

Комбинаторика

9 класс

Комбинаторика

Задачи о подсчёте числа возможных комбинаций называют комбинаторными.

Задача 1. О числе выборов из нескольких множеств.

Даны два множества предметов, в первом m элементов, второе множество содержит n элементов. Сколько можно составить пар элементов, выбирая по одному из каждого множества?

$$\{a, b, c\} \text{ и } \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\{a, 1\}, \{a, 2\}, \{a, 3\}, \{a, 4\}, \{a, 5\}, \{b, 1\}, \{b, 2\}, \{b, 3\}, \{b, 4\}, \{b, 5\}, \{c, 1\}, \{c, 2\}, \{c, 3\}, \{c, 4\}, \{c, 5\}$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$m \cdot n$$

Правило умножения

Для того чтобы найти число всех возможных исходов независимого проведения двух испытаний А и В, следует перемножить число всех исходов испытания А и число всех исходов испытания В.

$$m \cdot n$$

Задача 1. На завтрак Вова может выбрать плюшку, бутерброд, пряник или кекс, а запить их он может кофе. Соком или кефиром. Сколько вариантов завтрака есть у Вовы?

Задача 2. В коридоре три лампочки. Сколько имеется различных вариантов освещения, включая случай, когда все лампочки не горят?

Задача 2. Перестановки.

В семье шесть человек, а за столом в кухне шесть стульев. Было решено каждый вечер перед ужином рассаживаться на эти шесть стульев по-новому. Сколько дней члены семьи смогут делать это без повторений?

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720(\text{дней})$$

Опр. Произведение подряд идущих первых n натуральных чисел обозначают $n!$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

n различных элементов можно расставить по одному на n различных мест ровно n! способами.

P_n -число всех перестановок множества из n элементов

$$P_n = n!$$

Задача 1. Сколькими способами четыре вора могут по одному разбежаться на все четыре стороны?

Задача 2. В 11 классе в среду семь уроков: алгебра, геометрия, русский язык, литература., биология, английский язык, физкультура. Сколько вариантов расписания можно составить на среду?

Простейшие вероятностные задачи

Задача 1. Из цифр 1, 5, 9 случайным образом составляют трёхзначное число без повторяющихся цифр. Какова вероятность того, что получится число:

- а) больше 500
- б) Квадратный корень из которого не больше 24
- в) кратное трём
- г) кратное девяти?

Классическая вероятностная схема

Для нахождения случайного события A при проведении некоторого испытания следует:

- 1) Найти число N всех возможных исходов данного испытания;
- 2) Найти количество $N(A)$ всех тех исходов испытания. В которых наступает событие A ;
- 3) Найти частное $\frac{N(A)}{N}$; оно и будет равно вероятности события A .

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

Задача 2. Монету подбрасывают три раза. Какова вероятность того, что:

- а) Все три раза выпадет «решка»
- б) «Решка» выпадет в 2 раза чаще, чем «Орёл»
- в) «Орёл» выпадет в 3 раза чаще, чем «Решка»
- г) При первом и третьем подбрасывании результаты будут различны?

Задача. 17 точек из 50 покрашены в синий цвет, а 13 точек из оставшихся покрашены в оранжевый цвет. Какова вероятность того, что случайным образом выбранная точка окажется:

- а) синей;
- б) не оранжевой;
- в) окрашенной;
- г) неокрашенной

Опр. Событие В называют *противоположным* событию А, если Событие В происходит тогда и только тогда, когда не происходит событие А.

Обозначение:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Опр. События А и В называют *несовместными*, если они не могут происходить одновременно.

Если события А и В несовместны, то вероятность того, что наступит или А, или В, равна $P(A)+P(B)$

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Задача. Какова вероятность того, что при трёх последовательных бросаниях игрального кубика хотя бы один раз выпадет 6?

A – событие: выпадение хотя бы одной шестёрки

$\overline{A}$ -противоположное событие: шестёрка вообще не выпадет ни в первый, ни во второй, ни в третий раз

Задача 1. Какова вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число будет делиться на 13?

Задача 2. Какова вероятность того, что у случайным образом выбранного двузначного числа сумма цифр будет больше 15?

Задача 3. Монету подбрасывают три раза. Какова вероятность того, что:

- а) в последний раз выпадет «Решка»
- б) ни разу не выпадет «Орёл»
- в) число выпадений «орла» в два раза больше числа выпадений «Решки»
- г) при первых двух подбрасываниях результаты будут одинаковы?

Задача 4. Случайным образом выбрали двузначное число. Найдите вероятность того, что оно:

- а) оканчивается нулём
- б) Состоит из одинаковых цифр
- в) больше 27 и меньше 46
- Г) не является кубом другого целого числа

Задача 5. Найдите вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет:

- а) четвёрка
- б) чётное число очков
- в) число очков больше четырёх
- г) число очков, не кратно трём