

Опыты с равновозможными элементарными событиями

- Элементарные события случайного опыта называются равновозможными, если все они имеют одинаковые шансы на наступление. Если события равновозможны, то вероятность произвольного события равна отношению числа благоприятствующих элементарных событий к общему числу элементарных событий:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$
 где $N(A)$ – количество элементарных событий, благоприятствующих событию A.

Случайный опыт (случайный эксперимент) -

математическая абстракция, описывающая реальный опыт, который может оканчиваться различными случайными событиями. Под случайным опытом можно также понимать наблюдение за некоторым явлением природы или измерение некоторой величины (длины, массы и т. п.). Иногда случайный опыт проводят намеренно. Примером может служить любая игра или лотерея,

спортивное состязание.



[Назад](#)

Пример 1.



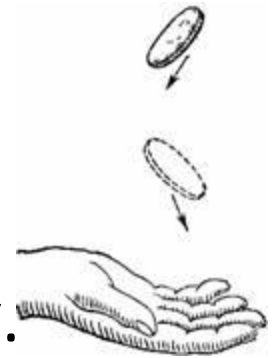
- Игральную кость бросают 2 раза. Найдем вероятность события А «сумма очков меньше 6». Для этого воспользуемся таблицей элементарных событий этого эксперимента.

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Благоприятствующие элементарные события выделим зеленым цветом. Число благоприятствующих событий: $N(A) = 10$. Общее число элементарных событий: $N = 36$. Элементарные события равновозможны. Поэтому вероятность события А найдем по формуле

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{10}{36} = \frac{5}{8}.$$

Пример 2.



- Дважды бросают симметричную монету. Найдем вероятность того, что оба раза выпала одна сторона.
- Обозначим выпадение орла буквой О, а решки – буквой Р и выпишем все элементарные события:
 - ОО, ОР, РО и РР.
- Всего элементарных событий четыре. Так как монета симметричная, эти события равновозможны. Из них ровно два события ОО и РР благоприятствуют указанному событию. Вероятность получить оба раза одну сторону равна $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Упражнение 1.

- Бросают одну игральную кость. Вычислите вероятность события:
- а) «выпало четное число очков»;
- б) «выпало число очков, кратное трем»;
- в) «выпало число очков, большее 3»;
- г) «выпало число очков, кратное 7».

• Решение:

• а) $P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

• б) $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

• в) $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$;

• г) $P(A) = \frac{0}{6} = 0$ – это событие невозможное.

Упражнение 2.

- Бросают одну игральную кость. Вычислите вероятность события:

а) «выпавшее число очков является делителем числа 12»;

б) «выпавшее число очков кратно 5»;

в) «выпавшее число очков является простым числом».

- Решение:

- а) $P(A) = \frac{5}{6}$;

- б) $P(A) = \frac{1}{6}$;

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6}$$

Делителем натурального числа а называют натуральное число, на которое а делится без остатка.

Пример: число 24 имеет 8 делителей:
1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24.

Число 1 является делителем любого натурального числа.

[Назад](#)

Кратным натурального числа a называют натуральное число, которое делится на a без остатка. Любое натуральное число имеет бесконечно много кратных.

Пример. Первые пять чисел, кратные 8: 8; 16; 24; 32; 40.

Наименьшим из кратных натурального числа является само это число.

[Назад](#)

Натуральное число называют **простым**, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число.

Число 1 имеет только один делитель – само это число, - поэтому его не относят к простым.

Первыми десятью простыми числами являются 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29.

[Назад](#)

Натуральные числа – это те числа, которые используются для счета предметов и нумерации.

1; 2; 3; 4; 5...

Натуральный ряд бесконечен.

1 – самое маленькое натуральное число.

[Упражнение 2](#)

[Упражнение 3](#)

[Делитель](#)

[Кратное](#)

[Простое число](#)



Упражнение 3.



- Бросают симметричную монету 2 раза. Равные ли вероятности имеют события «два раза выпал орел» и «один раз выпал орел, а другой – решка»?
- Найдите вероятности этих событий.
- Решение:
- ОО; ОР; РО; РР.
- $P(A) = 1/4$;
- $P(B) = 2/4 = 1/2$.
- Ответ: $1/4$; $1/2$; эти вероятности не равны.

Упражнение

4.

Решение:

а) $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$;

б) $P(A) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$;

в) $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$;

г) $P(A) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$;

д) $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$;

е) $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.



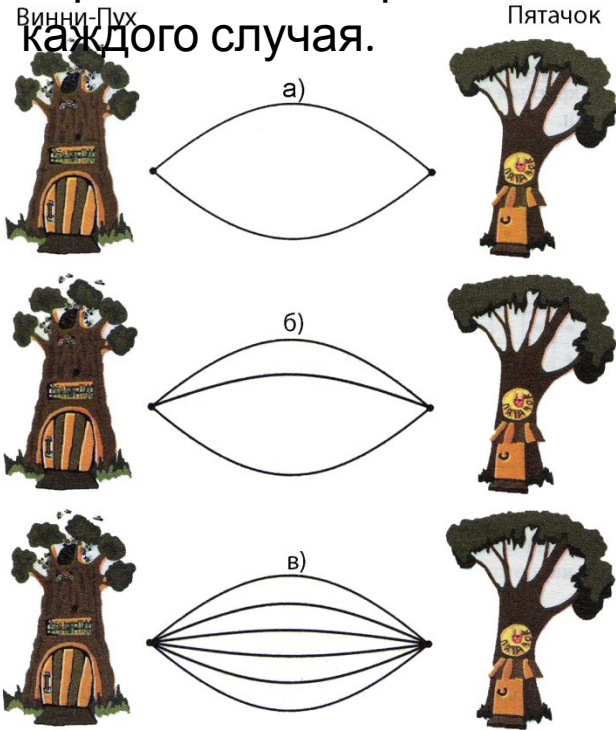
- Бросают две игральных кости: желтую и зеленую. Вычислите вероятность события:
- а) «сумма очков на обеих костях равна 7»;
- б) «сумма очков на обеих костях равна 11»;
- в) «на желтой кости выпало больше очков, чем на зеленой»;
- г) «числа очков на костях различаются не больше, чем на 2»;
- д) «произведение очков на обеих костях равно 10»;
- е) «сумма очков на обеих костях делится на 3».

1; 1	1; 2	1; 3	1; 4	1; 5	1; 6
2; 1	2; 2	2; 3	2; 4	2; 5	2; 6
3; 1	3; 2	3; 3	3; 4	3; 5	3; 6
4; 1	4; 2	4; 3	4; 4	4; 5	4; 6
5; 1	5; 2	5; 3	5; 4	5; 5	5; 6
6; 1	6; 2	6; 3	6; 4	6; 5	6; 6

Упражнение

5.

Пятачок идет из своего дома к дому Винни-Пуха, а Винни-Пух идет из своего дома к дому Пятачка. Каждый из них может выбрать наугад одну из дорожек. Найдите вероятность встречи для каждого случая.



Решение:

а) $P(\text{встречи}) = 1/2$.

б) в – верхняя

с – средняя

н – нижняя

ВВ ВС ВН

СВ **СС** СН

НВ НС **НН**

$P(\text{встречи}) = 3/9 = 1/3$.

в) В этом случае шесть дорожек, следовательно опыт аналогичен бросанию игральной кости дважды, значит число элементарных событий опыта $N = 6^2 = 36$.

Число благоприятствующих элементарных событий $N(\text{встречи}) = 6$ (по диагонали).

$P(\text{встречи}) = 6/36 = 1/6$.

Ответ: $1/2$; $1/3$; $1/6$.

Упражнение 6.

- В коробке лежат 24 одинаковые ручки. Из них 13 красных, 5 зеленых, остальные – синие. Продавец наудачу достает одну ручку. Найдите вероятности событий:
- а) «извлеченная ручка красная»;
- б) «извлеченная рука не зеленая»;
- в) «извлеченная ручка либо синяя, либо зеленая»;
- г) «извлеченная ручка либо красная, либо синяя».

- Решение:
- а) $P(A) = \frac{13}{24}$, т.к. красных ручек 13, $N(A) = 13$, $N = 24$;
- б) $P(A) = \frac{19}{24}$;
- в) $P(A) = \frac{11}{24}$;
- г) $P(A) = \frac{19}{24}$.

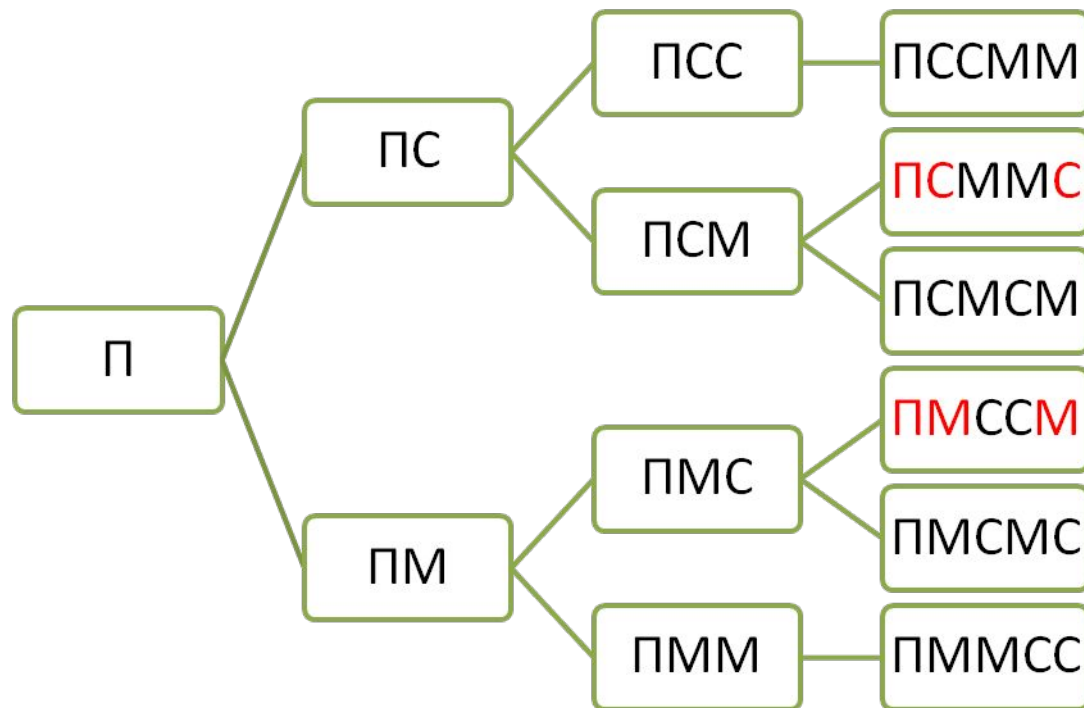
24



Упражнения

7.

На день рождения к Паше пришли две Маши и два Саши. Все пятеро расселись за круглым столом. Найдите вероятность того, что Паша сидит между двумя



Решение:

$$N=6$$

$$N(A)=2$$

$$P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

Подведение итогов.

- Вы узнали, как найти вероятности событий в опыте, в котором элементарные события равновозможны.

Домашнее задание.

1. Читать пункт 31 учебника.
2. Выучить ответ на вопрос после пункта наизусть.
3. Выполнить письменно №№7, 9, 12, 19.