ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

Подготовила
учитель математики школы №474
Выборгского района СПБ
Устинова Вера Александровна

ЦЕЛИ УРОКА

1. Ввести понятие числовой промежуток
2. Рассмотреть изображение и запись числовых промежутков
3. Научиться строить и записывать числовые промежутки

ТАБЛИЦА ЧИСЛОВЫХ ПРОМЕЖУТКОВ

Задание: заполнить таблицу.

Неравенство, задающее числовой промежуток (аналитическая модель)	Обозначение и название числового промежутка	Изображение числового промежутка на координатной прямой (геометрическая модель)

Пусть a и b — некоторые числа, причём $a < b$. Отметим на координатной прямой точки с координатами a и b (рис. 1). Если точка расположена между ними, то ей соответствует число x, которое больше a и меньше b. Верно и обратное: если число x больше a и меньше b, то оно изображается точкой, лежащей между точками с координатами a и b.

Рис. 1

Множество всех чисел, удовлетворяющих условию $a \le x \le b$, изображается на координатной прямой отрезком, ограниченным точками с координатами a и b (рис. 29). Это множество называют числовым отрезком или просто отрезком и обозначают так: [a; b] (читают: отрезок от a до b).

Рис. 2

Множество чисел, удовлетворяющих условию $a < x < b$, называют интервалом и обозначают так: $(a; b)$ (читают: интервал от a до b). На рисунке 3 это множество показано штриховкой. Светлые кружки означают, что числа a и b не принадлежат этому множеству.

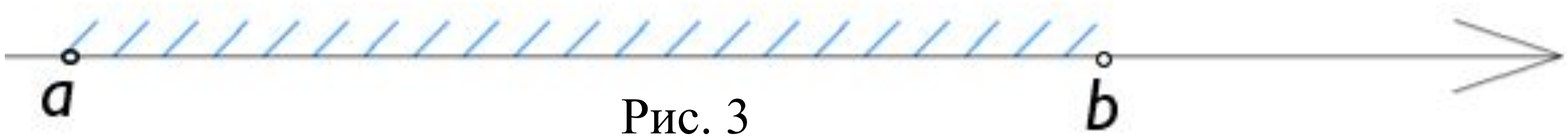


Рис. 3

Множества чисел x, для которых выполняются двойные неравенства $a \leq x < b$ или $a < x \leq b$, называют полуинтервалами и обозначают соответственно $[a; b)$ и $(a; b]$ (читают: полуинтервал от a до b, включая a; полуинтервал от a до b, включая b). Эти полуинтервалы изображены на рисунках 4 и 5.

Рис. 4

Рис. 5

Числовые отрезки, интервалы и полуинтервалы называют **числовыми промежутками**. Таким образом, числовые промежутки – это множество чисел, удовлетворяющее заданному условию.

Приведём другие примеры числовых промежутков.

Множество чисел, удовлетворяющих неравенству $x \geq a$, изображается лучом с началом в точке a, расположенным вправо от неё (рис. 6). Это множество называют **числовым лучом** и обозначают так: $[a; +\infty)$ (читают: числовой луч от a до плюс бесконечности).

Рис. 6

Множество чисел, удовлетворяющих условию $x > a$, изображается тем же лучом, исключая точку a (рис. 7). Его называют открытым числовым лучом и обозначают так: $(a; +\infty)$ (читают: открытый числовой луч от a до плюс бесконечности).

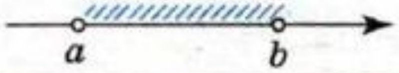
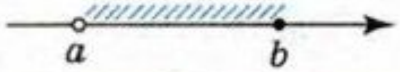
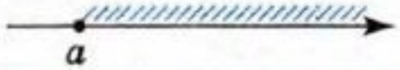
Рис. 7

На рисунках 8 и 9 изображены множества чисел x, для которых выполняются неравенства $x \le a$ и $x < a$. Эти множества обозначают соответственно $(-\infty; a]$ и $(-\infty; a)$ (читают: числовой луч от минус бесконечности до a; открытый числовой луч от минус бесконечности до a).

Рис. 8

Рис. 9

Множество действительных чисел изображается всей координатной прямой. Его называют числовой прямой и обозначают так: $(-\infty; +\infty)$.

Неравенство, задающее числовой промежуток	Обозначение и название числового промежутка	Изображение числового промежутка на координатной прямой
$a \leqslant x \leqslant b$	$[a; b]$ — числовой отрезок	
$a < x < b$	$(a; b)$ — интервал	
$a \leqslant x < b$	$[a; b)$ — полуинтервал	
$a < x \leqslant b$	$(a; b]$ — полуинтервал	
$x \geqslant a$	$[a; +\infty)$ — числовой луч	
$x > a$	$(a; +\infty)$ — открытый числовой луч	
$x \leqslant a$	$(-\infty; a]$ — числовой луч	
$x < a$	$(-\infty; a)$ — открытый числовой луч	

Выясним, какое множество является пересечением и какое объединением некоторых числовых промежутков.

Пример 1.

Найдём пересечение и объединение числовых промежутков [1; 5] и [3; 7] (рис. 10).

Рис. 10

Ответ

$[1; 5] \cap [3; 7] = [3; 5]$;

$[1; 5] \cup [3; 7] = [1; 7]$.

Пример 2.

Найдём пересечение и объединение числовых промежутков $[-4; +\infty)$ и $[3; +\infty)$ (рис. 11).

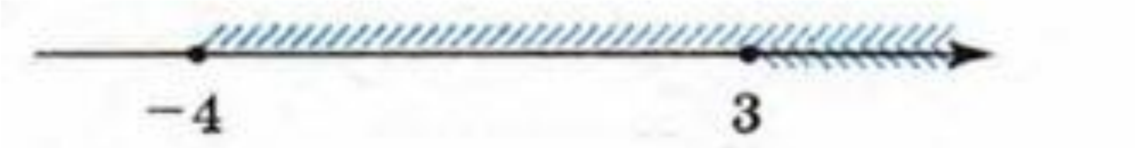


Рис. 11

Ответ

$[-4; +\infty) \cap [3; +\infty) = [3; +\infty)$;

$[-4; +\infty) \cup [3; +\infty) = [-4; +\infty)$.

Заметим, что если числовые промежутки не имеют общих элементов, то их пересечением является пустое множество. Например,

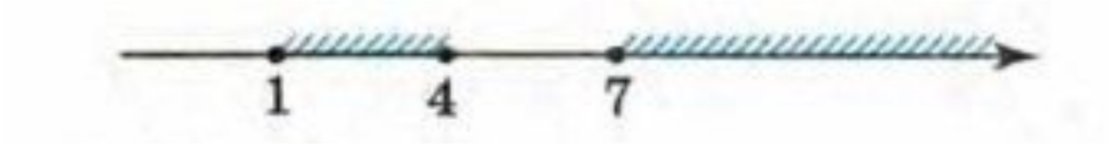


Рис 12

$[1; 4] \cap [7; +\infty) = \varnothing$ (рис. 12).

Следует иметь также в виду, что объединение числовых промежутков не всегда представляет собой числовой промежуток. Например, множество $[0; 4] \cup [6; 10]$ не является числовым промежутком (рис. 13).

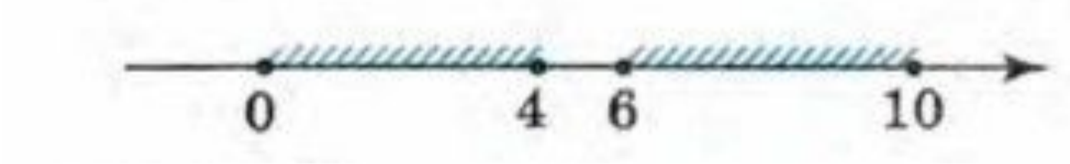


Рис. 13

ЗАДАНИЕ ДЛЯ РАБОТЫ У ДОСКИ

1. Изобразите на координатной прямой промежуток и назовите его:

а) (6; 13)
б) (7; 9]
в) (-∞; 6)
г) [34; + ∞)
д) (- ∞; 8)
е) [9; + ∞)

2. Назовите промежутки, изображённые на рисунке 14, и обозначьте их.:

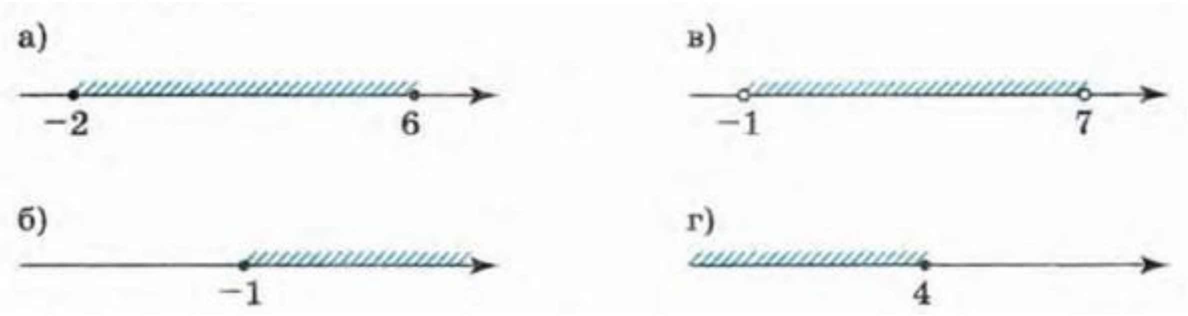


Рис. 14