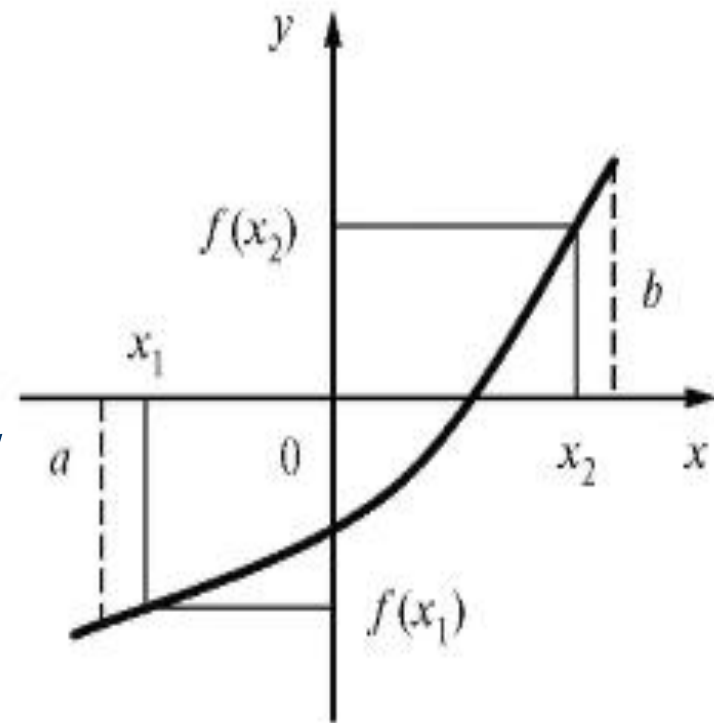


Свойства функции



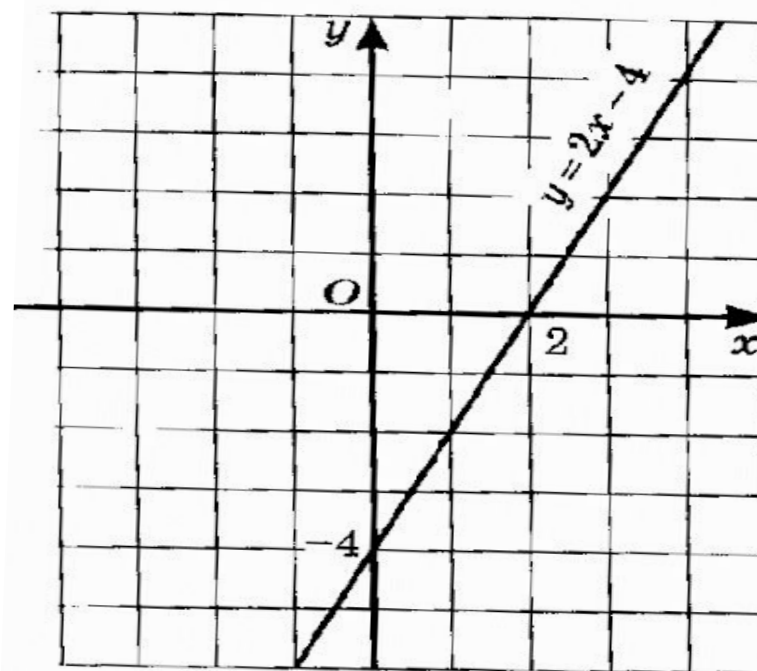
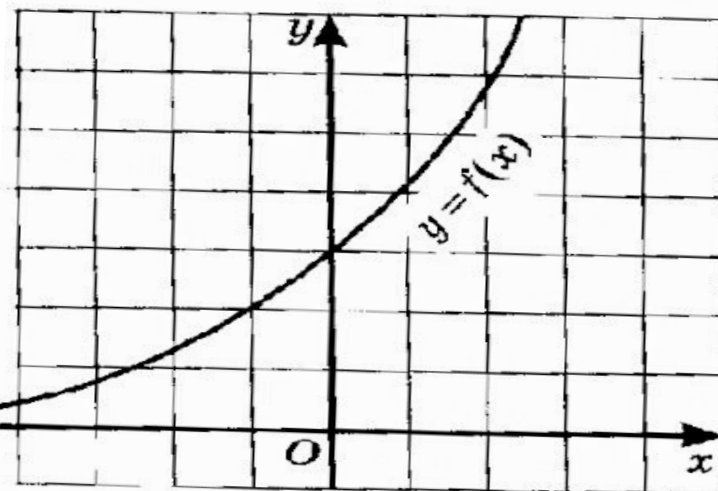
Определение № 1

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве X , если для любых точек x_1 и x_2 из множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



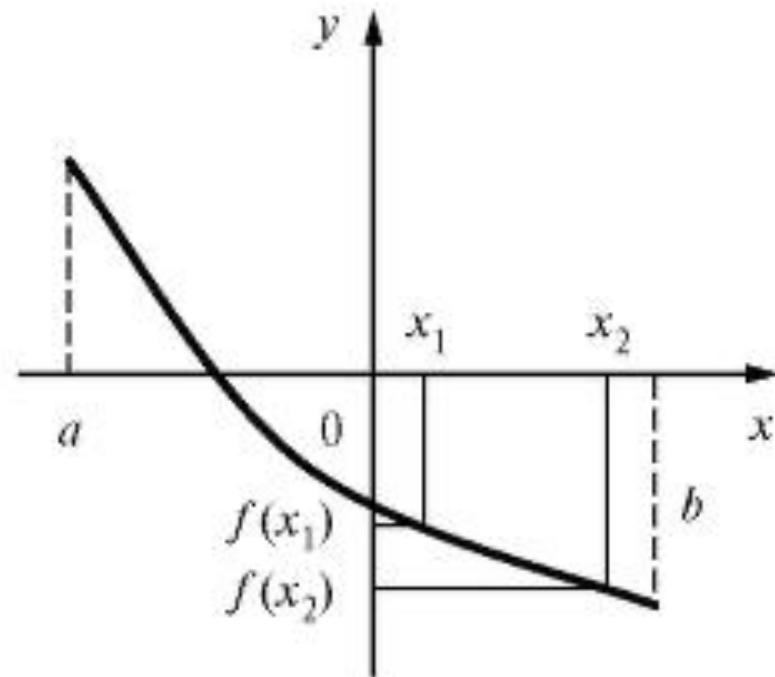
Возрастающая функция

Функция возрастает,
если **большему**
значению аргумента
соответствует
большее значение
функции.



Определение № 2

Функцию $y = f(x)$ называюубывающей на множестве X , если для любых точек x_1 и x_2 и множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.



Убывающая функция

Функция убывает,
если **большему**
значению
аргумента
соответствует
меньшее значение
функции.

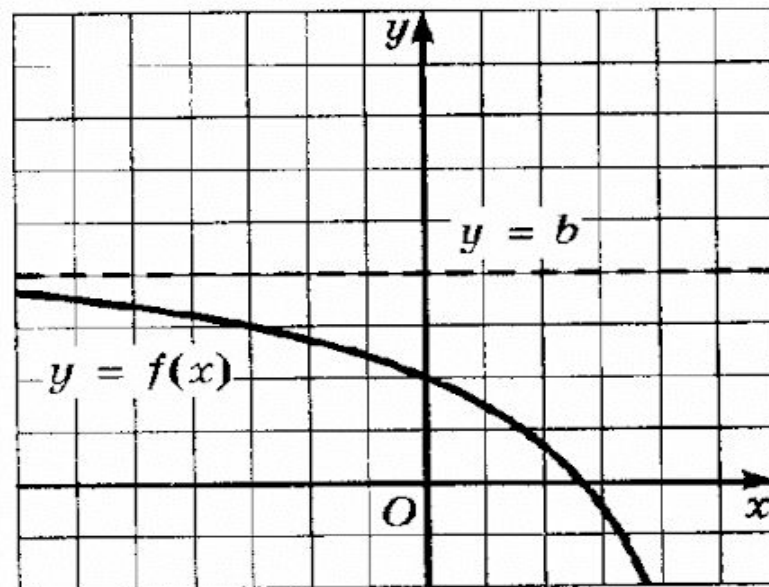
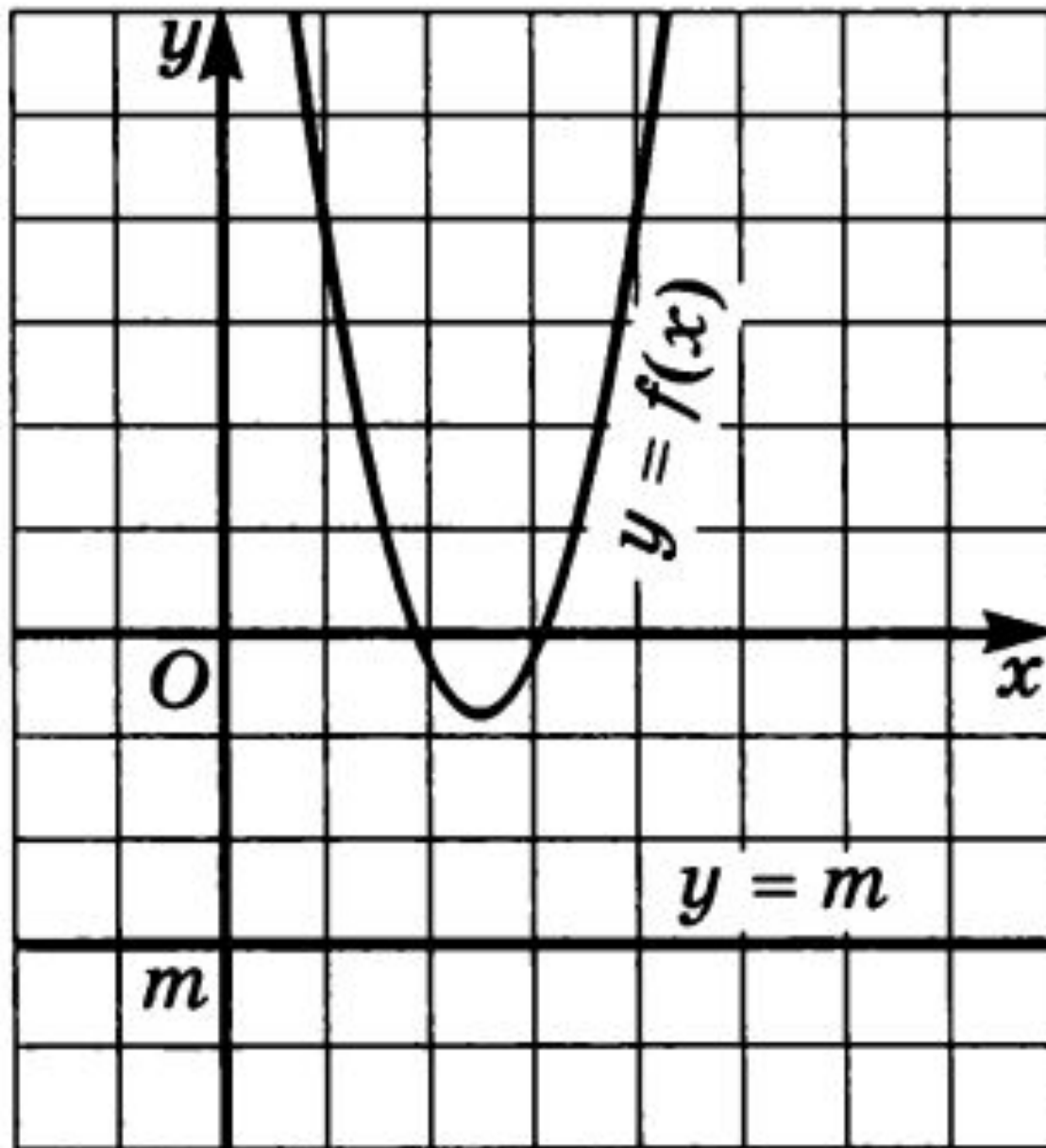


Рис. 197

Обычно термины «возрастающая функция», «убывающая функция» объединяют общим названием **монотонная функция**, а исследование функции на возрастание или убывание называют исследованием функции на **монотонность**.

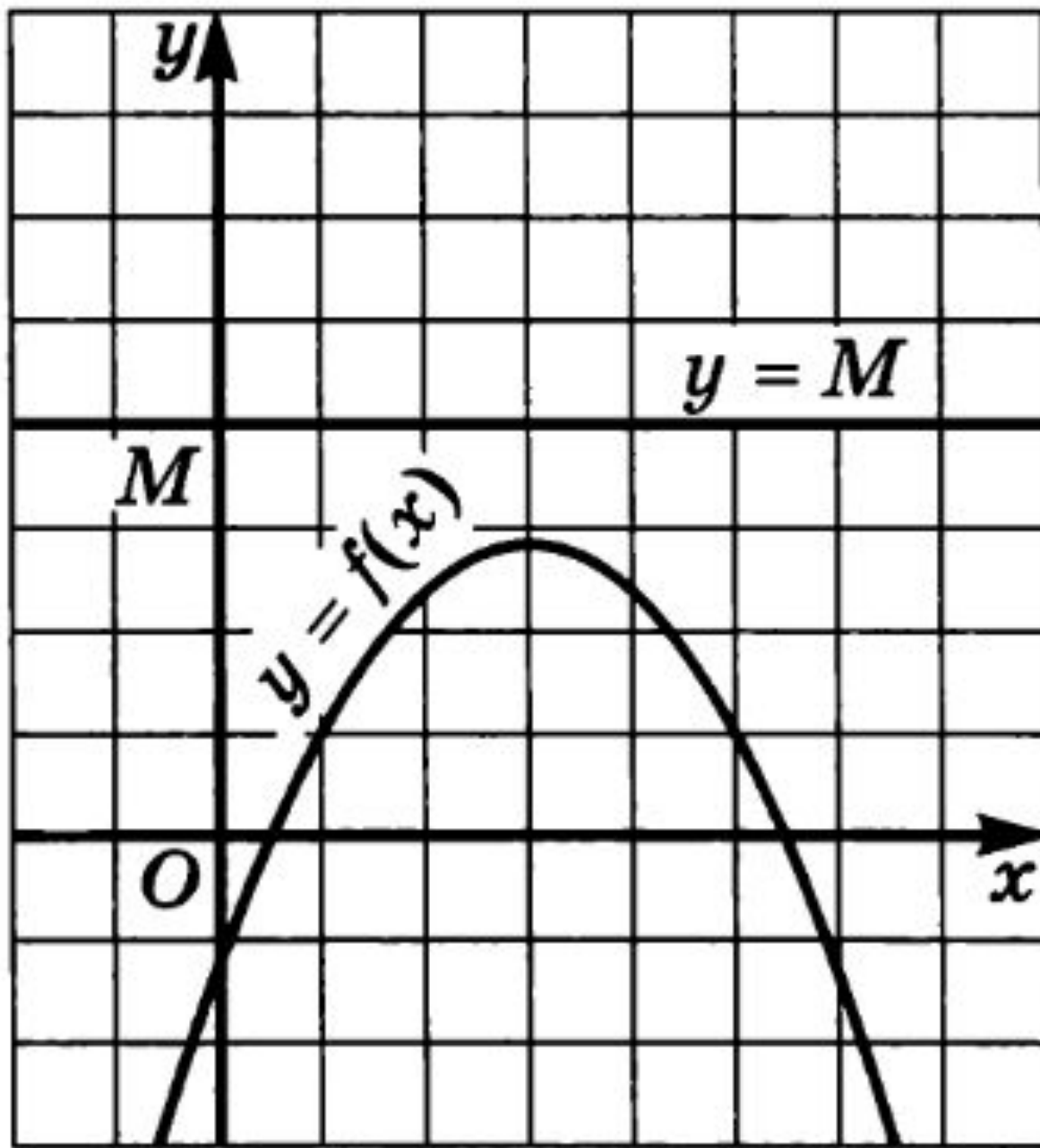
Определение № 3

Функцию $y=f(x)$ называют **ограниченной снизу** на множестве X , если все значения этой функции на множестве X больше некоторого числа, т.е., если существует такое число m , что для любого значения x выполняется неравенство $f(x) > m$



Определение № 4

Функцию $y=f(x)$ называют **ограниченной сверху** на множестве X , если все значения этой функции на множестве X меньше некоторого числа, т.е., если существует такое число M , что для любого значения x выполняется неравенство $f(x) < M$



Если функция ограничена и снизу и сверху на всей области определения, то ее называют **ограниченной**

Определение № 5

Число m называют **наименьшим значением функции** $y=f(x)$ на множестве X , если:

- 1) во множестве X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$
- 2) для любого значения x из множества X выполняется неравенство

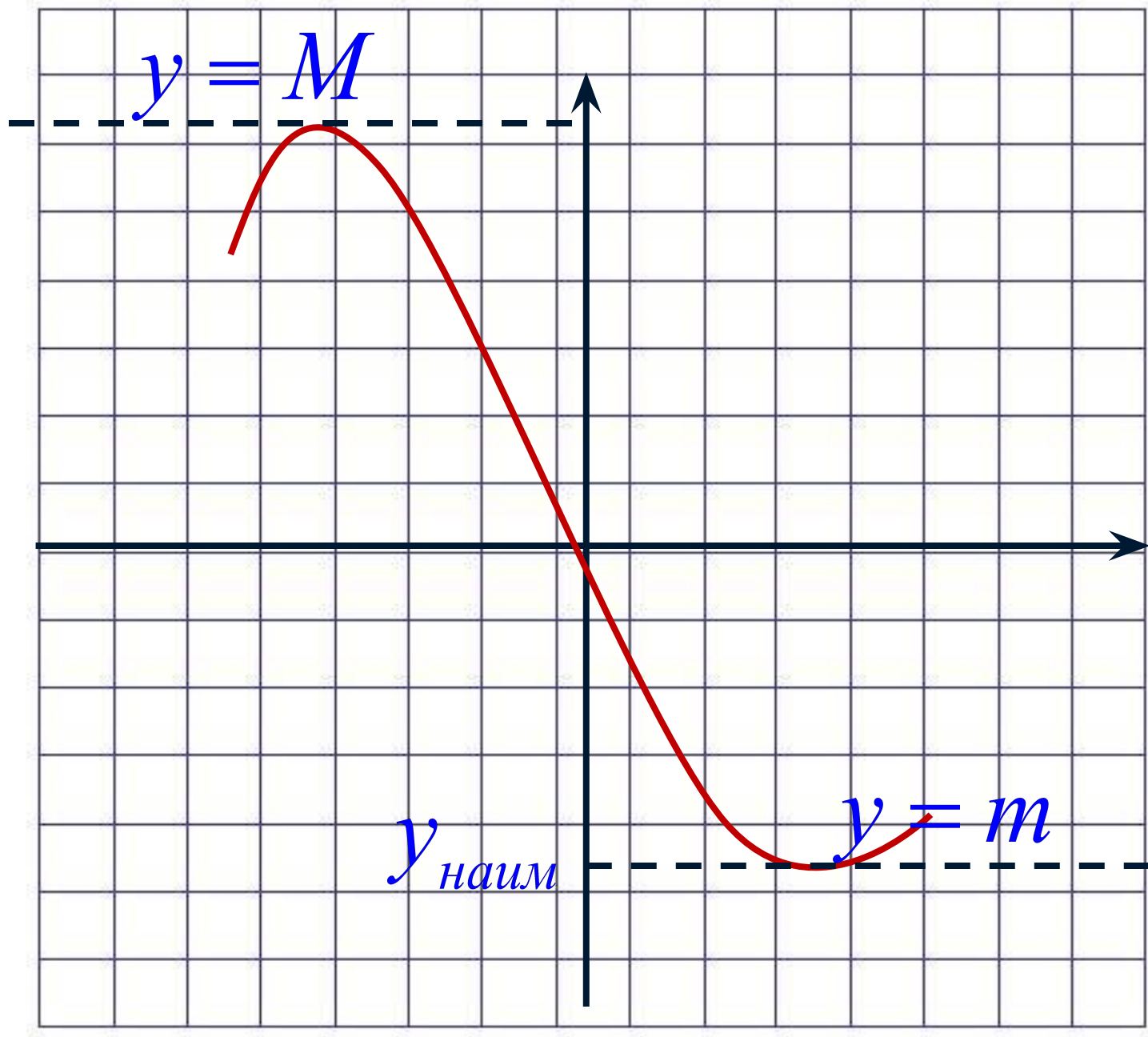
$$f(x) \geq f(x_0)$$

Определение № 6

Число M называют **набольшим** значением функции $y=f(x)$ на множестве X , если:

- 1) во множестве X существует такая точка, что $f(x_0) = m$
- 2) для любого значения x из множества X выполняется неравенство

$$f(x) \leq f(x_0)$$

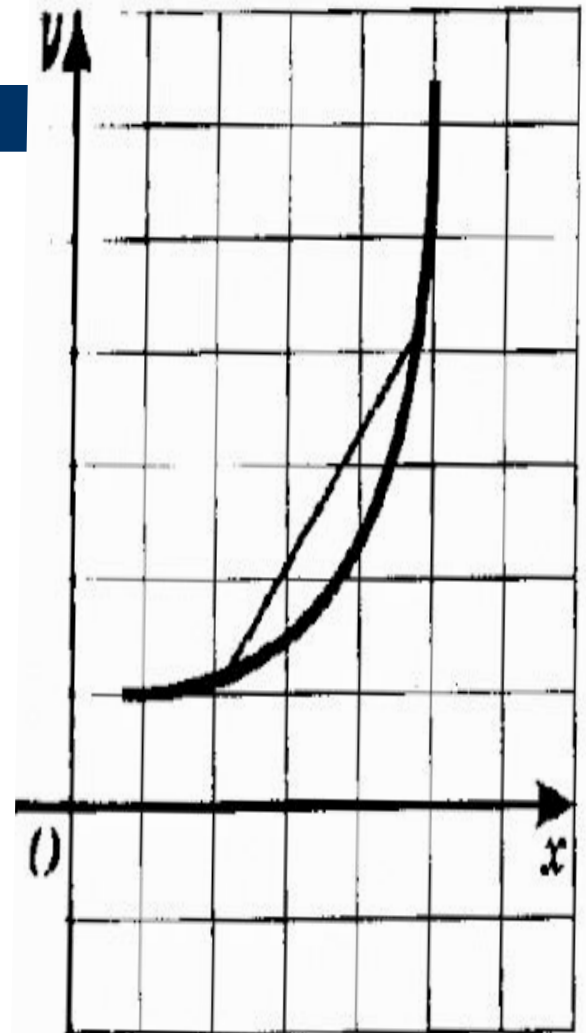


Если у функции существует $y_{наиб}$,
то она ограничена сверху

Если у функции существует $y_{наим}$,
то она ограничена снизу.

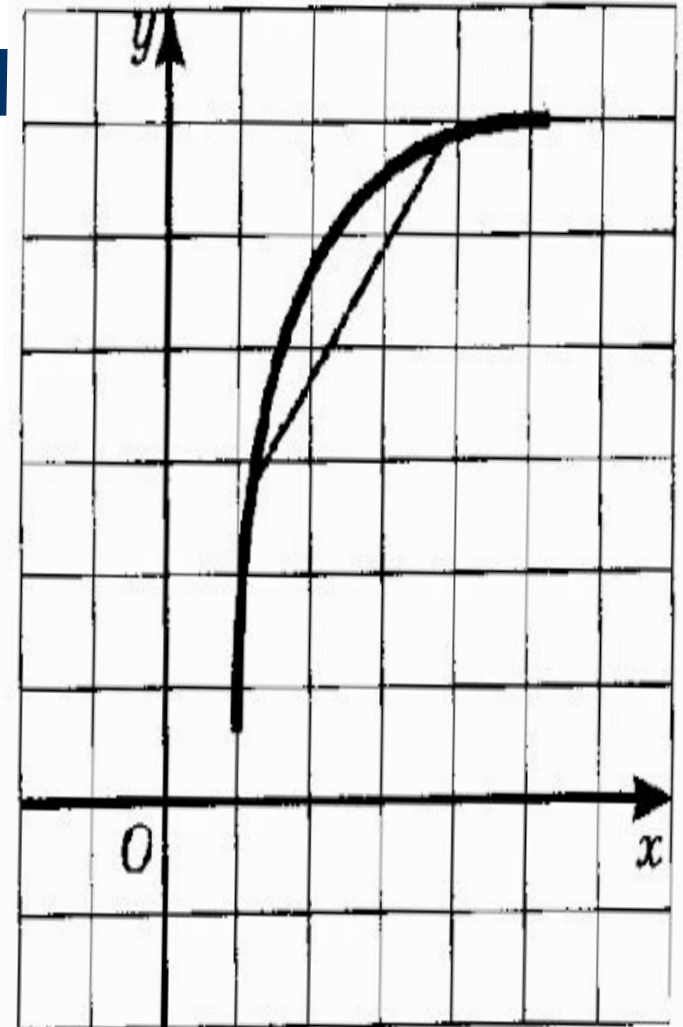
Выпуклость функции

Функция **выпукла вниз** на промежутке X , если, соединив любые две точки ее графика (с абсциссами из X) отрезком, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит **ниже** проведенного отрезка.



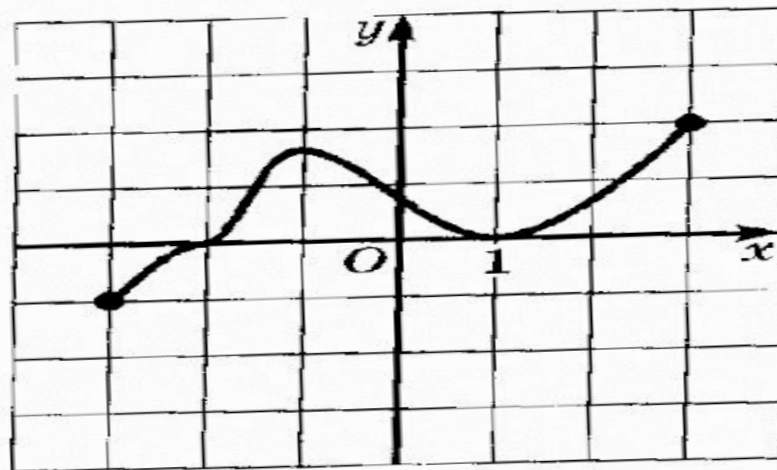
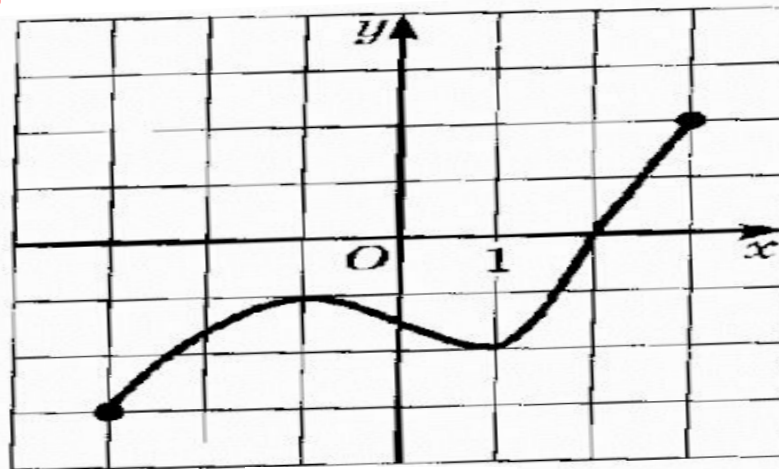
Выпуклость функции

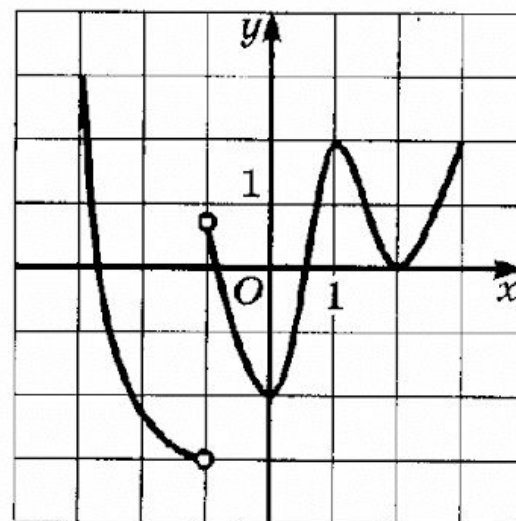
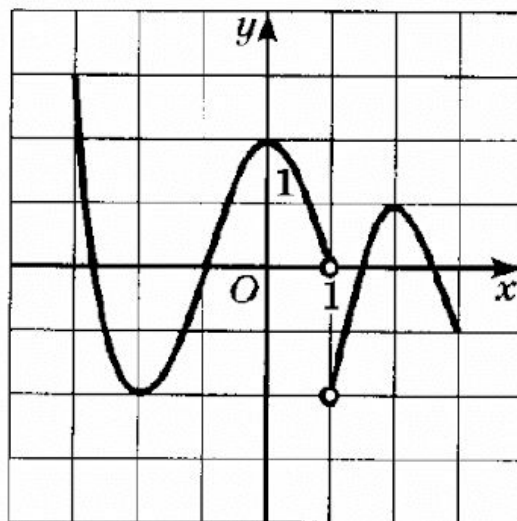
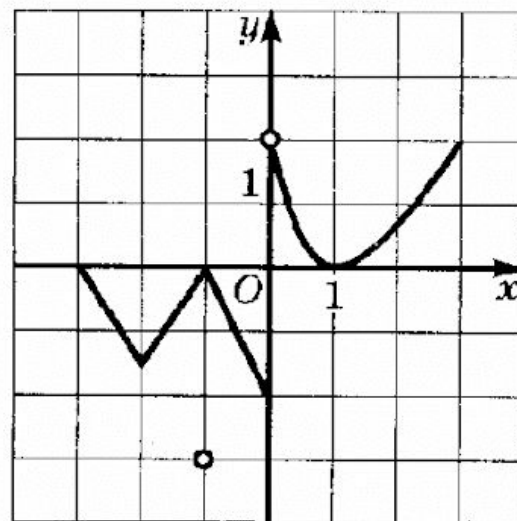
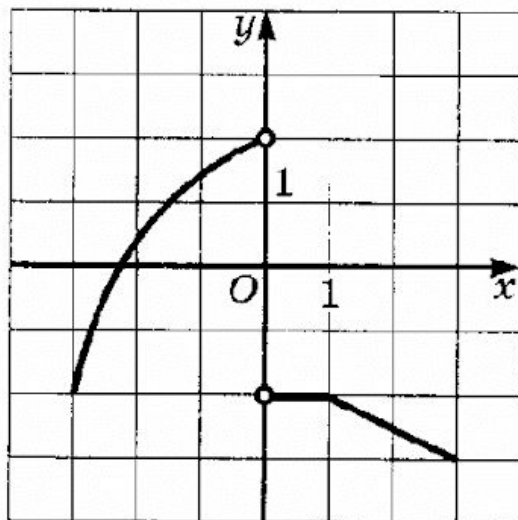
- **Функция выпукла вверх** на промежутке X , если, соединив любые две точки ее графика (с абсциссами из X) отрезком, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит **выше** проведенного отрезка.



Непрерывность функции

Непрерывность функции на отрезке X – означает, что график функции на данном промежутке не имеет точек разрыва





Чётные и нечётные функции

Определение 1

- Область определения называют симметричной, если функция определена и в точке x_0 и в точке $-x_0$

$$y = x^2 \quad x_0 = 2; -x_0 = -2$$

$$y = 2x + 1 \quad x_0 = 2; -x_0 = -2$$

Симметричные множества:

$(-2;2)$, $[-5;5]$, $(-\infty;+\infty)$

Несимметричные множества:

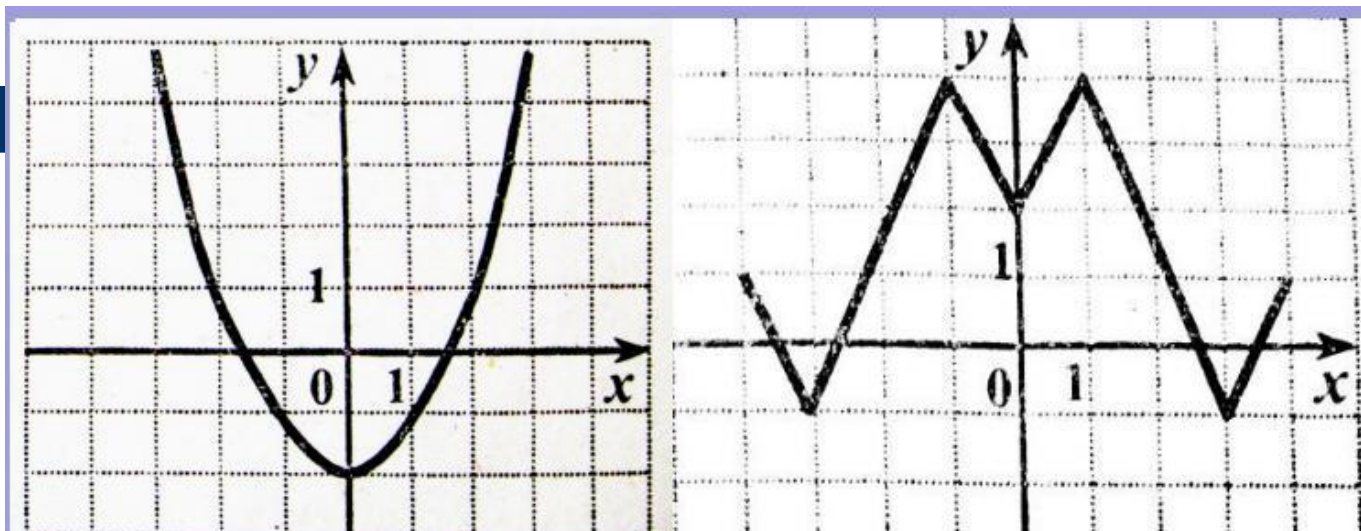
$(-4;7)$, $[-5;4]$, $[0;+\infty)$, $(-3;3]$

Определение 2

- Функцию $y=f(x)$ называют четной, если при изменении знака аргумента значение функции не меняется

$$f(-x) = f(x)$$

График четной функции симметричен относительно **оси y** .



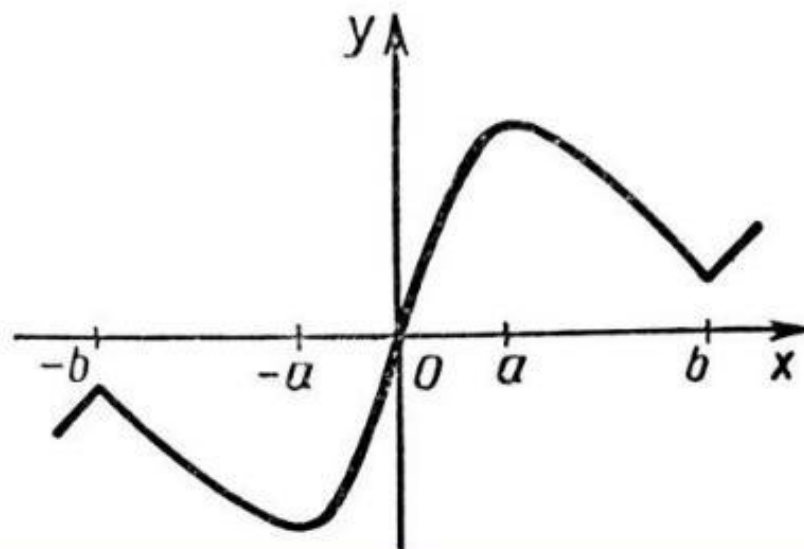
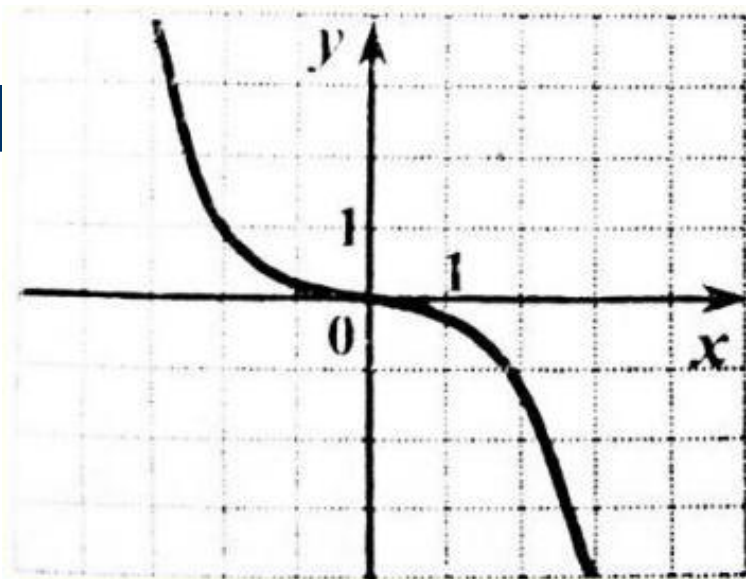
Если график функции $y=f(x)$, $x \in X$ симметричен относительно **оси ординат**, то $y=f(x)$, $x \in X$ – **четная функция**.

Определение 3

- Функцию $y=f(x)$ называют нечетной, если при изменении знака аргумента значение функции меняется на противоположное

$$f(-x) = -f(x)$$

График нечетной функции симметричен относительно **начала координат**.



Если график функции $y=f(x)$, $x \in X$ симметричен относительно **начала координат**, то $y=f(x)$, $x \in X$ – **нечетная функция**.

Четность функции

Если функция $y=f(x)$, $x \in X$ четная или нечетная, то ее область определения X – симметричное множество.

Если же X – несимметричное множество, то функция $y=f(x)$, $x \in X$ не может быть ни четной ни нечетной.

Алгоритм исследования функции $y=f(x)$, $x \in X$ на четность.

- 1) Установить, симметрична ли область определения функции. Если нет, то объявить, что **функция не является ни четной, ни нечетной**. Если да, то перейти ко второму шагу алгоритма.
- 2) Составить выражение $f(-x)$.
- 3) Сравнить $f(-x)$ и $f(x)$:
 - а) если $f(-x)=f(x)$, то **функция четная**;
 - б) если $f(-x)=-f(x)$, то **функция нечетная**;
 - в) если хотя бы в одной точке $x \in X$ выполняется соотношение $f(-x) \neq f(x)$ и хотя бы в одной точке $x \in X$ выполняется соотношение $f(-x) \neq -f(x)$, то **функция не является ни четной, ни нечетной**.

Алгоритм исследования функции

- 1. Область определения функции
- 2. Четность , нечетность
- 3. Нули функции
- 4. Монотонность (промежутки возрастания и убывания)
- 5. Ограниченность функции
- 6. Наибольшее и наименьшее значение функции
- 7. Непрерывность
- 8. Множество значений функции
- 9. Выпуклость

