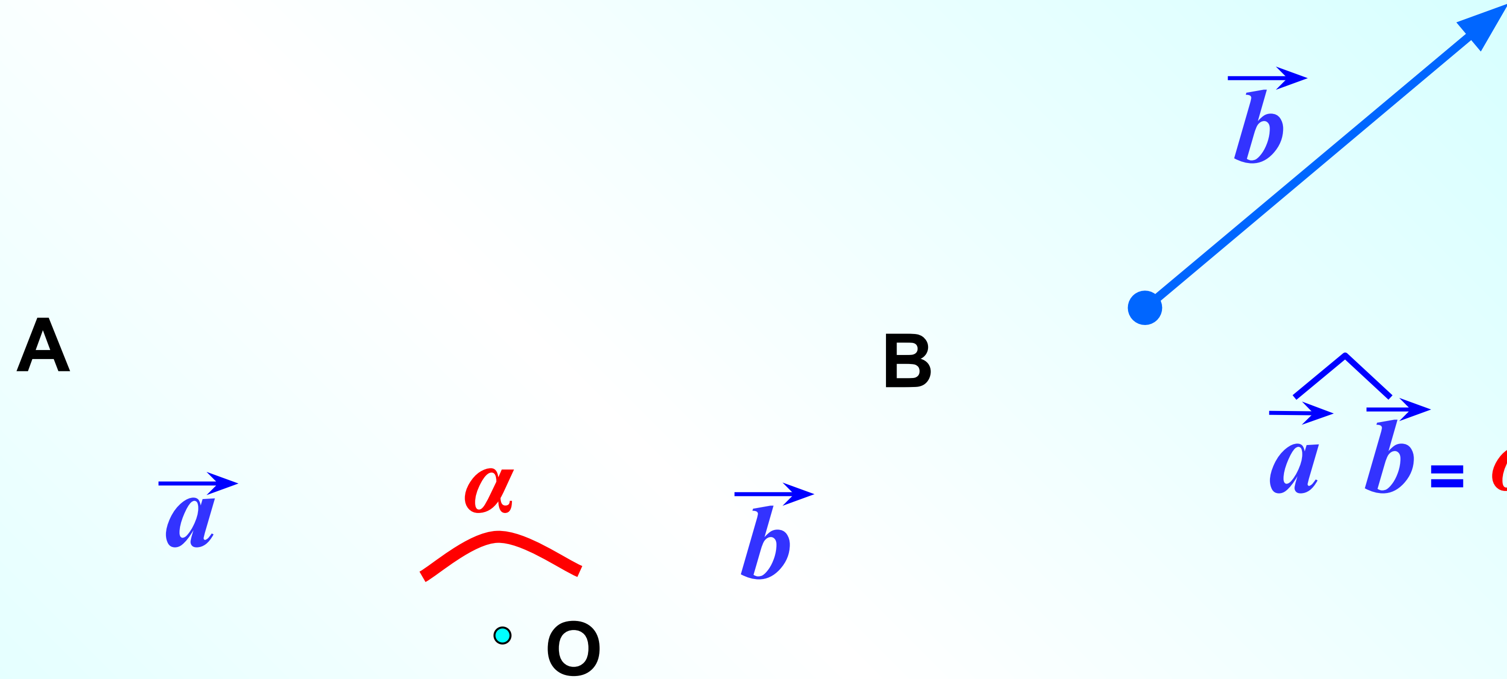
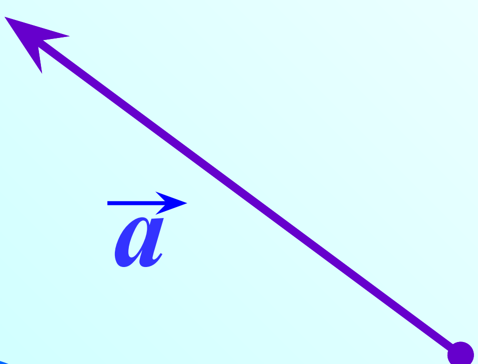
Скалярное произведение векторов

Угол между векторами



$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = \alpha$

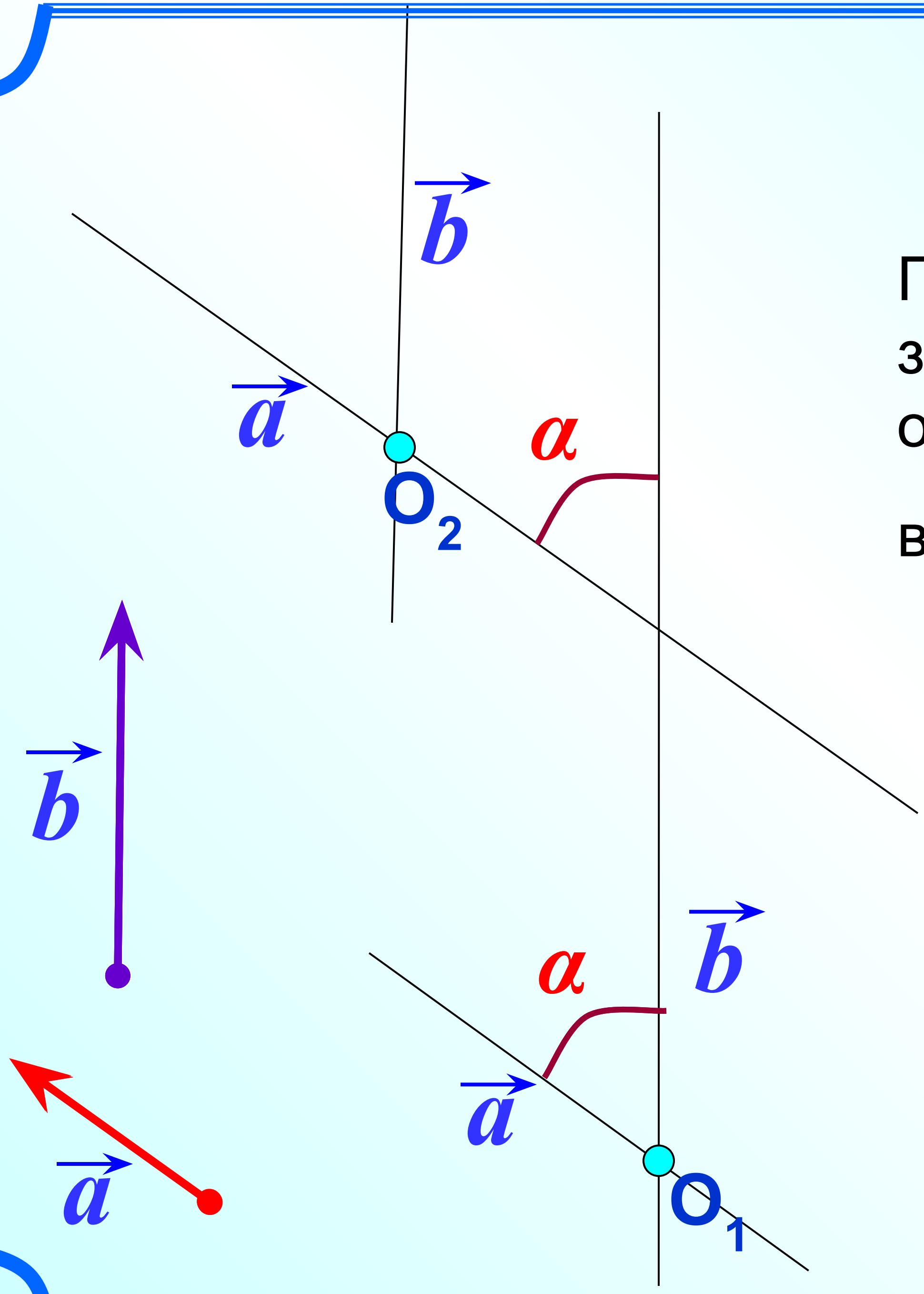


Лучи ОА и ОВ образуют угол АОВ.

Градусную меру этого угла обозначим буквой α

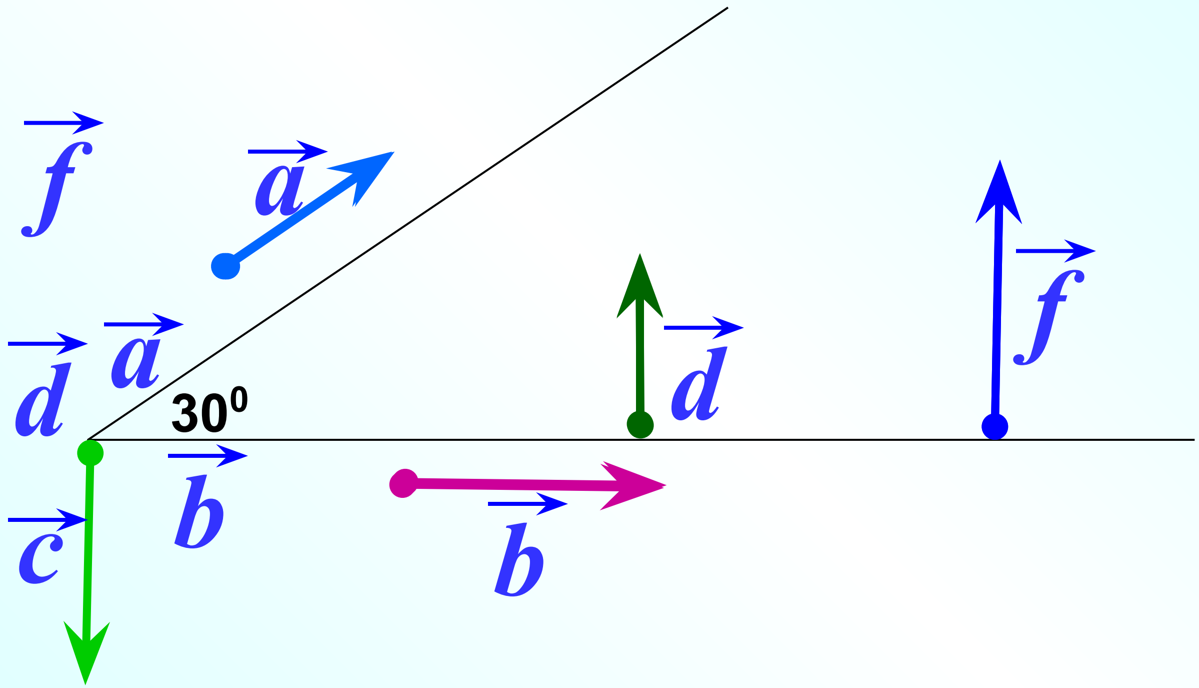
Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен α

Угол между векторами



Градусная мера угла α не зависит от выбора точки O, от которой откладывают векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$

Найти углы между векторами.



$\widehat{\vec a\ \vec b} = 30^0$

$\widehat{\vec a\ \vec c} = 120^0$

$\widehat{\vec b\ \vec c} = 90^0$

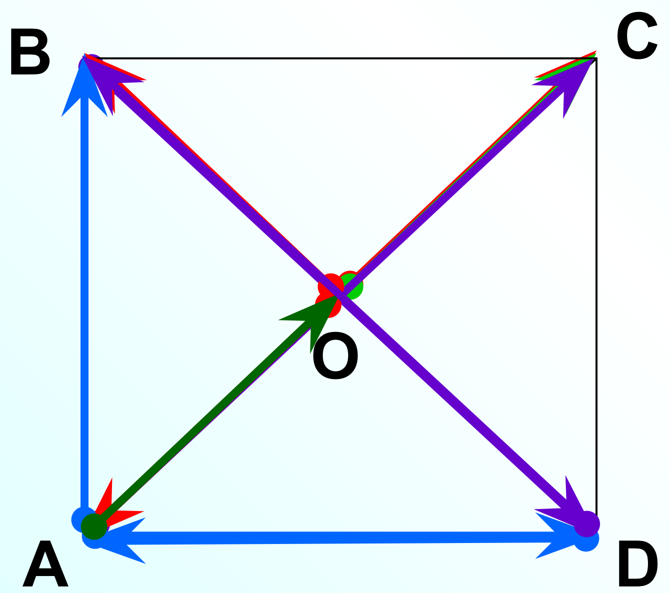
$\widehat{\vec d\ \vec c} = 180^0$

$\widehat{\vec d\ \vec f} = 0^0$

Два вектора называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен 90^0.

$\vec b \perp \vec c$ $\vec b \perp \vec d$ $\vec b \perp \vec f$

№ 1039 Диагонали квадрата пересекаются в точке О. Найдите углы между векторами.



$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}} = 45^0$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DA}} = 90^0$

$\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}} = 90^0$

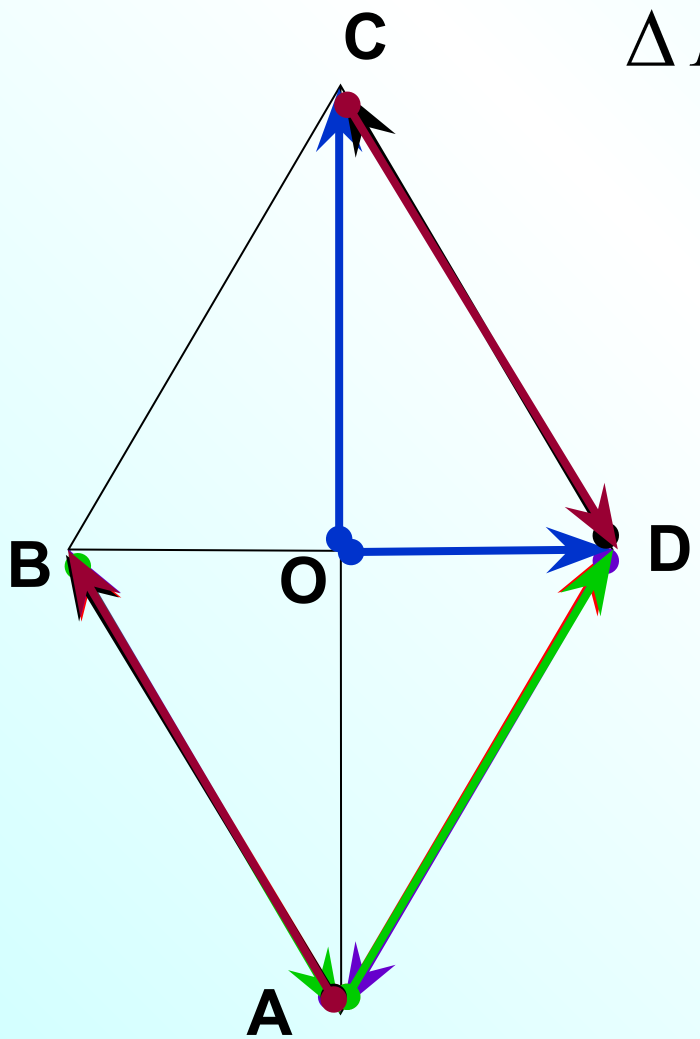
$\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}} = 180^0$

$\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}} = 90^0$

$\widehat{\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{DB}} = 135^0$

$\widehat{\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{OC}} = 0^0$

№ 1040 Диагонали ромба пересекаются в точке О, диагональ BD равна стороне ромба. Найдите углы между векторами.



$$\Delta BDC - p/cm$$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}} = 60^0$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DA}} = 120^0$

$\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{AD}} = 120^0$

$\widehat{\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}} = 90^0$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DC}} = 0^0$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}} = 180^0$

Сумма векторов – вектор.

Разность векторов – вектор.

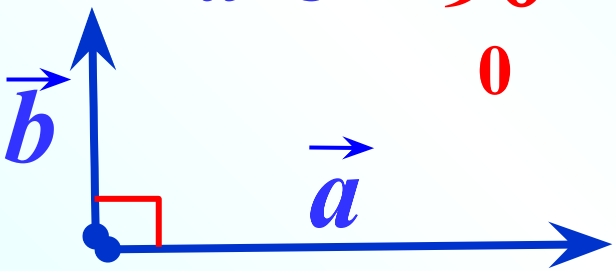
Произведение вектора на число – вектор.

Скалярное произведение векторов – число.

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}\,\vec{b}})$$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 90^0$



$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 90^0 = 0$$

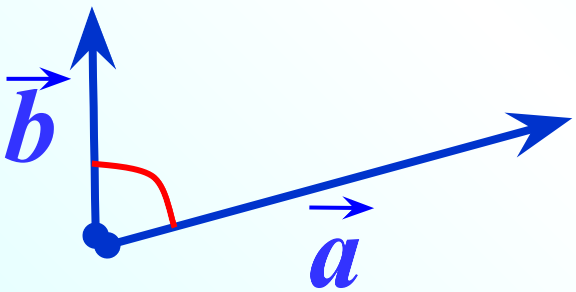
Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, то скалярное произведение векторов равно нулю.

Обратно: если $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a}\perp\vec{b}$$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$



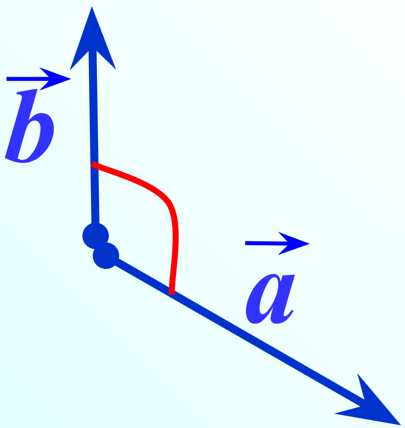
$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\alpha$$

> 0 > 0

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда , когда угол между векторами **острый.**

$$\vec{a}\cdot\vec{b} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} < 90^0$$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$



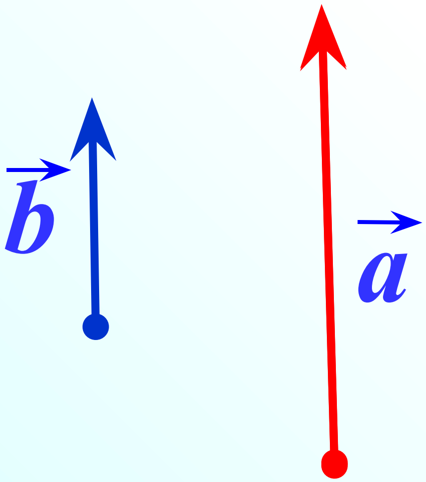
$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos\alpha$ < 0 < 0

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда , когда угол между векторами **тупой.**

$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow \widehat{\vec{a}\,\vec{b}} > 90^0$$

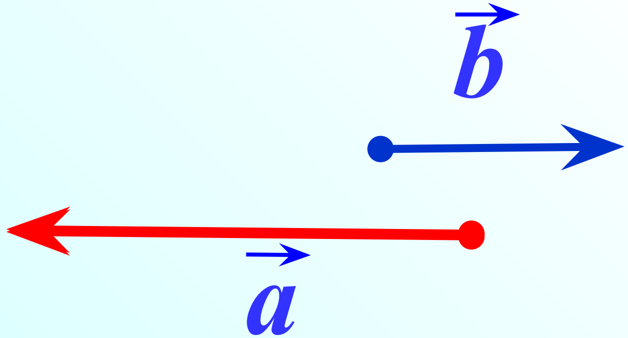
Если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 0^0$



1

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^0 = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$



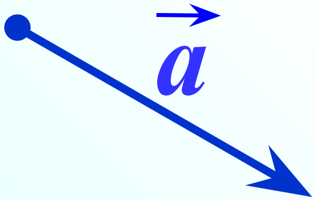
Если $\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{b}$

$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = 180^0$

-1

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 180^0 = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\widehat{\vec{a}\,\vec{a}} = 0^0$$



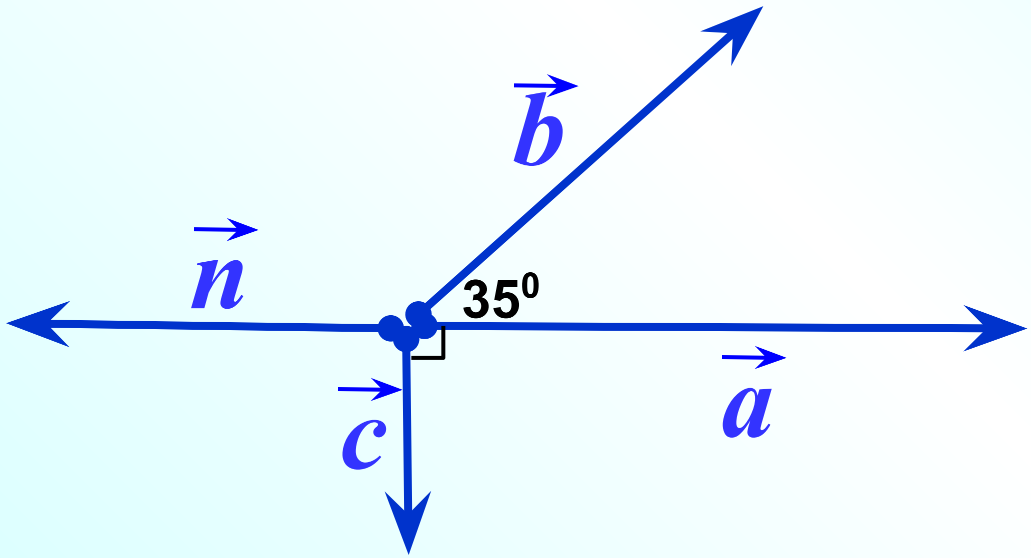
$$\vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\overset{1}{\cos 0^0} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}| = |\vec{a}|^2$$

Скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{a}$ называется **скалярным квадратом** вектора $\vec{a}$ и обозначается $\vec{a}^{\,2}$

Таким образом,
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\vec{a}^{\,2} = |\vec{a}|^2$$

Определите знак скалярного произведения.



$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$

$\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$

$\vec{c} \cdot \vec{b} < 0$

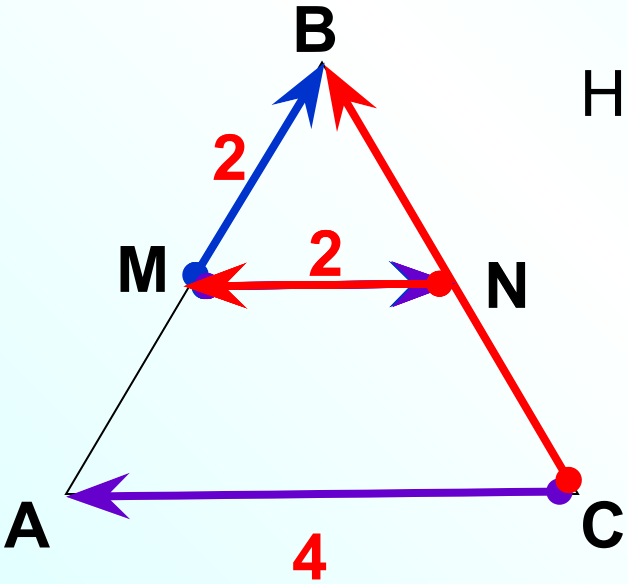
$\vec{a} \cdot \vec{a} > 0$

$\vec{a} \cdot \vec{n} < 0$

$\vec{c} \cdot \vec{n} = 0$

$\vec{b} \cdot \vec{n} < 0$

$\Delta ABC - р/ст., \quad MN - средняя \; линия$



Найти скалярное произведение векторов

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{MB} = |\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{MB}| \cos \widehat{\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MB}} =$$

$$= 2 \cdot 2 \cos 60^0 = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

$$\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CA} = |\overrightarrow{MN}| \cdot |\overrightarrow{CA}| \cos \widehat{\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{CA}} =$$

$$= 2 \cdot 4 \cos 180^0 = 8 \cdot (-1) = -8$$

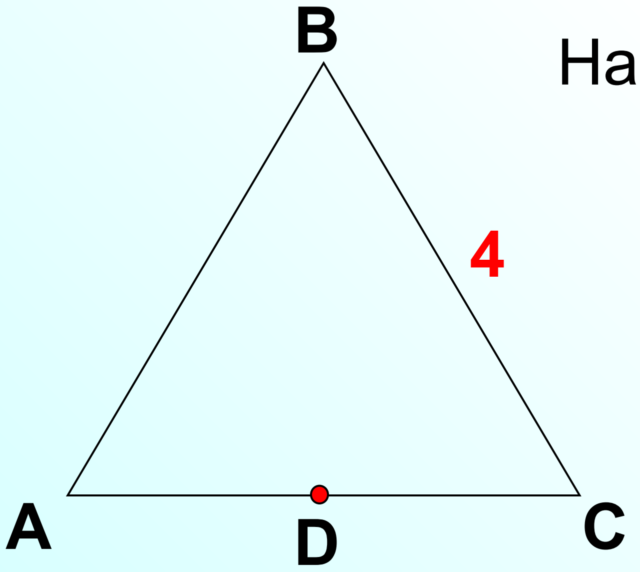
$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CB} = |\overrightarrow{NM}| \cdot |\overrightarrow{CB}| \cos \widehat{\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{CB}} =$$

$$= 2 \cdot 4 \cos 60^0 = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

Домашнее задание

<u>Задача №1</u>

$$\Delta\, ABC - р/ст., \quad D - средина\ \ AC$$



Найти скалярное произведение векторов

$$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CB} =$$

$$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{BC} =$$

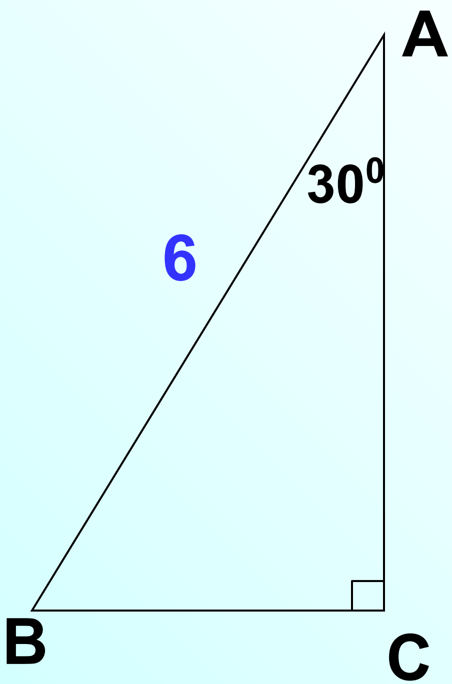
$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB} =$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} =$$

Домашнее задание

<u>Задача №2</u>

Заполните пропуски, чтобы получилось верное высказывание



$\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}} =$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CA}} =$

$\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}} =$

$\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} =$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} =$