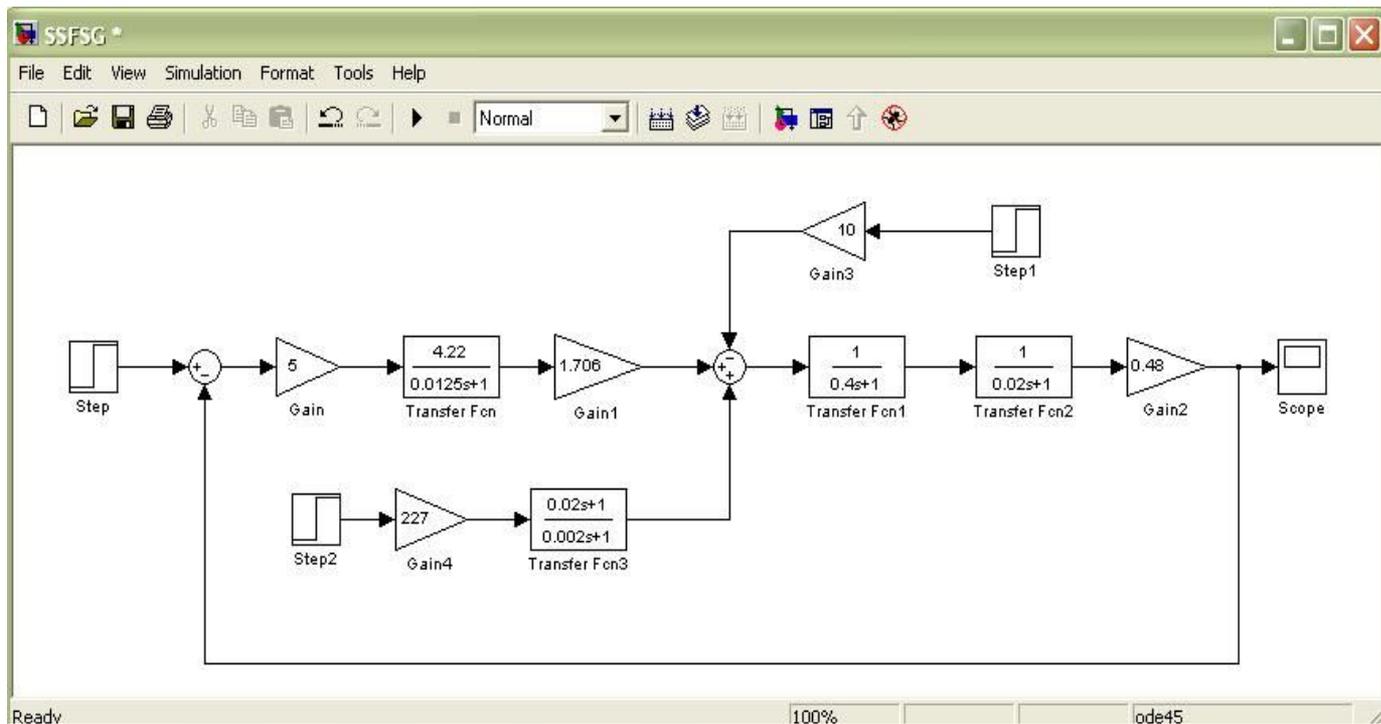
К основным показателям качества переходного процесса относятся *перерегулирование σ* , *время регулирования*, *время нарастания*, *число колебаний N_k* , *частота колебаний f_k* . Перечисленные показатели определяются по переходной характеристике, которая является графиком переходной функции.

Для инженерной практики особый интерес представляет порядок определения показателей качества с применением моделирующих программ. Рассмотрим процесс определения показателей качества на примере системы стабилизации частоты синхронного генератора, ССДМ которой изображена на рис. 2.48.

Пример 2.20. Построить переходную характеристику ССЧСГ с применением системы MatLab. Определить основные показатели качества.



Согласно ССДМ ССЧСГ принять следующие исходные данные: $K_{иу} = 5 \text{ В/Гц}$; $K_u = 4,22$; $T_{у.с.п.} = 0,0125 \text{ с}$; $K_{дв} = 1,706 \text{ рад/В} \cdot \text{с}$; $T_M = 0,4 \text{ с}$; $T_B = 0,02 \text{ с}$; $K_{ср} = 0,48 \text{ Гц} \cdot \text{с/рад}$; $K_1 = 10 \text{ 1/Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$; $K_я = 227 \text{ рад/В} \cdot \text{с}$; $M_H = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$; $f_0 = 500 \text{ Гц}$; $\Delta U_я = 2 \text{ В}$.



Решение. Передаточная функция замкнутой ССЧСГ

$$\Phi(s) = \frac{K_{ИУ}K_uK_{ДВ}K_{СГ}}{(T_{у.с.п.}s+1)(T_Ms+1)(T_Bs+1) + K_{ИУ}K_uK_{ДВ}K_{СГ}}$$

После подстановки в выражение численных значений параметров, получим

$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{5 \cdot 4,22 \cdot 1,706 \cdot 0,48}{(0,0125s+1)(0,4s+1)(0,02s+1) + 5 \cdot 4,22 \cdot 1,706 \cdot 0,48} = \\ &= \frac{17,278}{0,0001s^3 + 0,01325s^2 + 0,4352s + 18,278} \end{aligned}$$

Составляем программу для построения переходной характеристики

```
num=[17.278];  
den=[0.0001 0.01325 0.4325 18.278];  
sys=tf(num, den);  
step(sys)
```

Переходная характеристика, полученная в результате моделирования ССЧСГ при обработке единичного ступенчатого воздействия, показана на рис. 2.59.

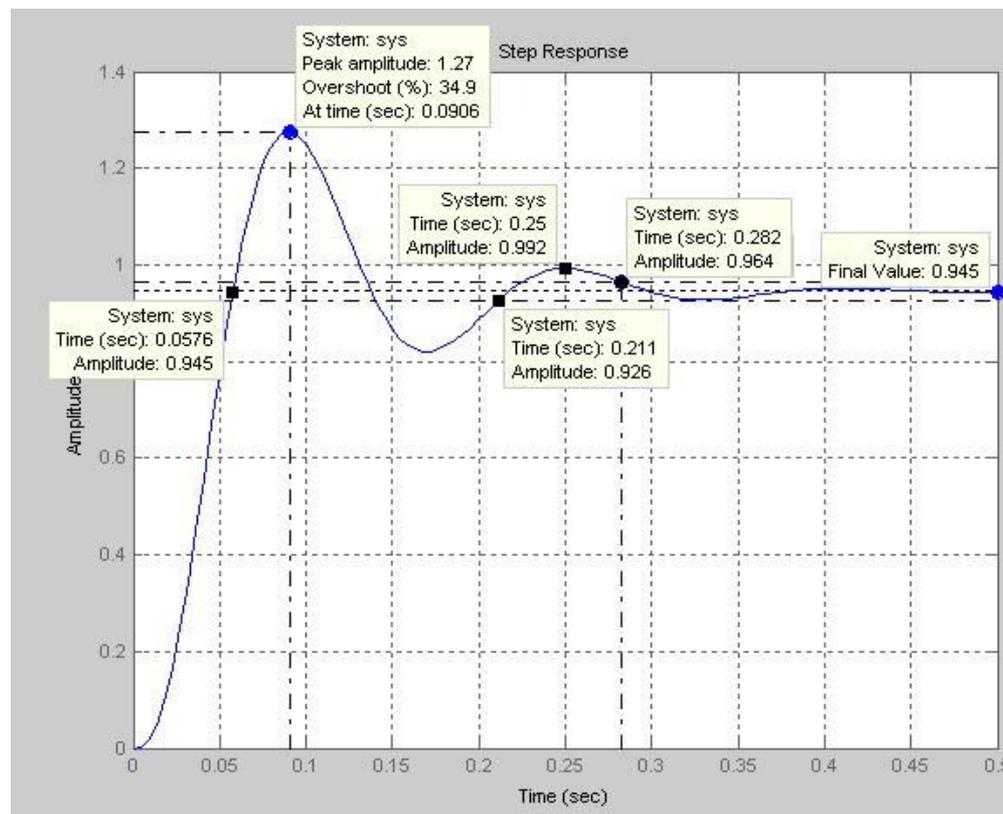
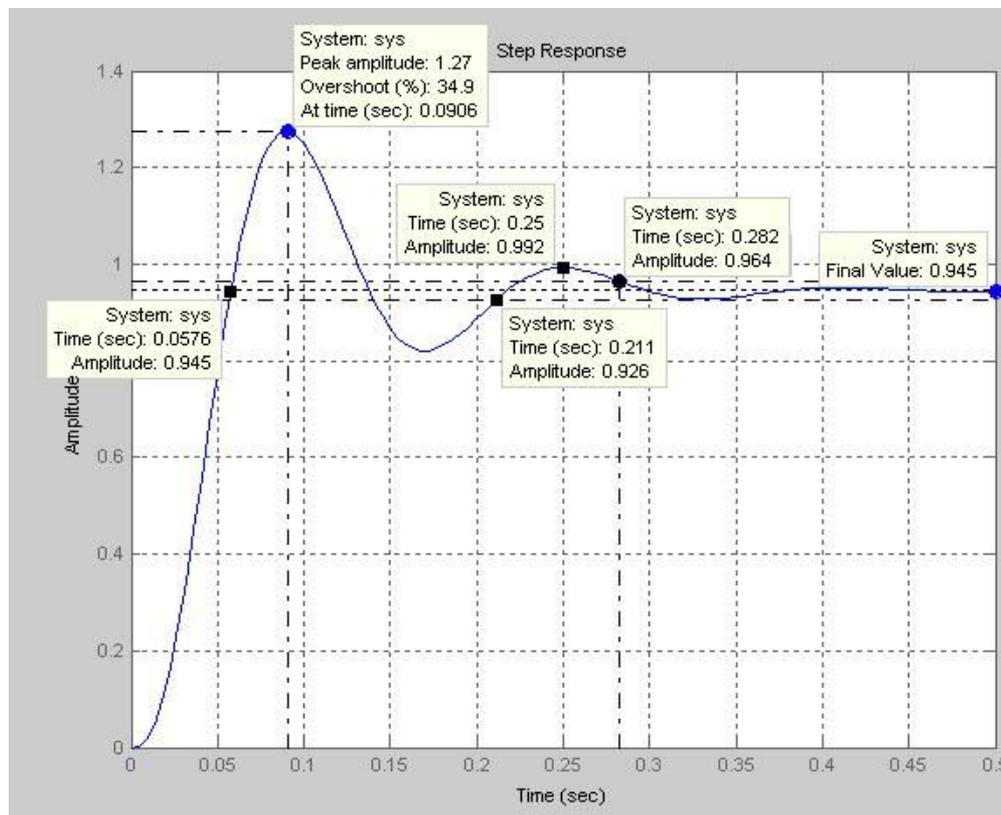


Рис. 2.59. Переходная характеристика ССЧСГ

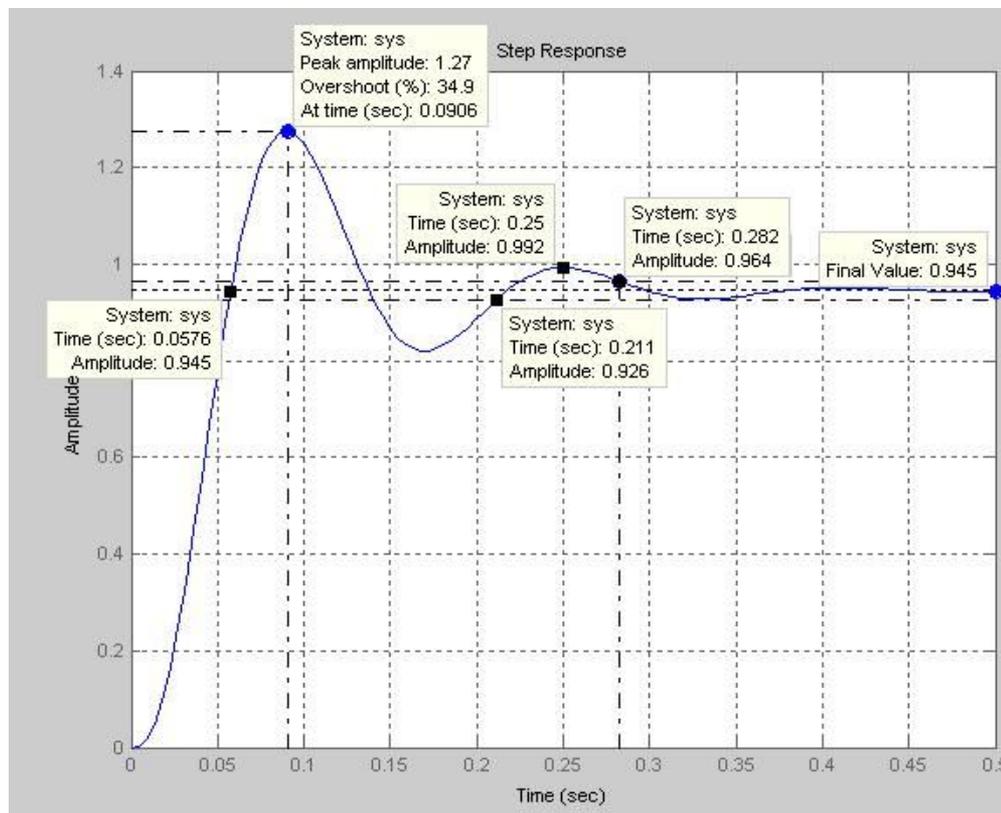


Определяем показатели качества. *Перерегулирование* вычисляется, как относительная разность между максимальным значением f_{\max} переходной характеристики и ее установившимся значением $f_{\text{уст}}$, выраженная в процентах

$$\sigma = \frac{f_{\max} - f_{\text{уст}}}{f_{\text{уст}}} 100\%$$

Подставив в формулу численные значения $f_{\max} = 1,27$ Гц (Peak amplitude) и $f_{\text{уст}} = 0,945$ Гц (Final Value), получим перерегулирование (Overshoot)

$$\sigma = \frac{1,27 - 0,945}{0,945} \cdot 100\% = 34,9\%$$

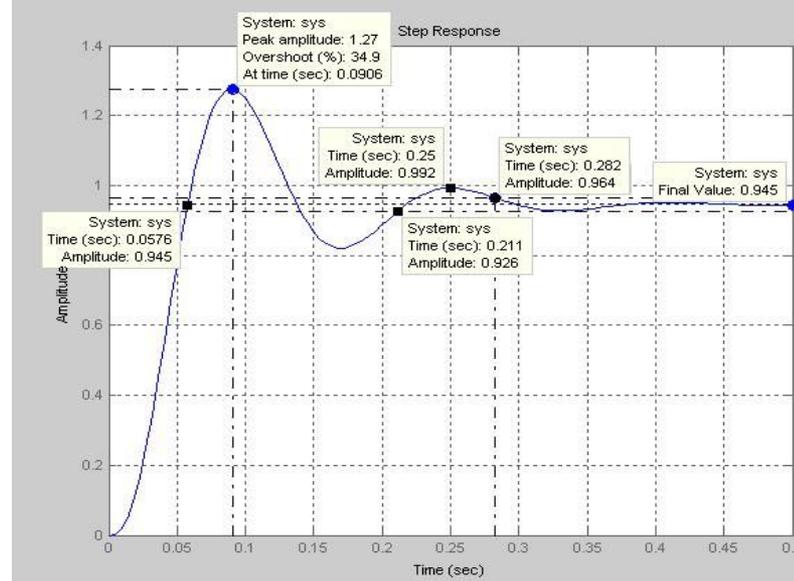


Время регулирования t_p характеризует момент окончания переходного процесса, который соответствует ограничению

$$|f(t) - f_{уст}| \leq \Delta,$$

где Δ – допустимо малая величина.

Обычно принимают $\Delta = (0,01 \div 0,05)f_{уст}$. В нашем случае $\Delta = 0,02 \cdot 0,945 = 0,019$ Гц, и по графику находим время регулирования $t_p = 0,282$ с.



Время нарастания t_H определяется в точке первого пересечения переходной характеристики $f(t)$ и ее установившегося значения $f_{уст}$. Из графика видно, что $t_H = 0,0576$ с.

Число колебаний N_K связано с периодом колебания T_K и временем регулирования t_p

$$N_K \cong \frac{t_p}{T_K}.$$

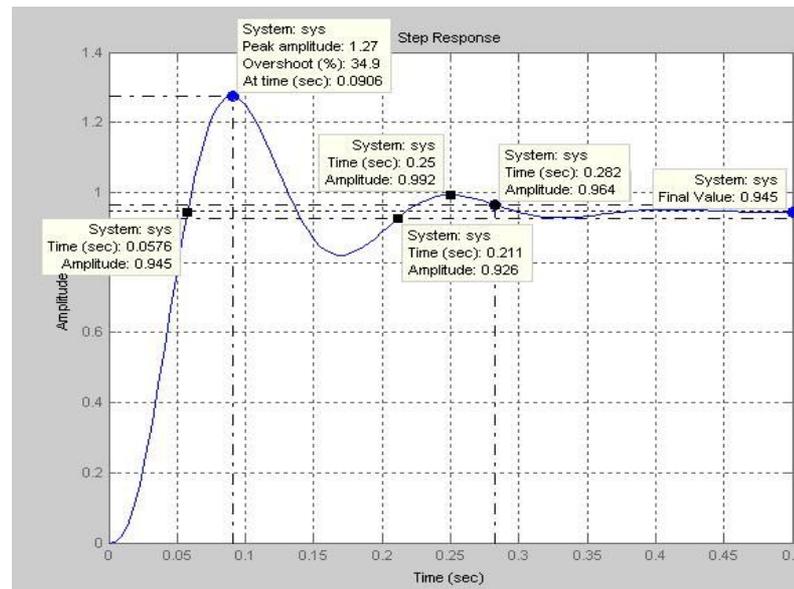
Время регулирования $t_p = 0,282$ с. Период колебания определяем по графику как расстояние между двумя ближайшими максимумами:

$$T_K = 0,25 - 0,0906 = 0,159 \text{ с.}$$

Тогда

$$N_K \cong \frac{t_p}{T_K} = \frac{0,282}{0,159} = 1,7.$$

В данном случае процесс характеризуется, как *колебательный*, с числом колебаний равным 1,5.



Частота колебаний

$$f_{\kappa} = \frac{1}{T_{\kappa}} = \frac{1}{0,159} = 6,29 \text{ c}^{-1}.$$

Перечисленные показатели качества определены по переходной характеристике, то есть *прямым* методом с применением системы MatLab. В инженерной практике часто показатели качества определяют косвенно по ЛЧХ без построения переходной характеристики. В последнем случае методика определения показателей качества относится к *косвенным* методам.

Современное программное обеспечение позволяет применять прямые или косвенные методы оценки качества регулирования в зависимости от решаемой задачи.

Оценка качества регулирования в установившемся режиме.

Теоремы о конечном значении.

Ранее было показано, что выходную координату линейной непрерывной стационарной САУ можно записать в виде суммы переходной и установившейся составляющих

$$y(t) = y_{\text{п}}(t) + y_{\text{уст}}(t)$$

Для оценки показателей качества переходного процесса необходимо получить график переходной составляющей $y_{\text{п}}(t)$. Точность работы САУ в установившемся режиме зависит от величины второго слагаемого $y_{\text{уст}}(t)$ и оценивается по значению установившейся ошибки $\Delta u_{\text{уст}}(t)$.

Основным показателем качества работы системы в установившемся режиме является точность, оцениваемая величиной установившейся ошибки при различных типовых внешних воздействиях. Эту ошибку, в отличие от инструментальной (приборной), называют методической (структурной) ошибкой.

Ее можно определить с помощью *теоремы о конечном значении*

$$\Delta u_{\text{уст}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \Delta u(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta U(s)$$

В соответствии с передаточными функциями относительно ошибок для линейных систем применяется *принцип суперпозиции*, на основании которого суммируются составляющие изображений ошибок

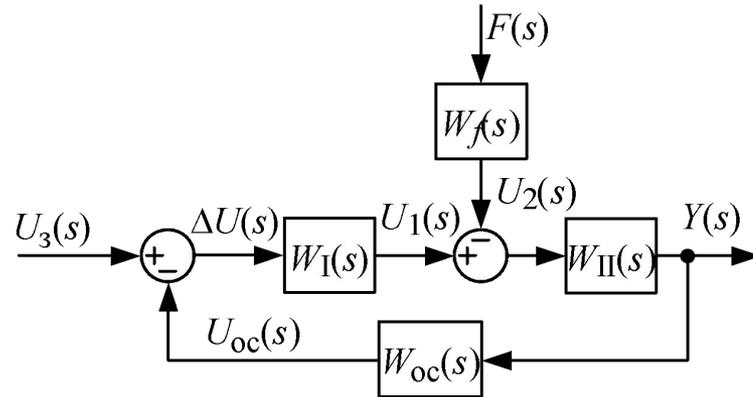
$$\Delta U(s) = \Delta U_u(s) + \Delta U_f(s)$$

где $\Delta U_u(s)$ – составляющая ошибки относительно задающего воздействия $U(s)$ – составляющая ошибки относительно возмущающего воздействия.

Тогда, на основании теоремы о конечном значении,

$$\Delta u_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta U_u(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \Delta U_f(s)$$

Рассмотрим структуру САУ структура без интегрирующих звеньев.



В этом случае

$$W(s) = \frac{B(s)}{D(s)}$$

и соответствующий предел

$$\lim_{s \rightarrow 0} W(s) = \frac{b_0}{d_0} = K$$

где K – коэффициент передачи разомкнутой системы.

Суммарная установившаяся ошибка

$$\Delta u_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+W(s)} U_3(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{W_f(s)W_{II}(s)W_{oc}(s)}{1+W(s)} F(s) \quad (2.63)$$

Перепишем (2.63) в виде

$$\Delta u_{уст} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K} U_3(s) + \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_f K_{II} K_{oc}}{1+K} F(s)$$

1. Предположим, что задающее и возмущающее воздействия являются постоянными величинами

$$u_3(t) = u_0 = \text{const}$$

$$f(t) = f_0 = \text{const}$$

Соответствующие изображения по Лапласу

$$U_3(s) = \frac{u_0}{s}$$

$$F(s) = \frac{f_0}{s}$$

При отработке постоянных входных воздействий соответствующие установившиеся ошибки называются *статическими* и рассчитываются по формулам

$$\Delta u_{\text{ст}}^u = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K} \frac{u_0}{s} = \frac{u_0}{1+K}$$

$$\Delta u_{\text{ст}}^f = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_f K_{\Pi} K_{\text{oc}}}{1+K} \frac{f_0}{s} = \frac{f_0 K_f K_{\Pi} K_{\text{oc}}}{1+K}$$

Суммарная статическая ошибка

$$\Delta u_{\text{ст}} = \frac{u_0}{1+K} + \frac{f_0 K_f K_{\Pi} K_{\text{oc}}}{1+K}$$

$$\Delta u_{\text{ст}}^u = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+K} \frac{u_0}{s} = \frac{u_0}{1+K}$$

$$\Delta u_{\text{ст}}^f = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K_f K_{\text{II}} K_{\text{oc}}}{1+K} \frac{f_0}{s} = \frac{f_0 K_f K_{\text{II}} K_{\text{oc}}}{1+K}$$

$$\Delta u_{\text{ст}} = \frac{u_0}{1+K} + \frac{f_0 K_f K_{\text{II}} K_{\text{oc}}}{1+K}$$

Из этих формул видно, что статические ошибки по задающему и возмущающему воздействиям пропорциональны величине этих воздействий и величине $\frac{1}{1+K}$, называемой коэффициентом статизма, который обратно пропорционален коэффициенту усиления разомкнутой системы.

Статические ошибки можно уменьшить только за счет увеличения коэффициента передачи участка цепи от входа до точки приложения внешнего воздействия (K_1).

Однако увеличение K_1 приводит к увеличению коэффициента передачи разомкнутой системы (K) и, следовательно, к уменьшению запаса устойчивости.

Заметим также, что система, у которой статическая ошибка не равна нулю называется *статической*.