

# Системы счисления

- § 7. Системы счисления
- § 8. Двоичная система счисления
- § 9. Восьмеричная система счисления
- § 10. Шестнадцатеричная система счисления
- § 11. Другие системы счисления

# Системы счисления

## § 9. Системы счисления

## Вспомним известное...

---

**Система счисления** — это правила записи чисел с помощью специальных знаков — **цифр**, а также соответствующие правила выполнения операций с этими числами.

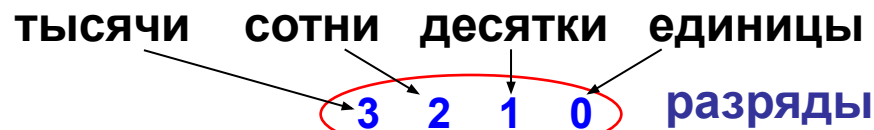
**Позиционная система:** значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

**Алфавит системы счисления** — это используемый в ней набор цифр.

**Основание системы счисления** — это количество цифр в алфавите (мощность алфавита).

**Разряд** — это позиция цифры в записи числа. Разряды в записи целых чисел нумеруются с нуля справа налево.

# Формы записи чисел



развёрнутая форма записи числа

6    3    7    5    =  $6 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$

6000    300    70    5

## Схема Горнера:

6 3 7 5 = ((6 · 10 + 3) · 10 + 7) · 10 + 5



- для вычислений не нужно использовать возведение в степень
- удобна при вводе чисел с клавиатуры, начиная с первой

# Перевод в десятичную систему

## Через развёрнутую запись:

разряды:  $1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 =$

194

=1

основание системы счисления

разряды:  $a_3 a_2 a_1 a_0 = a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p$

## Через схему Горнера:

$$1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4 = 194$$

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p + a_0$$

# Перевод из десятичной в любую

$$194 = 1234_5 = ((1 \cdot 5 + 2) \cdot 5 + 3) \cdot 5 + 4$$

делится на 5

остаток от деления на 5

$$a_3 a_2 a_1 a_0 = ((a_3 \cdot p + a_2) \cdot p + a_1) \cdot p +$$

$$a_3 a_2 a_1 = (a_3 \cdot p + a_2) \cdot p +$$

$a_1$

частное от деления на  $p$

остаток от деления на  $p$



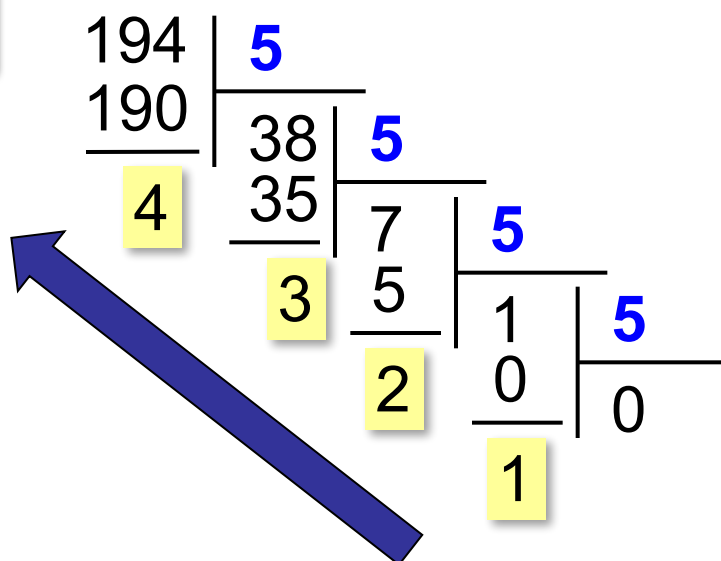
Как найти  $a_1$ ?



Как по записи числа в системе с основанием  $p$  определить, что оно делится на  $p^2$ ?

# Перевод из десятичной в любую

10 → 5



$$194 = 1234_5$$



Как перевести в систему с основанием 8?

Делим число на  $p$ , отбрасывая остаток на каждом шаге, пока не получится 0. Затем надо выписать найденные остатки в обратном порядке.

# Задачи

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как «56<sub>x</sub>»? Определите основание системы счисления X.

$$71 = 56_x$$

- в записи есть цифра 6, поэтому  $X > 6$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$56_x = 5 \cdot X^1 + 6 \cdot X^0 = 5 \cdot X + 6$$

- решаем уравнение

$$71 = 5 \cdot X + 6$$

$$X = 13$$

# Задачи

**Задача:** в некоторой системе счисления число 71 записывается как «155<sub>x</sub>»? Определите основание системы счисления X.

$$71 = 155_x$$

- в записи есть цифра 5, поэтому  $X > 5$
- переводим правую часть в десятичную систему

$$\overset{2}{1}\overset{1}{5}\overset{0}{5}_x = 1 \cdot X^2 + 5 \cdot X^1 + 5 \cdot X^0 + 5 \cdot X^0 + 5 \cdot X^0 + 5$$

- решаем уравнение

$$71 = X^2 + 5 \cdot X + 5$$

$$X = 6$$

$$X \neq -11$$

# Задачи

**Задача:** найдите все основания систем счисления, в которых запись десятичного числа 24 оканчивается на 3.

$$24 = k \cdot X + 3$$

$$21 = k \cdot X \quad X = \cancel{3} \cdot 7, 21$$

# Задачи

**Задача:** найдите все десятичные числа, не превосходящие 40, запись которых в системе счисления с основанием 4 оканчивается на 11.

$$N = k \cdot 4^2 + 1 \cdot 4 + 1 = k \cdot 16 +$$

При  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  получаем

$$N = 5, 21, 37, 53, \dots$$

# Задачи

**Задача:** Все 5-буквенные слова, составленные из букв А, О и У, записаны в алфавитном порядке. Вот начало списка:

- |          |       |          |
|----------|-------|----------|
| 1. ААААА | А → 0 | 1. 00000 |
| 2. ААААО | О → 1 | 2. 00001 |
| 3. ААААУ | У → 2 | 3. 00002 |
| 4. АААОА |       | 4. 00010 |
| 5. ...   |       | 5. ...   |

в троичной  
системе!

Найдите слово, которое стоит на 140-м месте от начала списка.

на 1-м месте: 0

на 140-м месте:

139  Сколько всего?

$$139 = 12011_3$$



ОУАОО

# Задачи

**Задача:** Значение арифметического выражения

$$9^{2017} + 3^{2015} - 9$$

записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 0, 1 и 2 содержится в этой записи?

**Полезные свойства:**



Что изменится  
в троичной?

$$10^N = \underbrace{10 \dots 0}_{N}_{10}$$

$$10^N - 1 = \underbrace{9 \dots 9}_{N}_{10}$$

$$10^N - 10^M = 10^M (10^{N-M} - 1) = \underbrace{9 \dots 9}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M_{10}$$

$$3^N = \underbrace{10 \dots 0}_N_3$$

$$3^N - 1 = \underbrace{2 \dots 2}_N_3$$

$$3^N - 3^M = \underbrace{2 \dots 2}_{N-M} \underbrace{0 \dots 0}_M_3$$

# Задачи

**Задача:** Значение арифметического выражения  $9^{2017} + 3^{2015} - 9$  записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр 0, 1 и 2 содержится в этой записи?

**Решение:**

$$(3^2)^{2017} + 3^{2015} - 3^2$$
$$3^{4034} + 3^{2015} - 3^2$$

↓

10.....0.....0<sub>3</sub>

4034

2...20...0<sub>3</sub>

2013    2

+

10.....2...20...0<sub>3</sub>

2013

2 – 2013

1 – 1

0 – 2021

4034-2013

# Дробные числа

$$0,6375 = 6 \cdot 0,1 + 3 \cdot 0,01 + 7 \cdot 0,001 + 5 \cdot 0,0001$$

## Развёрнутая форма записи:

разряды: <sup>-1</sup> <sup>-2</sup> <sup>-3</sup> <sup>-4</sup>

$$0, \overset{-1}{6} \overset{-2}{3} \overset{-3}{7} \overset{-4}{5} = 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 7 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-4}$$

$$0, \overset{-1}{1} \overset{-2}{2} \overset{-3}{3} \overset{-4}{4}_5 = 1 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2} + 3 \cdot 5^{-3} + 4 \cdot 5^{-4}$$

перевод в десятичную систему

## Схема Горнера:

$$0,6375 = 10^{-1} \cdot (6 + 10^{-1} \cdot (3 + 10^{-1} \cdot (7 + 10^{-1} \cdot 5)))$$

$$0,1234_5 = 5^{-1} \cdot (1 + 5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4)))$$

перевод в десятичную систему

# Дробные числа: из десятичной в любую

$$0,1234_5 = 5^{-1} \cdot (1 + 5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4)))$$

$$5 \cdot (0,1234_5) = \boxed{1} + \boxed{5^{-1} \cdot (2 + 5^{-1} \cdot (3 + 5^{-1} \cdot 4))}$$

целая часть

дробная часть

$$0,a_1a_2a_3a_4 = p^{-1} \cdot (a_1 + p^{-1} \cdot (a_2 + p^{-1} \cdot (a_3 + p^{-1} \cdot a_4)))$$

$$p \cdot (0,a_1a_2a_3a_4) = \boxed{a_1} + \boxed{p^{-1} \cdot (a_2 + p^{-1} \cdot (a_3 + p^{-1} \cdot a_4))}$$



Как найти  $a_2$ ?

# Дробные числа: из десятичной в любую

10 → 5

0,9376

| Вычисления               | Целая часть | Дробная часть |
|--------------------------|-------------|---------------|
| $0,9376 \cdot 5 = 4,688$ | 4           | 0,688         |
| $0,688 \cdot 5 = 3,44$   | 3           | 0,44          |
| $0,44 \cdot 5 = 2,2$     | 2           | 0,2           |
| $0,2 \cdot 5 = 1$        | 1           | 0             |

$$0,9376 = 0,4321_5$$

10 → 5

0,3



Что делать?

# Дробные числа: из десятичной в любую

---

10 → 6

$$25,375 = 25 + 0,375$$

# Системы счисления

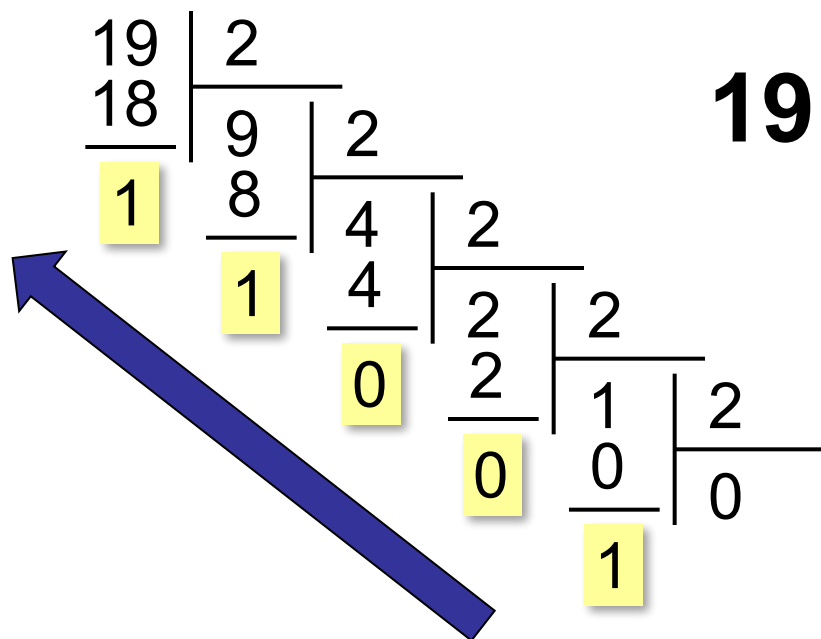
## **§ 11. Двоичная система счисления**

# Двоичная система

Основание (количество цифр): 2

Алфавит: 0, 1

10 → 2



$$19 = 10011_2$$

система  
счисления

2 → 10

4 3 2 1 0    разряды

$$\begin{aligned}
 10011_2 &= 1 \cdot 2^4 + \cancel{0 \cdot 2^3} + \cancel{0 \cdot 2^2} + 1 \cdot 2^1 + \\
 &\quad 1 \cdot 2^0 \\
 &= 16 + 2 + 1 = 19
 \end{aligned}$$

# Метод подбора

77  $10 \rightarrow 2$

77

наибольшая степень двойки, которая меньше или равна данному

13

5

1

|          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1024     | 512   | 256   | 128   | 64    | 32    | 16    | 8     | 4     | 2     | 1     |
| $2^{10}$ | $2^9$ | $2^8$ | $2^7$ | $2^6$ | $2^5$ | $2^4$ | $2^3$ | $2^2$ | $2^1$ | $2^0$ |

$$77 = 64 + 13 + 5 + 1$$

Разложение по степеням двойки:

$$77 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$

$$77 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

6 5 4 3 2 1 0 разряды

77 =

1001101<sub>2</sub>

# Перевод из двоичной в десятичную

разряды <sup>6 5 4 3 2 1 0</sup>

$$1001101_2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0$$
$$= 64 + 8 + 4 + 1 = 77$$

Схема Горнера:

| Разряд |          | Вычисления                | Результат |
|--------|----------|---------------------------|-----------|
| 6      | <b>1</b> | <b>1</b>                  | 1         |
| 5      | <b>0</b> | $1 \cdot 2 + \mathbf{0}$  | 2         |
| 4      | <b>0</b> | $2 \cdot 2 + \mathbf{0}$  | 4         |
| 3      | <b>1</b> | $4 \cdot 2 + \mathbf{1}$  | 9         |
| 2      | <b>1</b> | $9 \cdot 2 + \mathbf{1}$  | 19        |
| 1      | <b>0</b> | $19 \cdot 2 + \mathbf{0}$ | 38        |
| 0      | <b>1</b> | $38 \cdot 2 + \mathbf{1}$ | <b>77</b> |

# Арифметические операции

## сложение

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$

$$1+0=1 \quad 1+1=10_2$$

$$1+1+1=11_2$$

перенос

1 1 1 1 1

1 0 1 1 0<sub>2</sub>

+ 1 1 1 0 1 1<sub>2</sub>

1 0 1 0 0 0 1<sub>2</sub>

## вычитание

$$0-0=0 \quad 1-1=0$$

$$1-0=1 \quad 10_2-1=1$$

заём

0 1 1 10<sub>2</sub> 0 10<sub>2</sub>

~~1~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~1~~ 0 1<sub>2</sub>

- 1 1 0 1 1<sub>2</sub>

0 1 0 1 0 1 0<sub>2</sub>

2

# Арифметические операции

---

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ + 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10111_2 \\ + 101110_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ + 10011_2 \\ \hline \end{array}$$

# Арифметические операции

---

$$\begin{array}{r} 101101_2 \\ - 11111_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ - 10101_2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11011_2 \\ - 110101_2 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 110101_2 \\ - 11011_2 \\ \hline \end{array}$$

# Арифметические операции

умножение

$$\begin{array}{r} \phantom{+} 10101_2 \\ \times \phantom{+} 10 \\ \hline 1_210101_2 \\ + 10101_2 \\ \hline 1101001_2 \end{array}$$

деление

$$\begin{array}{r} 10101_2 \overline{) 111_2} \\ \underline{111_2} \phantom{000} \\ 111_2 \\ \underline{111_2} \\ 0 \end{array}$$

# Работа со степенями числа 2

**Задача:** Запишите значение выражения

$$2^{12} + 2^7 - 2^5$$

в системе счисления с основанием 2.

**Полезные свойства:**

$$2^N = \underbrace{10\dots0}_N_2$$

$$2^N - 1 = \underbrace{1\dots1}_N_2$$

$$2^N - 2^M = \underbrace{1\dots1}_{N-M}_2 \underbrace{0\dots0}_M_2$$

**Решение:**

$$2^7 - 2^5 = \quad + \quad 1100000_2$$

$$2^{12} = \quad 10000000000000_2$$

$$1000001100000_2$$

# Работа со степенями числа 2

**Задача:** Запишите значение выражения

$$2^{12} + 2^7 - 2^5 - 2^3$$

в системе счисления с основанием 2.

**Решение:**

$$2^{12} + 2^7 - 2^5 - 2^3$$

пока забываем...

цепочка вычитаний

$$2^7 - 2^3 = \quad 1111000_2$$

$$2^5 = \quad - \quad 100000_2$$

$$+ \quad 1011000_2$$

$$2^{12} = \quad 1000000000000_2$$

$$1000001011000_2$$

# Работа со степенями числа 2

**Задача:** Сколько единиц и значащих нулей в двоичной записи числа

**Решение:**

$$8^{128} + 4^{344} - 2^{136} - 70$$

= 64 + 8 - 2

$$8^{128} + 4^{344} - 2^{136} - 64 - 8 + 2$$

$$(2^3)^{128} + (2^2)^{344} - 2^{136} - 2^6 - 2^3 + 2^1$$

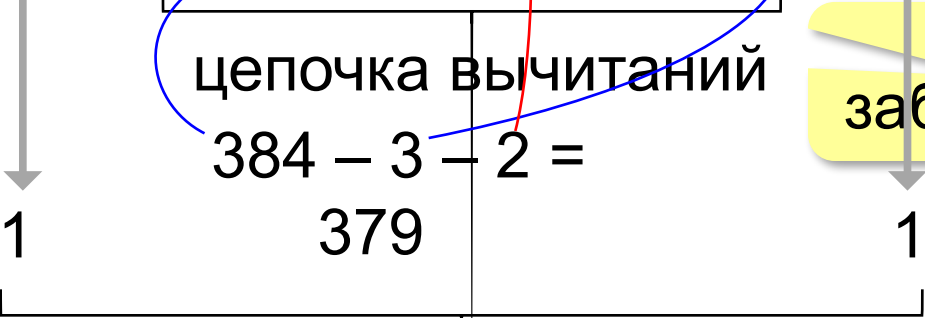
по убыванию степеней!

$$2^{384} + 2^{688} - 2^{136} - 2^6 - 2^3 + 2^1$$

$$2^{688} + 2^{384} - 2^{136} - 2^6 - 2^3 + 2^1$$

цепочка вычитаний

пока забываем...



381

# Дробные числа

10 → 2

0,8125

| Вычисления               | Целая часть | Дробная часть |
|--------------------------|-------------|---------------|
| $0,8125 \cdot 2 = 1,625$ | 1           | 0,625         |
| $0,625 \cdot 2 = 1,25$   | 1           | 0,25          |
| $0,25 \cdot 2 = 0,5$     | 0           | 0,5           |
| $0,5 \cdot 2 = 1$        | 1           | 0             |

$$0,8125 = 0,1101_2$$

10 → 2

$$0,6 = 0,100110011001\dots = 0,(1001)_2$$



Бесконечное число разрядов!

# Дробные числа

- Большинство дробных чисел хранится в памяти с некоторой погрешностью.
- При выполнении вычислений с дробными числами погрешности накапливаются и могут существенно влиять на результат.
- Желательно обходиться без использования дробных чисел, если это возможно.

если  $A \neq \sqrt{B}$  то . . .

целые,  $\geq 0$

если  $A^2 < B$  то . . .

# Двоичная система счисления

---



- нужны только устройства с **двумя состояниями**
- **надёжность передачи** данных при помехах
- компьютеру проще выполнять **вычисления** (умножение сводится к сложению и т.п.)



- **длинная** запись чисел:  $1024 = 100000000000_2$
- запись **однородна** (только 0 и 1)

# Системы счисления

## **§ 12. Восьмеричная система счисления**

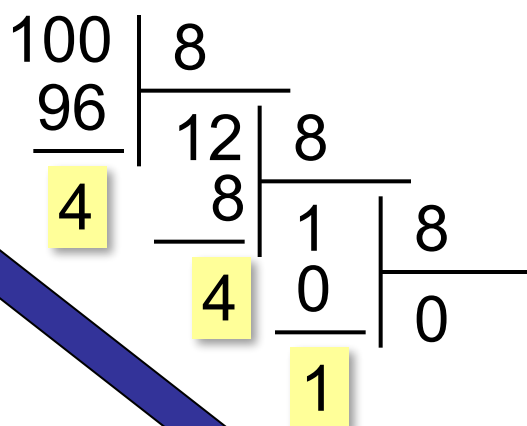
# Восьмеричная система счисления

Основание: 8

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

**PDP-11, ДВК,  
СМ ЭВМ, БЭСМ,  
БК**

10 → 8



$$100 = 144_8$$

8 → 10

2 1 0    разряды

$$\begin{aligned} 144_8 &= 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 \\ &= 64 + 32 + 4 = 100 \end{aligned}$$

# Примеры

---

$$134 =$$

$$75 =$$

$$134_8 =$$

$$75_8 =$$

# Восьмеричная система счисления

---

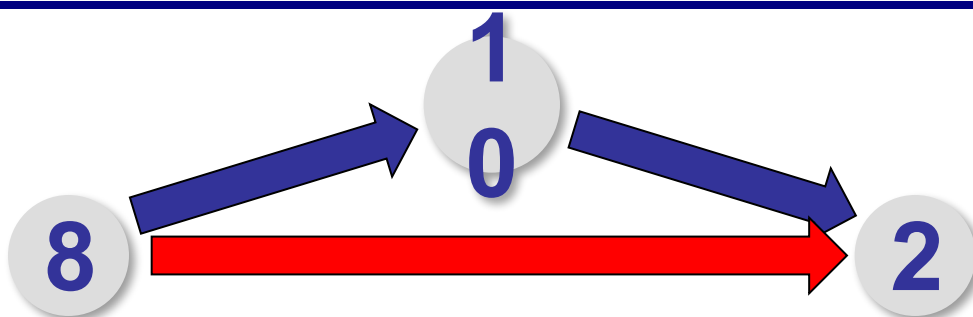
| $X_8$ | $X_2$ |
|-------|-------|
|-------|-------|

**0****000****1****001****2****010****3****011**

| $X_8$ | $X_2$ |
|-------|-------|
|-------|-------|

**4****100****5****101****6****110****7****111**

# Перевод в двоичную систему счисления



- трудоёмко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$



Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_1 \underbrace{111}_7 \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5_2$$

# Примеры

---

$$3467_8 =$$

$$21\cancel{4}8_8 =$$

$$7352_8 =$$

$$1231_8 =$$

## Перевод из двоичной в восьмеричную

$1001011101111_2$

**Шаг 1.** Разбить на триады, начиная справа:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$

**Шаг 2.** Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$   
 $\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{7}$

**Ответ:**  $1001011101111_2 = 11357_8$

# Примеры

---

$$101101010010_2 =$$

$$11111101011_2 =$$

$$1101011010_2 =$$

# Арифметические операции

## сложение

$$\begin{array}{r}
 1 \ 1 \ 1 \\
 1 \ 5 \ 6_8 \\
 + \ 6 \ 6 \ 2_8 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 4 \ 0_8
 \end{array}$$

1 в перенос

1 в перенос

$$6 + 2 = 8 = \mathbf{8} + 0$$

$$5 + 6 + \mathbf{1} = 12 = \mathbf{8} + 4$$

$$1 + 6 + \mathbf{1} = \mathbf{8} = \mathbf{8} + 0$$

1 в перенос

# Примеры

---

$$\begin{array}{r} 353_8 \\ + 736_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1353_8 \\ + 777_8 \\ \hline \end{array}$$

# Арифметические операции

## ВЫЧИТАНИЕ

■ ■

$$\begin{array}{r}
 456_8 \\
 - 277_8 \\
 \hline
 157_8
 \end{array}$$

заём

$$(6 + 8) - 7 = 7 \quad \text{заём}$$

$$(5 - 1 + 8) - 7 = 5$$

$$(4 - 1) - 2 = 1$$

# Примеры

---

$$\begin{array}{r} - \quad 1 \ 5 \ 6_8 \\ \quad 6 \ 6 \ 2_8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - \quad 1 \ 1 \ 5 \ 6_8 \\ \quad \quad 6 \ 6 \ 2_8 \\ \hline \end{array}$$

# Применение восьмеричной системы

- компактная запись данных в компьютерах 1960-х годов:

$$10100111_2 = 247_8$$

- запись команд компьютеров PDP, ДВК, СМ ЭВМ
- установка прав на доступ к файлу в *Linux*:

**`chmod 754 pass.txt`**

для  
пользователя

для  
группы

для  
остальных

7 = 111 = **rwX** чтение, запись, выполнение

5 = 101 = **r-X** чтение, выполнение

4 = 100 = **r--** чтение

# Системы счисления

## **§ 13. Шестнадцатеричная система счисления**

© К.Ю. Поляков, Е.А. Ерёмин, 2018 <http://kpolyakov.spb.ru>

# Примеры

---

$$171 =$$

$$1C5_{16} =$$

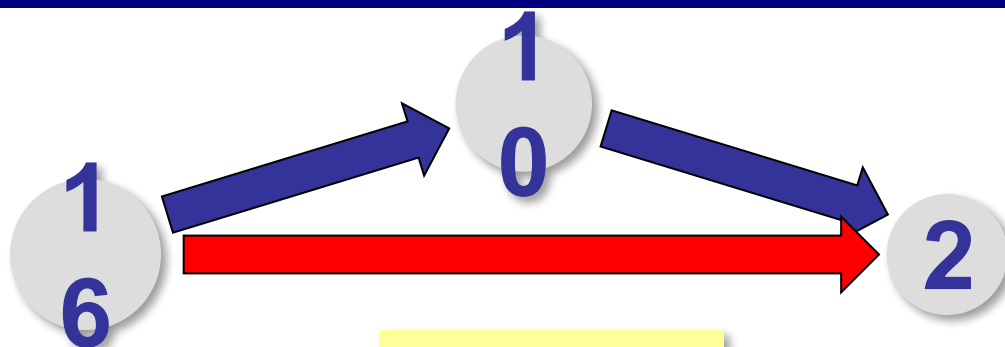
$$206 =$$

$$22B_{16} =$$

# Шестнадцатеричная система счисления

| $X_{10}$ | $X_{16}$ | $X_2$ | $X_{10}$ | $X_{16}$ | $X_2$ |
|----------|----------|-------|----------|----------|-------|
| 0        | 0        | 0000  | 8        | 8        | 1000  |
| 1        | 1        | 0001  | 9        | 9        | 1001  |
| 2        | 2        | 0010  | 10       | A        | 1010  |
| 3        | 3        | 0011  | 11       | B        | 1011  |
| 4        | 4        | 0100  | 12       | C        | 1100  |
| 5        | 5        | 0101  | 13       | D        | 1101  |
| 6        | 6        | 0110  | 14       | E        | 1110  |
| 7        | 7        | 0111  | 15       | F        | 1111  |

# Перевод в двоичную систему



- трудоёмко
- 2 действия

$$16 = 2^4$$



Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_7 \underbrace{1111}_F \underbrace{0001}_1 \underbrace{1010}_A_2$$

# Примеры

---

$$\text{C73B}_{16} =$$

$$\text{2FE1}_{16} =$$

# Перевод из двоичной системы

---

$1001011101111_2$

**Шаг 1.** Разбить на тетрады, начиная справа:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$

**Шаг 2.** Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$   
 $\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{E}\ \boxed{F}$

**Ответ:**  $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

# Примеры

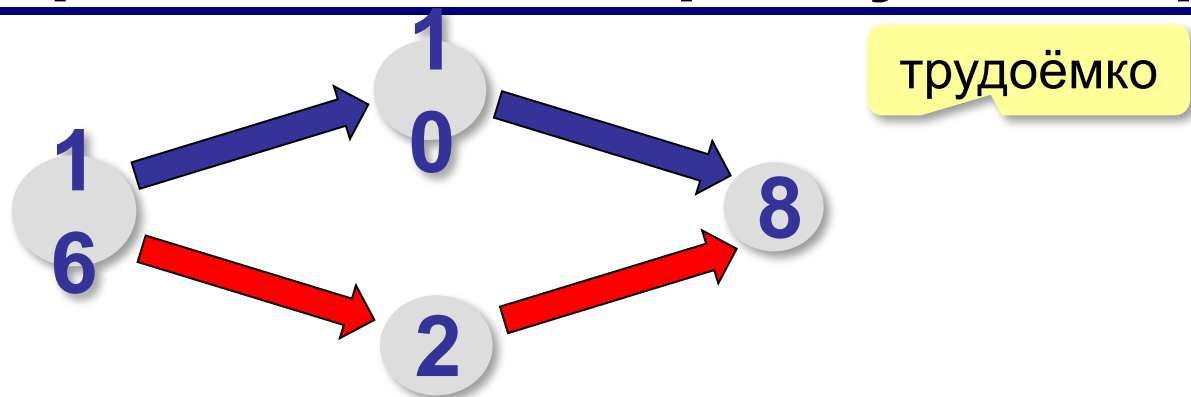
---

$$1010101101010110_2 =$$

$$111100110111110101_2 =$$

$$110110110101111110_2 =$$

# Перевод в восьмеричную и обратно



**Шаг 1.** Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

**Шаг 2.** Разбить на триады (справа):

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

**Шаг 3.** Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

# Примеры

---

$$A35_{16} =$$

$$765_8 =$$

# Арифметические операции

## сложение

$$\begin{array}{r} \text{A } 5 \text{ B}_{16} \\ + \text{C } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ 6 D } 9_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \phantom{1} \phantom{1} \\ \phantom{1} 10 \phantom{5} 11 \\ + \phantom{1} 12 \phantom{7} 14 \\ \hline 1 \phantom{6} 13 \phantom{9} \end{array}$$

1 в перенос

$$11 + 14 = 25 = 16 + 9$$

$$5 + 7 + 1 = 13 = \text{D}_{16}$$

1 в перенос

$$10 + 12 = 22 = 16 + 6$$

# Примеры

---

$$\begin{array}{r} \text{C B A}_{16} \\ + \text{A 5} \\ \hline \text{9}_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{F D B}_{16} \\ + \text{A B} \\ \hline \text{C}_{16} \end{array}$$

# Арифметические операции

ВЫЧИТАНИЕ

заём

$$\begin{array}{r} \text{C } 5 \text{ B}_{16} \\ - \text{A } 7 \text{ E}_{16} \\ \hline 1 \text{ D } \text{D}_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{12 } 5 \text{ 11} \\ - \text{10 } 7 \text{ 14} \\ \hline 1 \text{ 13 } 13 \end{array}$$

заём

$$(11 + \textcolor{blue}{16}) - 14 = \textcolor{red}{13} = \text{D}_{16}$$

$$(5 - \textcolor{red}{1}) + \textcolor{blue}{16} - 7 = \textcolor{red}{13} = \text{D}_{16}$$

$$(12 - \textcolor{red}{1}) - 10 = 1$$

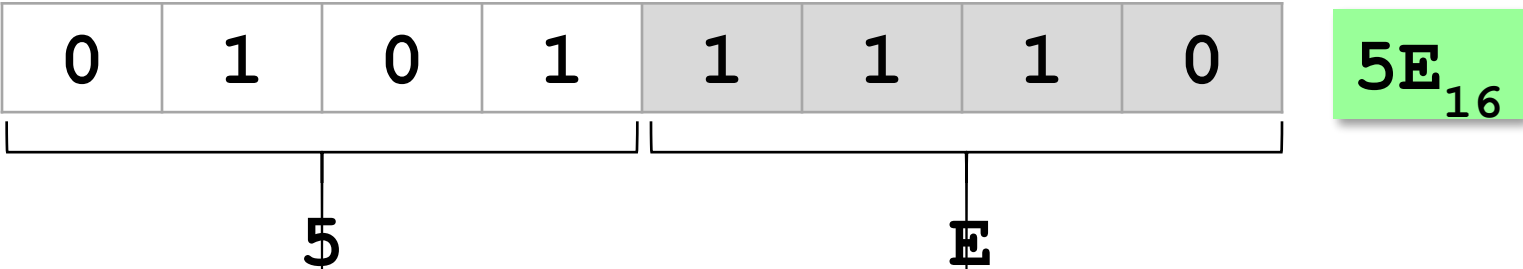
# Примеры

---

$$\begin{array}{r} 1 \text{ В } \text{A}_{16} \\ - \text{A } 5 \text{ 9}_{16} \\ \hline \end{array}$$

# Применение шестнадцатеричной системы

- компактная запись данных :



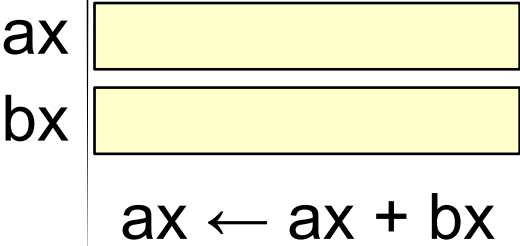
- запись команд компьютеров

66 01 d8

код  
команды

add ax, bx

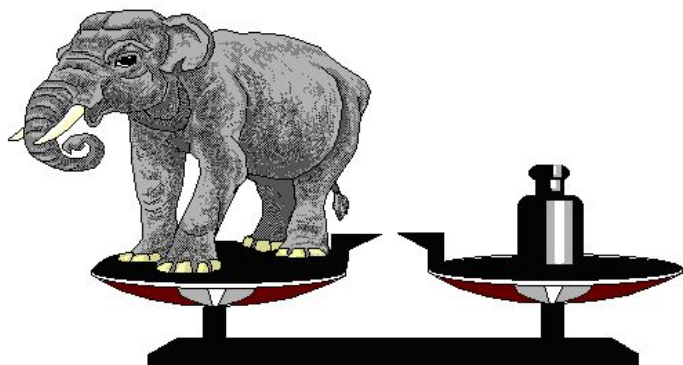
на языке  
ассемблера



# Системы счисления

## **§ 14. Другие системы счисления**

# Задача Баше о наборе гирь



Как с помощью 4-х гирь  
взвесить от 0 до 40 кг?

- + 1    гиря на правой чашке
- 0    гиря снята
- 1    гиря на левой чашке



Троичная система!

**Веса гирь – степени числа 3:**

1 кг, 3 кг, 9 кг, 27 кг

**Пример:**

$$27 \text{ кг} + 9 \text{ кг} + 3 \text{ кг} + 1 \text{ кг} = 40 \text{ кг}$$

# Троичная уравновешенная система

ЭВМ «Сетунь» (1958) , Н.П. Брусенцов

Основание: 3

Алфавит:  $\bar{1}$  («-1»), 0, 1

Для  $N$  разрядов: всего  $3^N$  значений:

0 + по  $[3^N/2]$  положительных  
и отрицательных чисел

уравновешенная  
система

$$\begin{array}{c} -4 \\ \bar{1} \bar{1} \\ \bar{1} \end{array} = (-1) \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} -3 \\ \bar{1} 0 \end{array} = (-1) \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} -2 \\ \bar{1} 1 \end{array} = (-1) \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} -1 \\ 0 \bar{1} \end{array} = 0 \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} 0 \\ 0 0 \end{array} = 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} 1 \\ 0 1 \end{array} = 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} 2 \\ 1 \bar{1} \end{array} = 1 \cdot 3^1 + (-1) \cdot 3^0$$

$$\begin{array}{c} 3 \\ 1 0 \end{array} = 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0$$



- и положительные, и отрицательные числа
- для изменения знака нужно поменять знаки у всех цифр
- запись короче, чем в двоичной системе



- нужны элементы с **тремя** состояниями

# Двоично-десятичная система (ДДС)

Десятичные цифры, закодированные в двоичном коде.  
*Binary coded decimal (BCD).*

$$9024,19 = \underset{9}{1001} \underset{0}{0000} \underset{2}{0010} \underset{4}{0100}, \underset{1}{0001} \underset{9}{1001} \text{ ддс}$$

$$101010011,01111 \text{ ддс} = \\ = \underset{0}{000} \underset{1}{1} \underset{0}{0101} \underset{0}{0011}, \underset{0}{0111} \underset{1}{1000} \text{ ддс} = 153,78$$

- 
  - легко переводить в десятичную систему
  - просто умножать и делить на 10
  - конечные десятичные дроби записываются **точно** (аналог ручных расчётов)
- 
  - длиннее, чем двоичная запись
  - сложнее арифметические операции

Использование – в калькуляторах.

# Конец фильма

---

**ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич**

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

[kpolyakov@mail.ru](mailto:kpolyakov@mail.ru)

**ЕРЕМИН Евгений Александрович**

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

[eremin@pspu.ac.ru](mailto:eremin@pspu.ac.ru)

# Источники иллюстраций

---

1. <http://www.najboljamamanasvetu.com>
2. <http://www.tissot.ch>
3. <http://www.mindmeister.com>
4. <http://www.antiqueclocksshop.com/>
5. <http://en.wikipedia.org>
6. <http://ru.wikipedia.org>
7. авторские материалы