



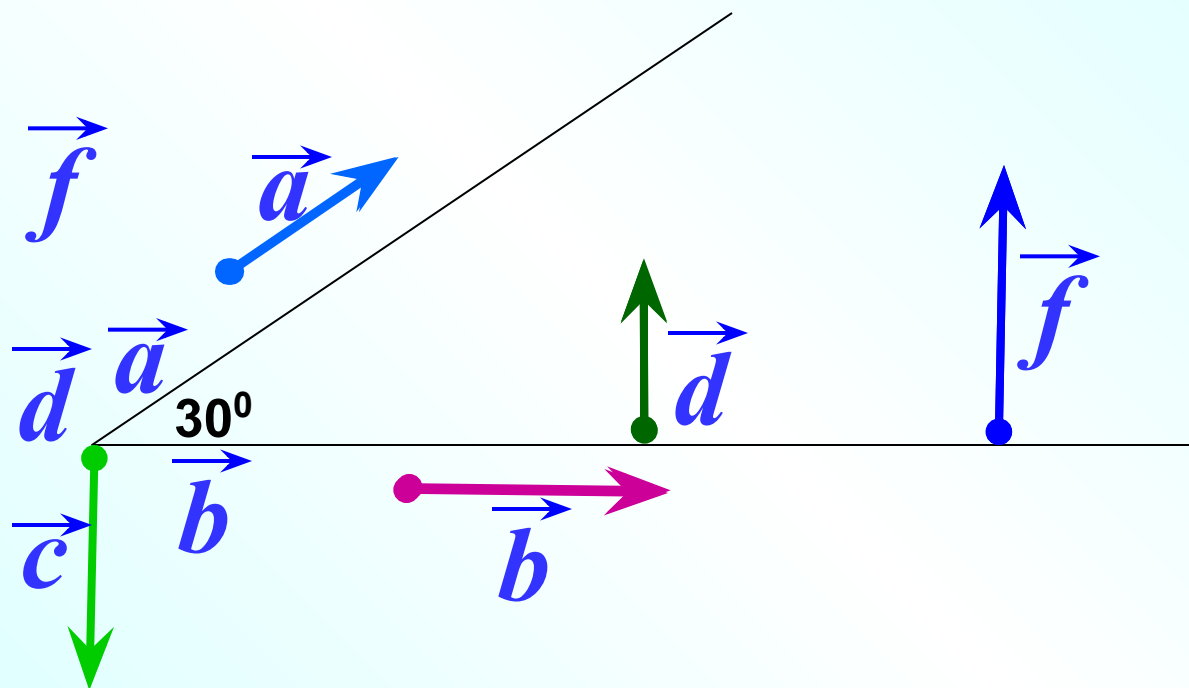
Скалярное произведение векторов

Л.С. Атанасян "Геометрия 7-9"

Угол между векторами



Найти углы между векторами.



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^\circ$$

$$\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^\circ$$

$$\widehat{\vec{b} \vec{c}} = 90^\circ$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^\circ$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^\circ$$

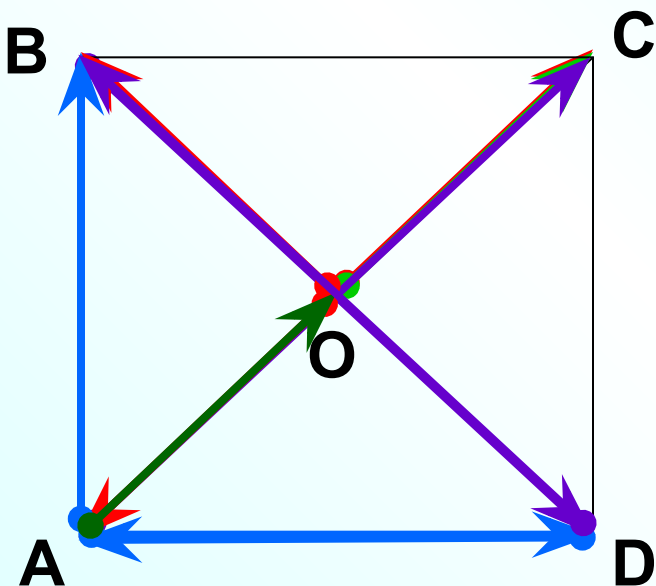
Два вектора называются
перпендикулярными,
если угол между ними равен 90° .

$$\vec{b} \perp \vec{c}$$

$$\vec{b} \perp \vec{d}$$

$$\vec{b} \perp \vec{f}$$

№ 1039 Диагонали квадрата пересекаются в точке O. Найдите углы между векторами.



$$\widehat{\vec{AB}, \vec{AC}} = 45^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{AB}, \vec{DA}} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{OA}, \vec{OB}} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{OA}, \vec{OC}} = 180^{\circ}$$

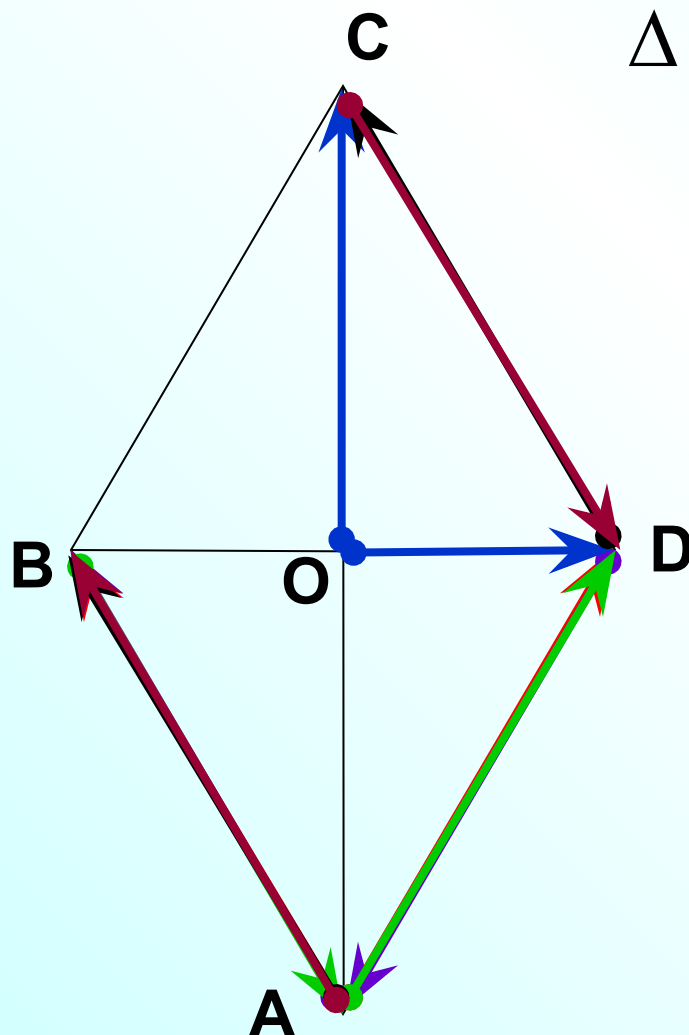
$$\widehat{\vec{AC}, \vec{BD}} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{AD}, \vec{DB}} = 135^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{AO}, \vec{OC}} = 0^{\circ}$$

№ 1040 Диагонали ромба пересекаются в точке O ,
 диагональ BD равна стороне ромба.
 Найдите углы между векторами.

$\triangle BDC - p / cm$



$$\angle \vec{AB}, \vec{AD} = 60^\circ$$

$$\angle \vec{AB}, \vec{DA} = 120^\circ$$

$$\angle \vec{BA}, \vec{AD} = 120^\circ$$

$$\angle \vec{OC}, \vec{OD} = 90^\circ$$

$$\angle \vec{AB}, \vec{DC} = 0^\circ$$

$$\angle \vec{AB}, \vec{CD} = 180^\circ$$

Сумма векторов – вектор.

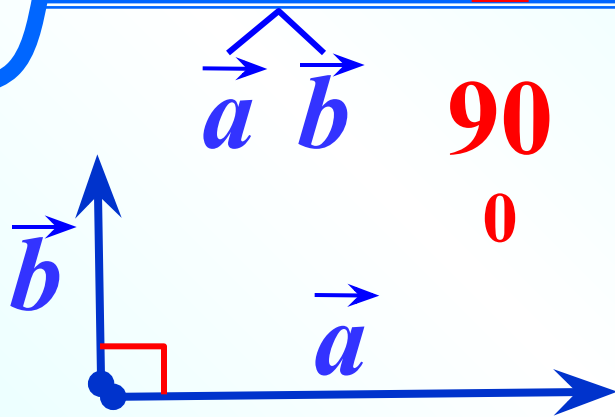
Разность векторов – вектор.

Произведение вектора на число – вектор.

Скалярное произведение векторов – число.

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$



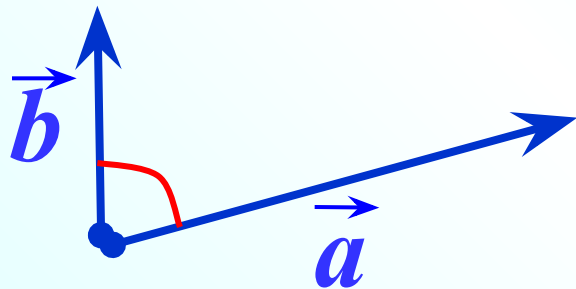
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, то скалярное произведение векторов равно нулю.

Обратно: если $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$



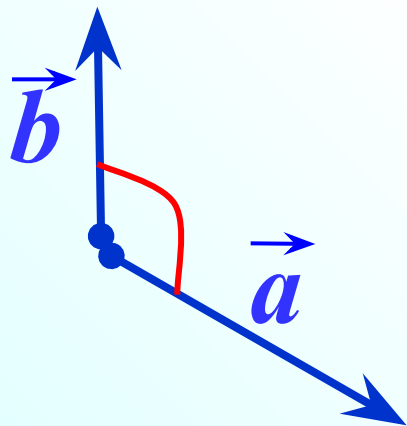
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha > 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда , когда угол между векторами **острый**.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha > 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \text{при } 90^\circ$$

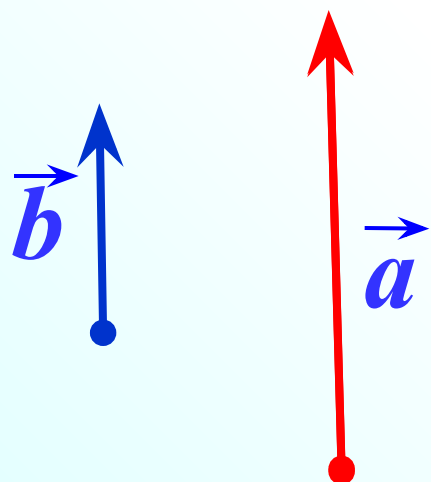


$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

$\cos \alpha < 0$
 $\alpha > 90^\circ$

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

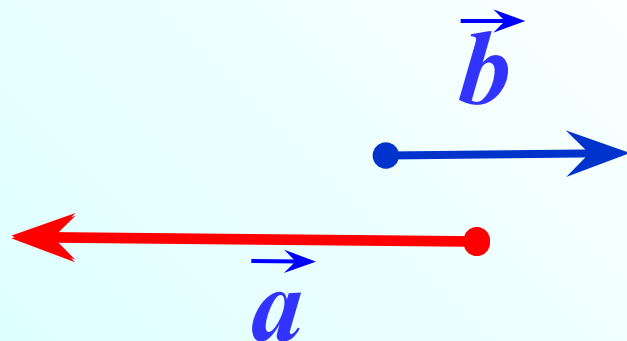
$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \quad \text{при } \alpha > 90^\circ$$



Если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 0^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \overset{1}{\cos} 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

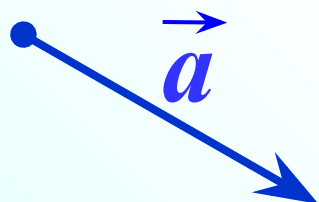


Если $\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{b}$

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 180^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \overset{-1}{\cos} 180^\circ = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

$$\begin{array}{c} \nearrow \\ \overrightarrow{a} \quad \overrightarrow{a} \\ \searrow \end{array} = 0^0$$



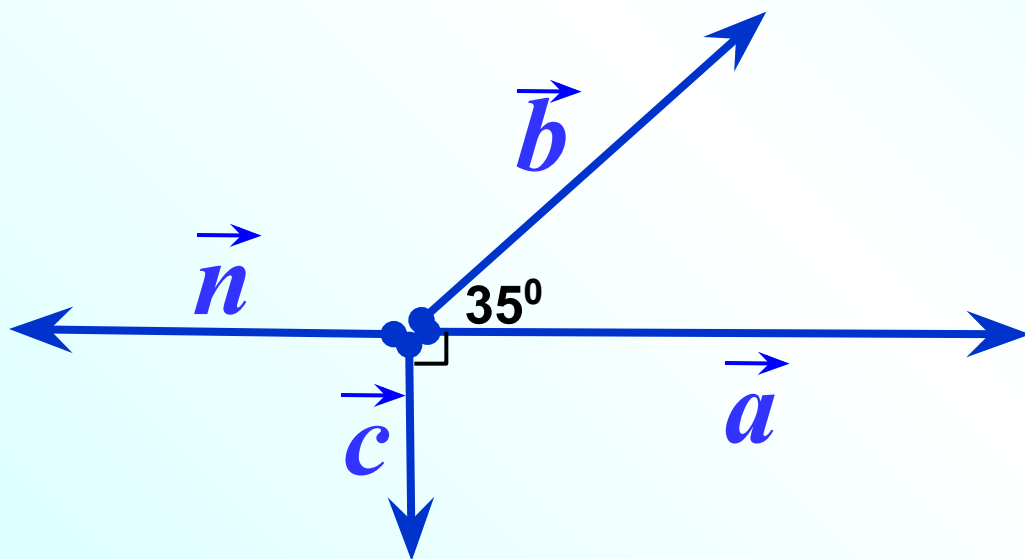
$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| \overset{1}{\cos 0^0} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{a}|^2$$

Скалярное произведение $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a}$ называется
скалярным квадратом вектора $\overrightarrow{a}$ и обозначается $\overrightarrow{a}^2$

Таким образом,
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\overrightarrow{a}^2 = |\overrightarrow{a}|^2$$

Определите знак
скалярного произведения.



$$\vec{a} \cdot \vec{b}$$

>

$$\vec{a} \cdot \vec{c}$$

= 0

$$\vec{c} \cdot \vec{b}$$

<

$$\vec{a} \cdot \vec{a}$$

>

$$\vec{a} \cdot \vec{n}$$

<

$$\vec{c} \cdot \vec{n}$$

= 0

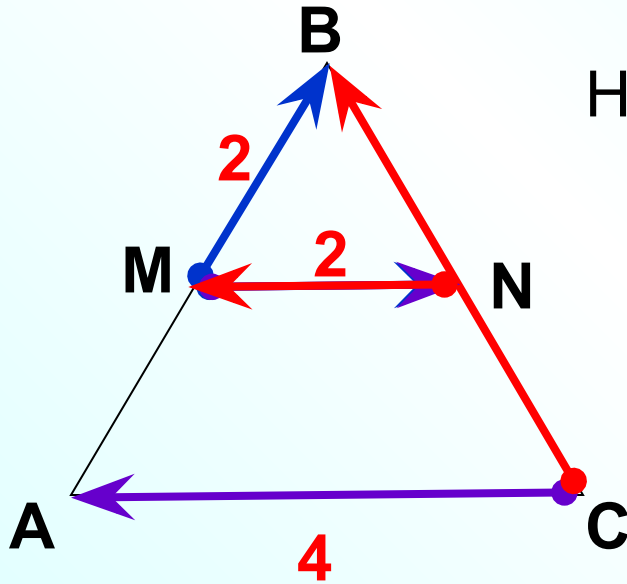
$$\vec{b} \cdot \vec{n}$$

<

0

ΔABC – $p / \text{см.}$, MN – средняя линия

Найти скалярное произведение векторов

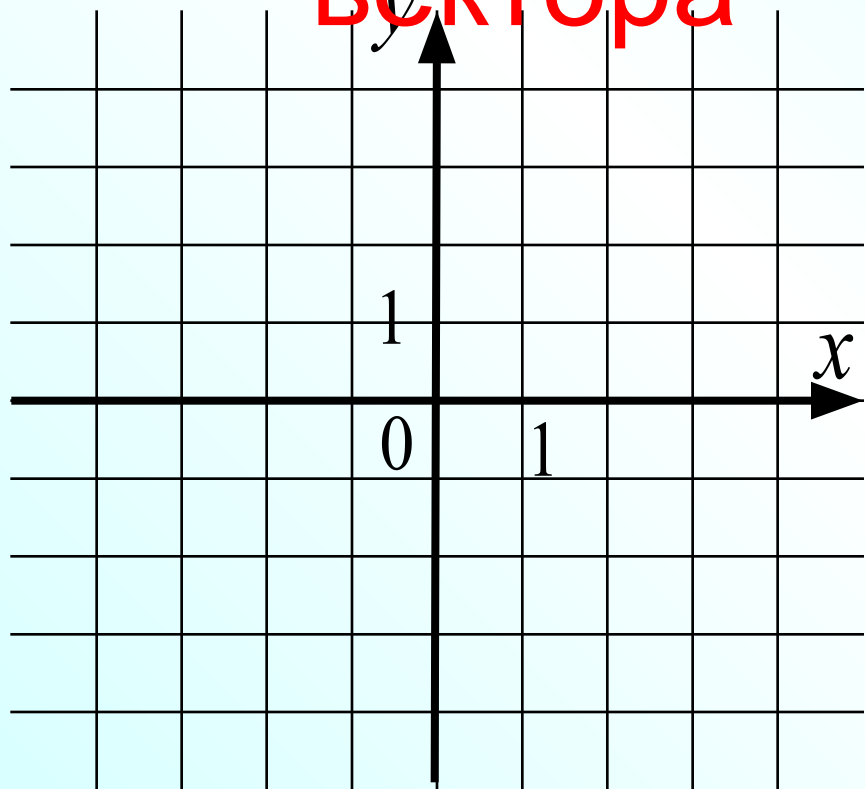


$$\begin{aligned}\vec{MN} \cdot \vec{MB} &= |\vec{MN}| \cdot |\vec{MB}| \cos \widehat{\vec{MN}, \vec{MB}} = \\ &= 2 \cdot 2 \cos 60^\circ = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{MN} \cdot \vec{CA} &= |\vec{MN}| \cdot |\vec{CA}| \cos \widehat{\vec{MN}, \vec{CA}} = \\ &= 2 \cdot 4 \cos 180^\circ = 8 \cdot (-1) = -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{NM} \cdot \vec{CB} &= |\vec{NM}| \cdot |\vec{CB}| \cos \widehat{\vec{NM}, \vec{CB}} = \\ &= 2 \cdot 4 \cos 60^\circ = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4\end{aligned}$$

Координаты вектора



*Задаём прямоугольную
систему координат*

Координаты вектора



Задаём единичные векторы

$\vec{i}$ и $\vec{j}$ - **единичные**
координатные
векторы

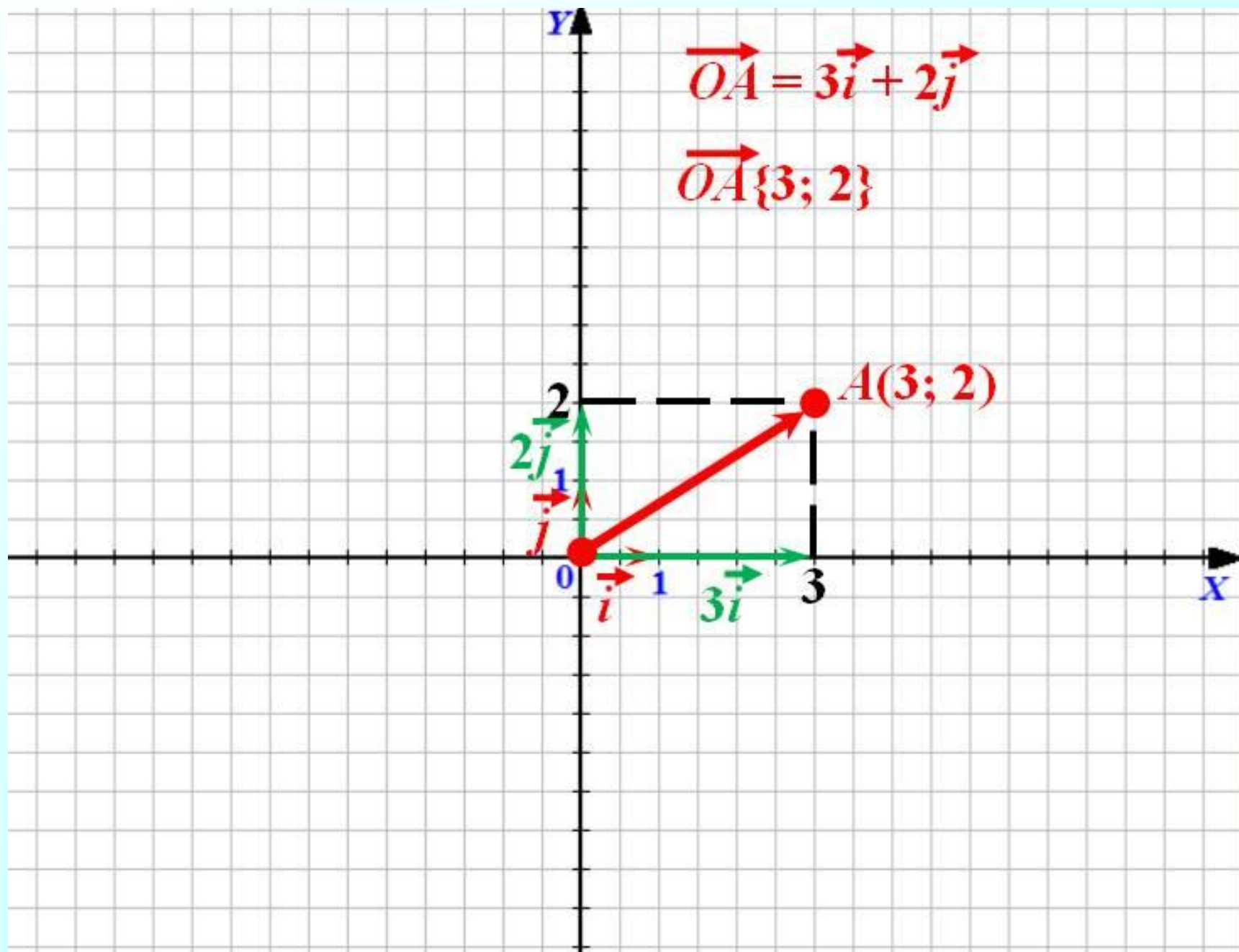
Задаём координаты
единичных векторов

$\vec{i} \{1; 0\}$ - вектор $\vec{i}$
имеет координаты
1 и 0

$\vec{j} \{0; 1\}$ - вектор $\vec{j}$
имеет координаты
0 и 1

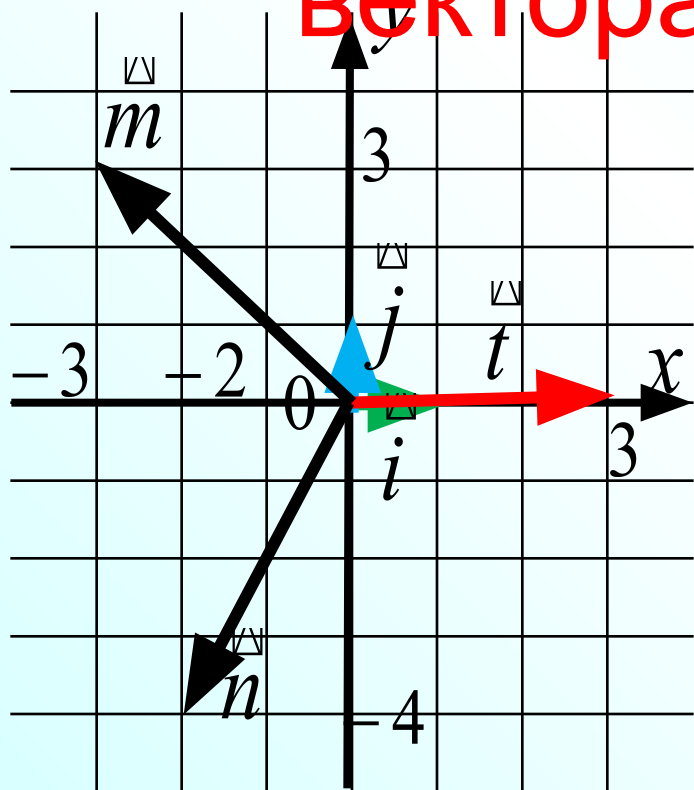
$$\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OA}\{3; 2\}$$



Координаты

вектора



**Укажите координаты
построенных векторов:**

$$\vec{m}\{...\;...\} \quad \vec{t}\{...\;...\},$$

$$\vec{n}\{...\;...\}$$

$$\vec{m}\{-3;3\},$$

$$\vec{t}\{3;0\},$$

$$\vec{n}\{-2;-4\}$$

Назовите координаты векторов:

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$$
$$\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{c} = 8\vec{i}$$

$$\vec{d} = \vec{i} - \vec{j}$$

$$\vec{e} = -2\vec{j}$$

$$\vec{f} = -\vec{i}$$

$$\vec{a}\{ \}$$

$$\vec{b}\{ \}$$

$$\vec{c}\{ \}$$

$$\vec{d}\{ \}$$

$$\vec{e}\{ \}$$

$$\vec{f}\{ \}$$

$$\vec{a}\{2;3\}$$

$$\vec{b}\left\{-\frac{1}{2};-2\right\}$$

$$\vec{c}\{8;0\}$$

$$\vec{d}\{1;-1\}$$

$$\vec{e}\{0;-2\}$$

$$\vec{f}\{-1;0\}$$

Скалярное произведение в координатах

- Скалярным произведением двух векторов на плоскости или в трехмерном пространстве в прямоугольной системе координат называется сумма произведений соответствующих координат векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\text{Если } \vec{a}\{x_1; y_1\}; \vec{b}\{x_2; y_2\}, \text{ то}$$
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2.$$

$$\cos \varphi = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Работа на уроке:

- №1047(а)
- №1048

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

выучить формулы, правила из презентации,
решить № 1047 (б,в)