Функции $y = \mathrm{tg}x$ и $y = \mathrm{ctg}x$, их свойства и графики

Определение

Тангенсом угла α называют число, равное отношению sin α к cos α, обозначают tg α, т. е.

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

Тангенс определён для всех углов α, кроме тех, для которых косинус равен нулю

Для любого угла α ≠ π/2 + πk, kЄZ существует, и притом единственный tg α

Ось тангенсов

$$tg\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$tg\frac{\pi}{4} = 1$$

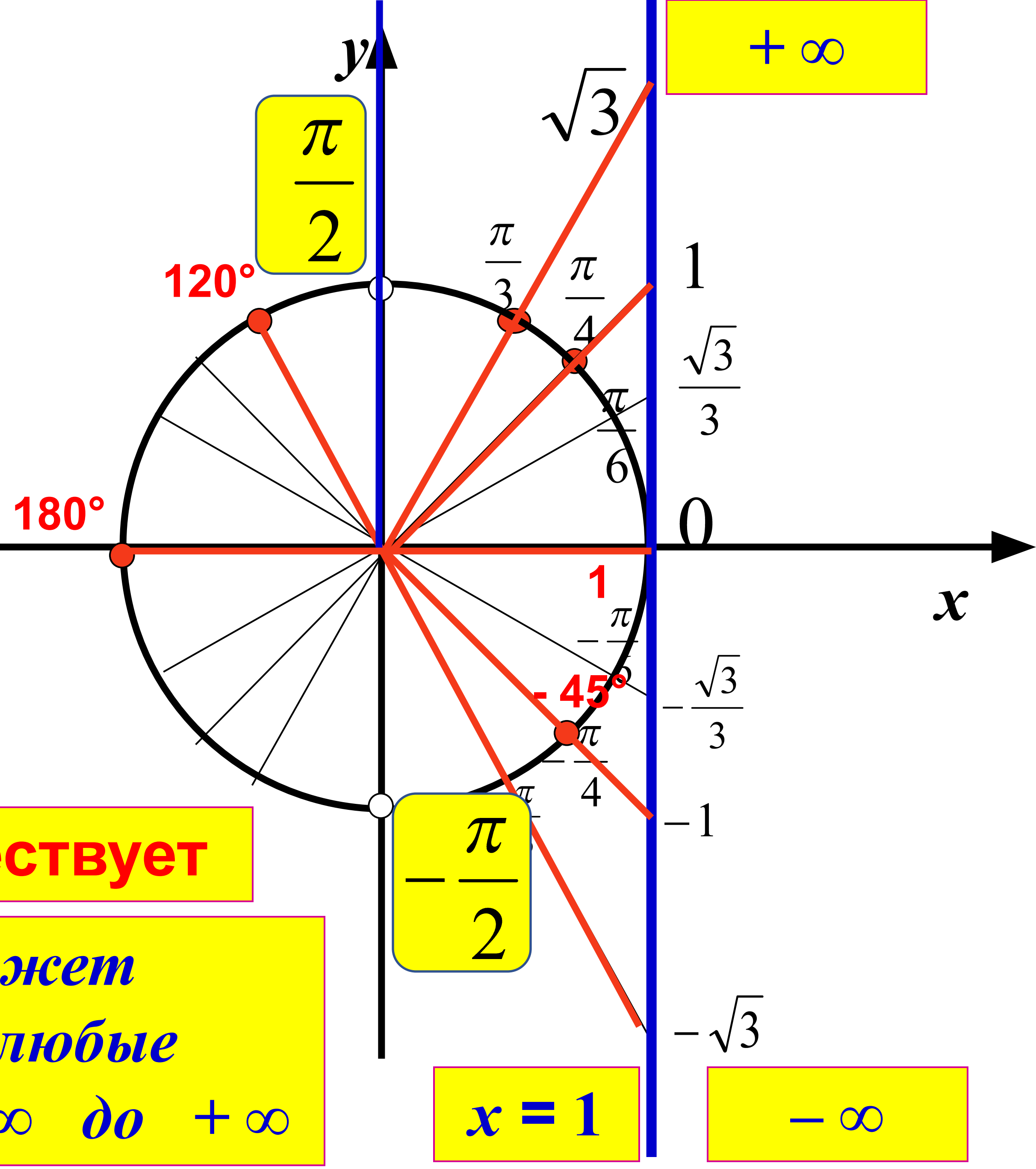
$$tg(-45^\circ) = -1$$

$$tg120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$tg180^\circ = 0$$

$tg90^\circ =$ **не существует**

Тангенс может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$



Определение

Котангенсом угла α называют число, равное отношению cos α к sin α, обозначают ctg α, т. е.

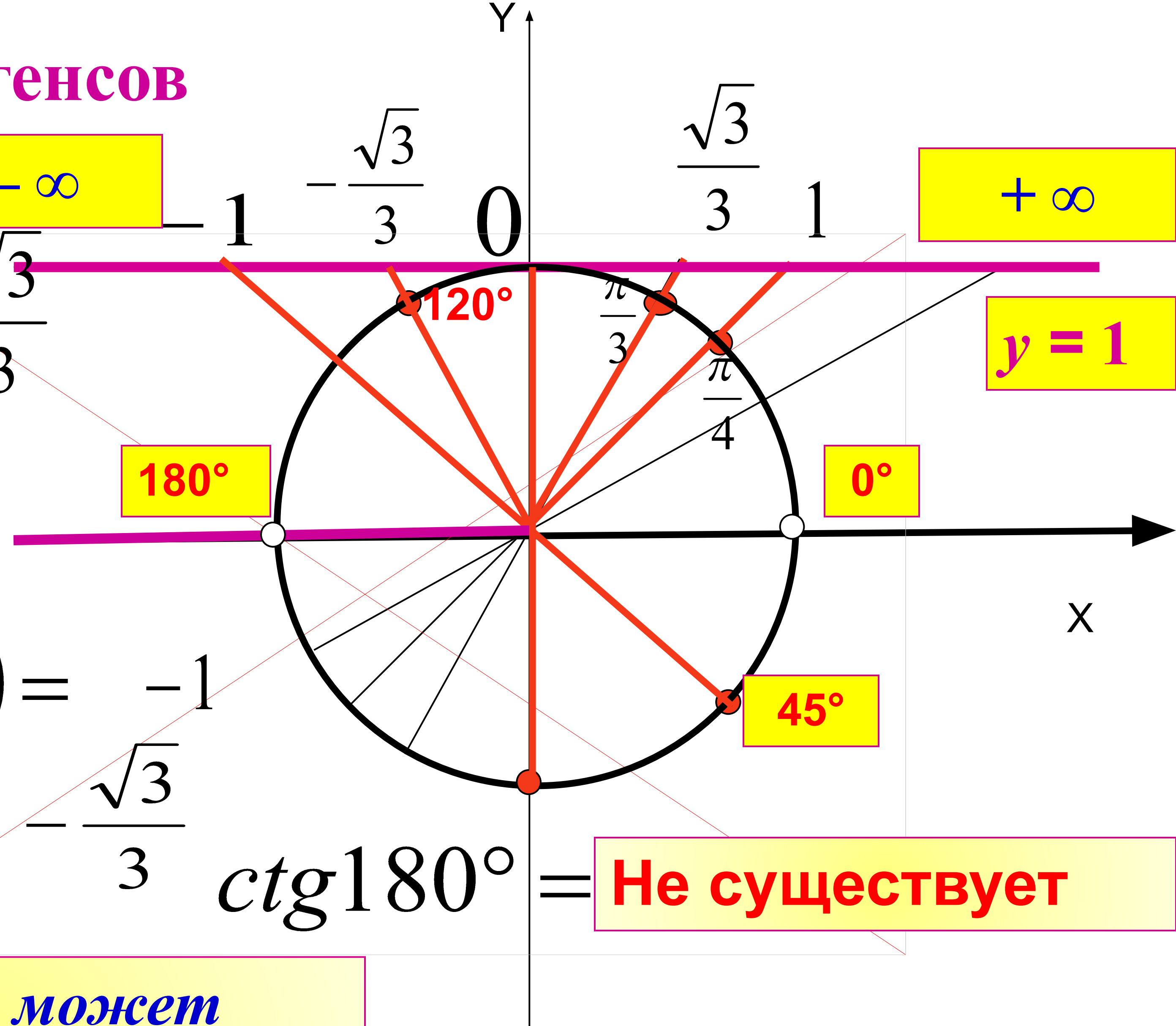
$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\alpha \neq \pi k, k \in Z$$

Котангенс определён для всех углов α, кроме тех, для которых синус равен нулю

Для любого угла α ≠ πk, kЄZ существует, и притом единственный ctg α

Ось котангенсов



$$ctg\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$ctg\frac{\pi}{4} = 1$$

$$ctg(-45^\circ) = -1$$

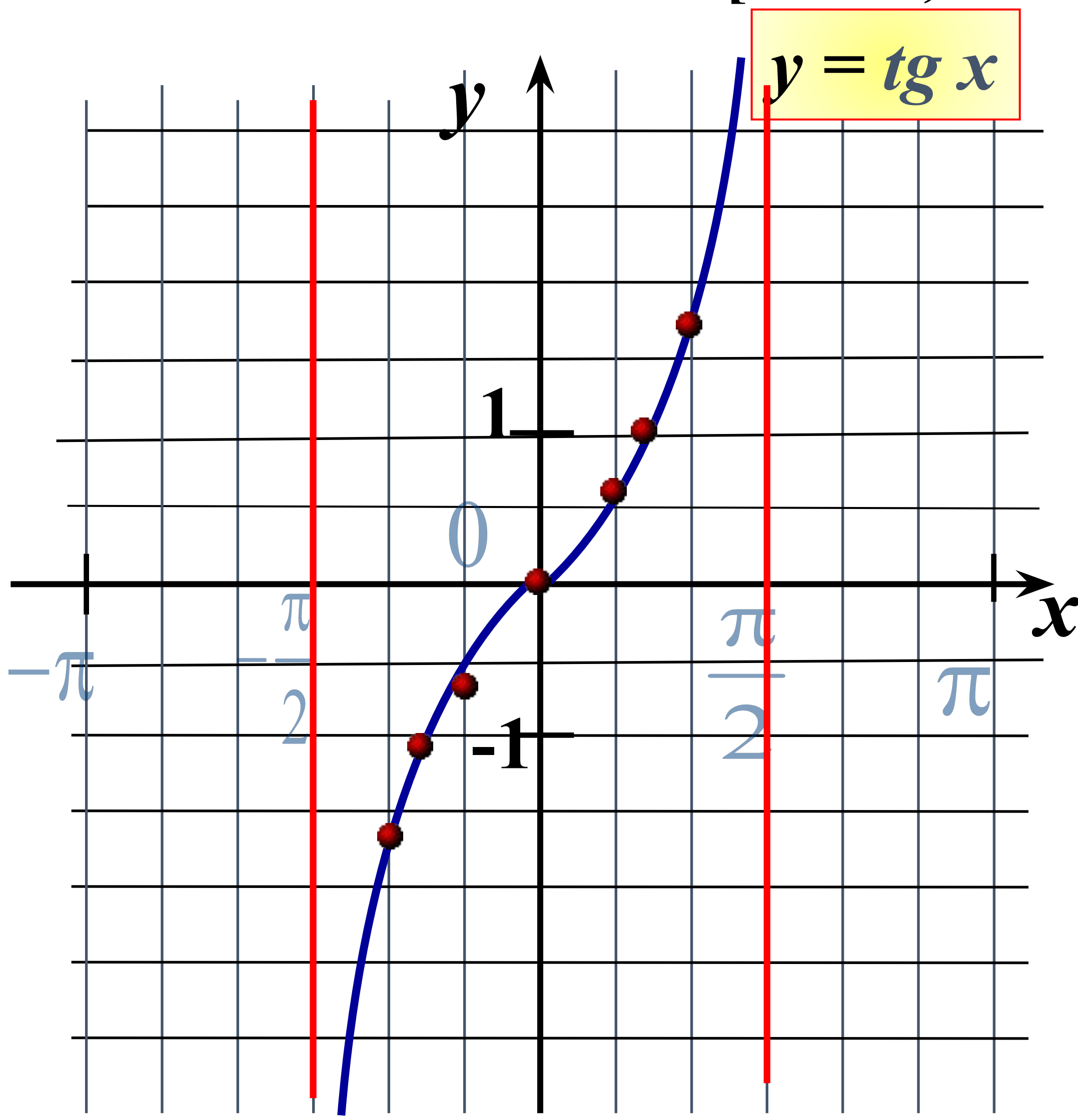
$$ctg120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$ctg180^\circ =$ **Не существует**

$$ctg(-90^\circ) = 0$$

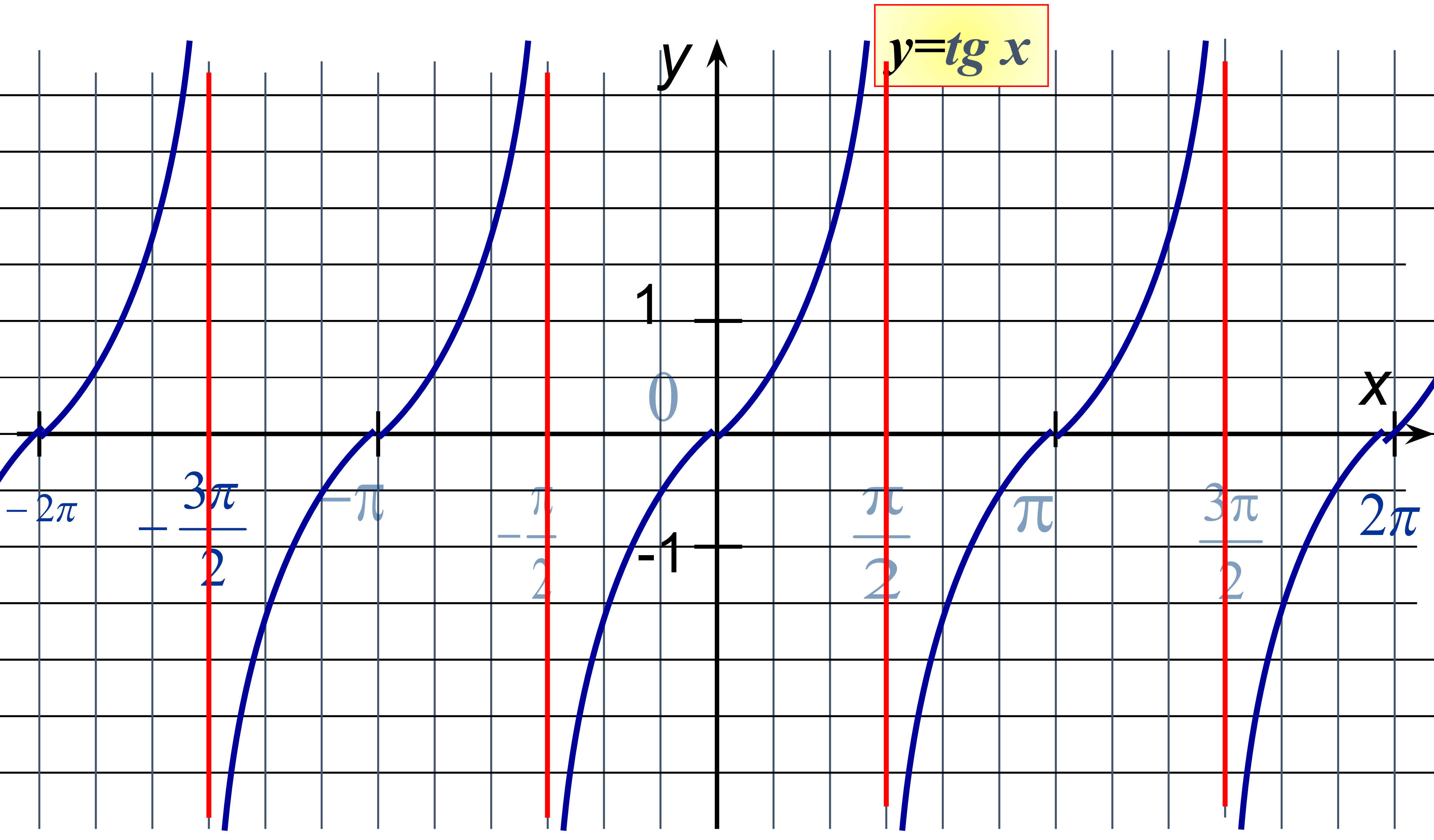
Котангенс может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$

Построение графика функции y = tg x, если x є [− π ⁄2; π ⁄2]

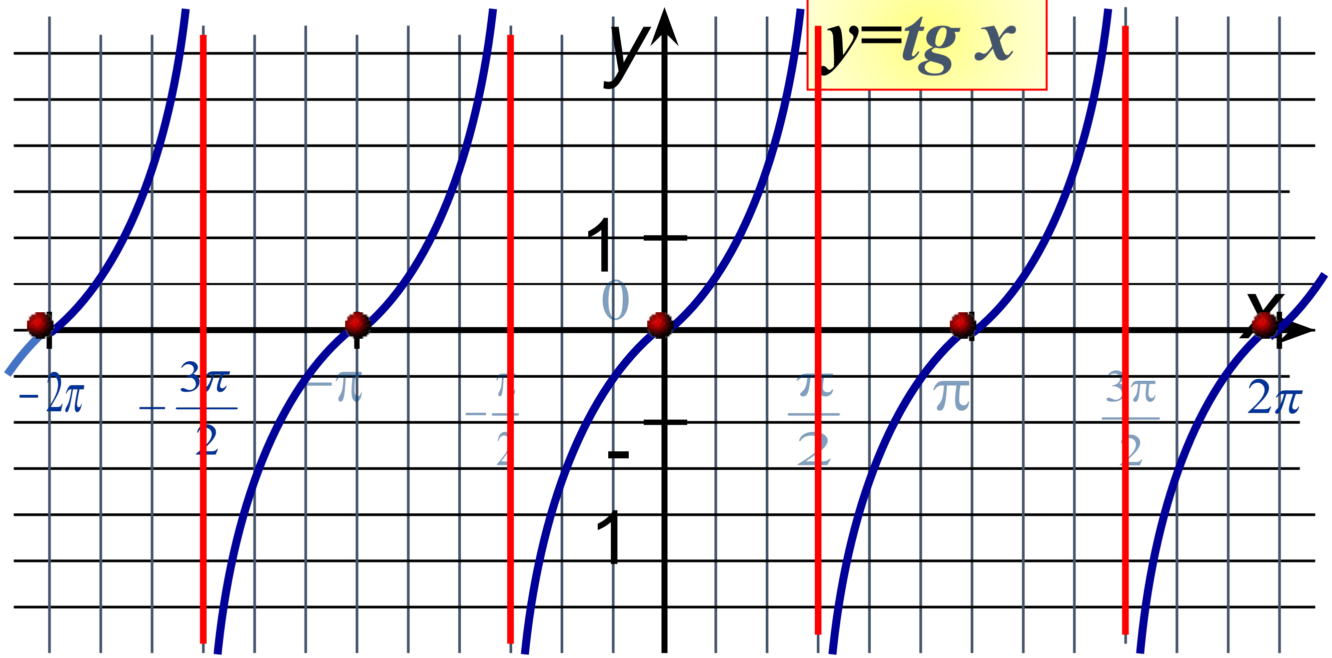


x	y=tg x
0	0
±π ⁄6	≈ ± 0,6
±π ⁄4	± 1
±π ⁄3	≈ ±1,7
±π ⁄2	Не существ.

Построение графика функции y = tg *x*.



Свойства функции y=tg *x*.

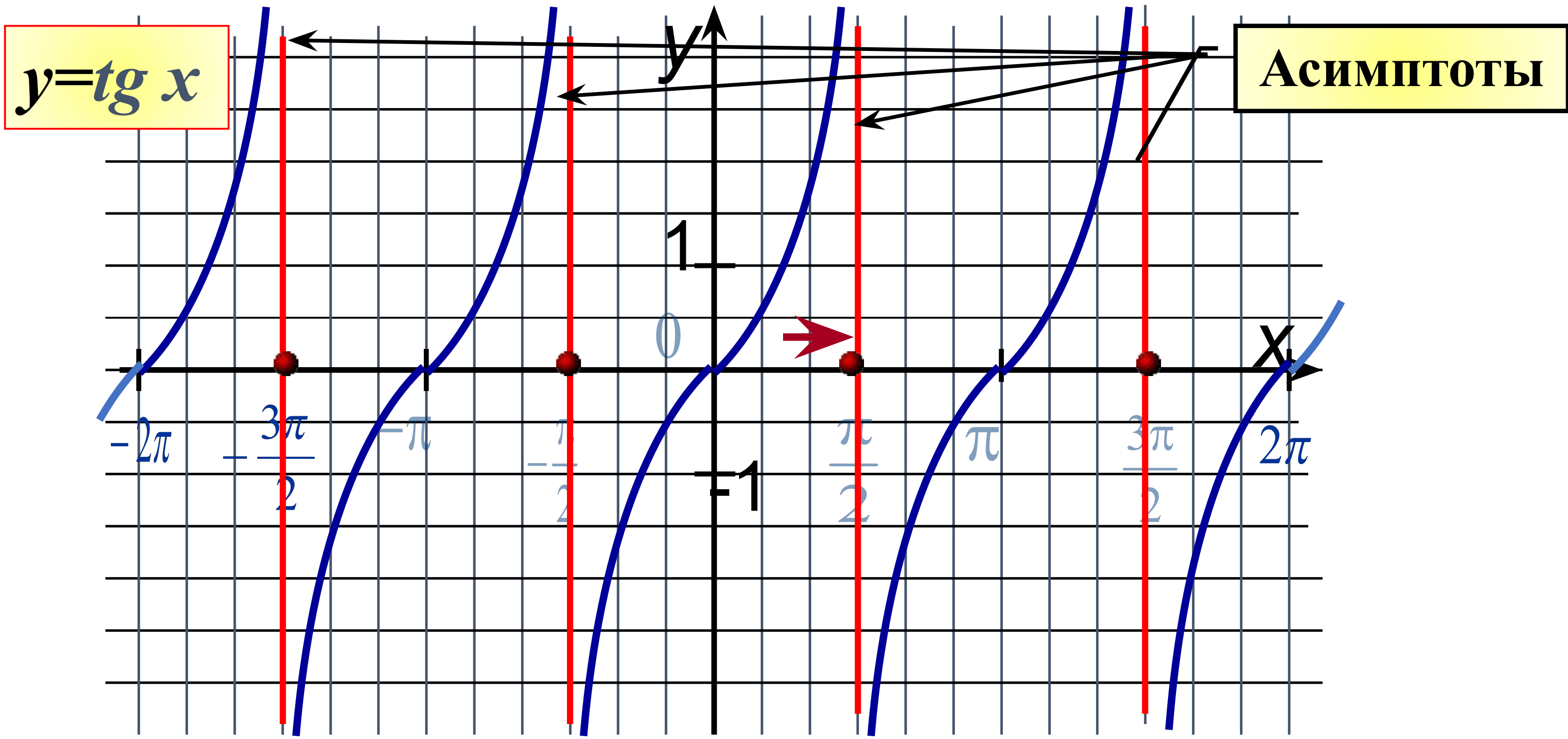


Нули функции: **tg *x* = 0   при *x* = πn, nєZ**

y>0 при xє (0; π/2) и при сдвиге на π*n*,*n*єZ.

y<0 при xє (-π/2; 0) и при сдвиге на π*n*, *n*єZ.

Свойства функции y=tg x.



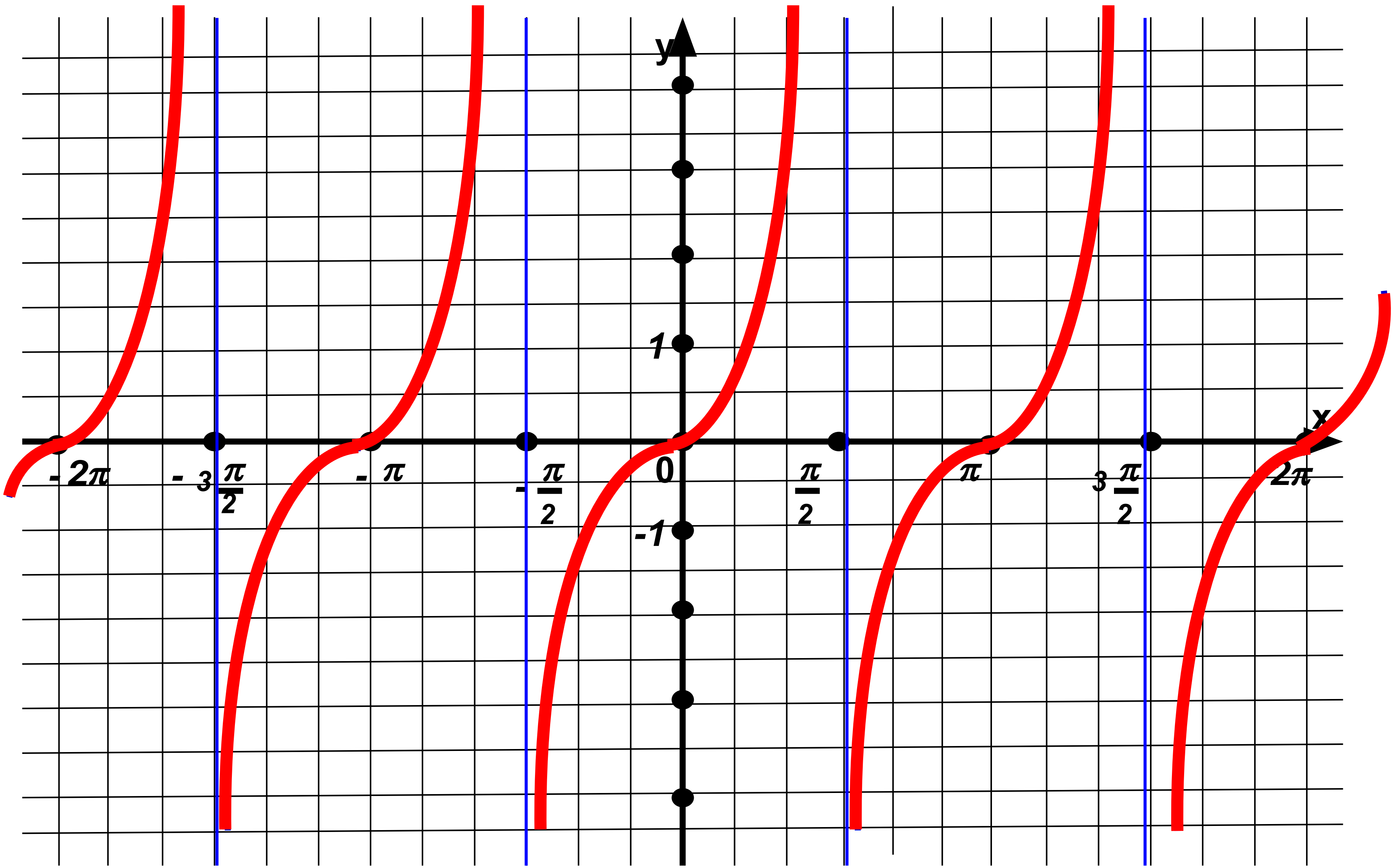
При $x = \pi/2+\pi n$**,** $n \in Z$ **- функция y=tg*x* не определена.**

Точки $x = \pi/2+\pi n$**,** $n \in Z$ **– точки разрыва функции.**

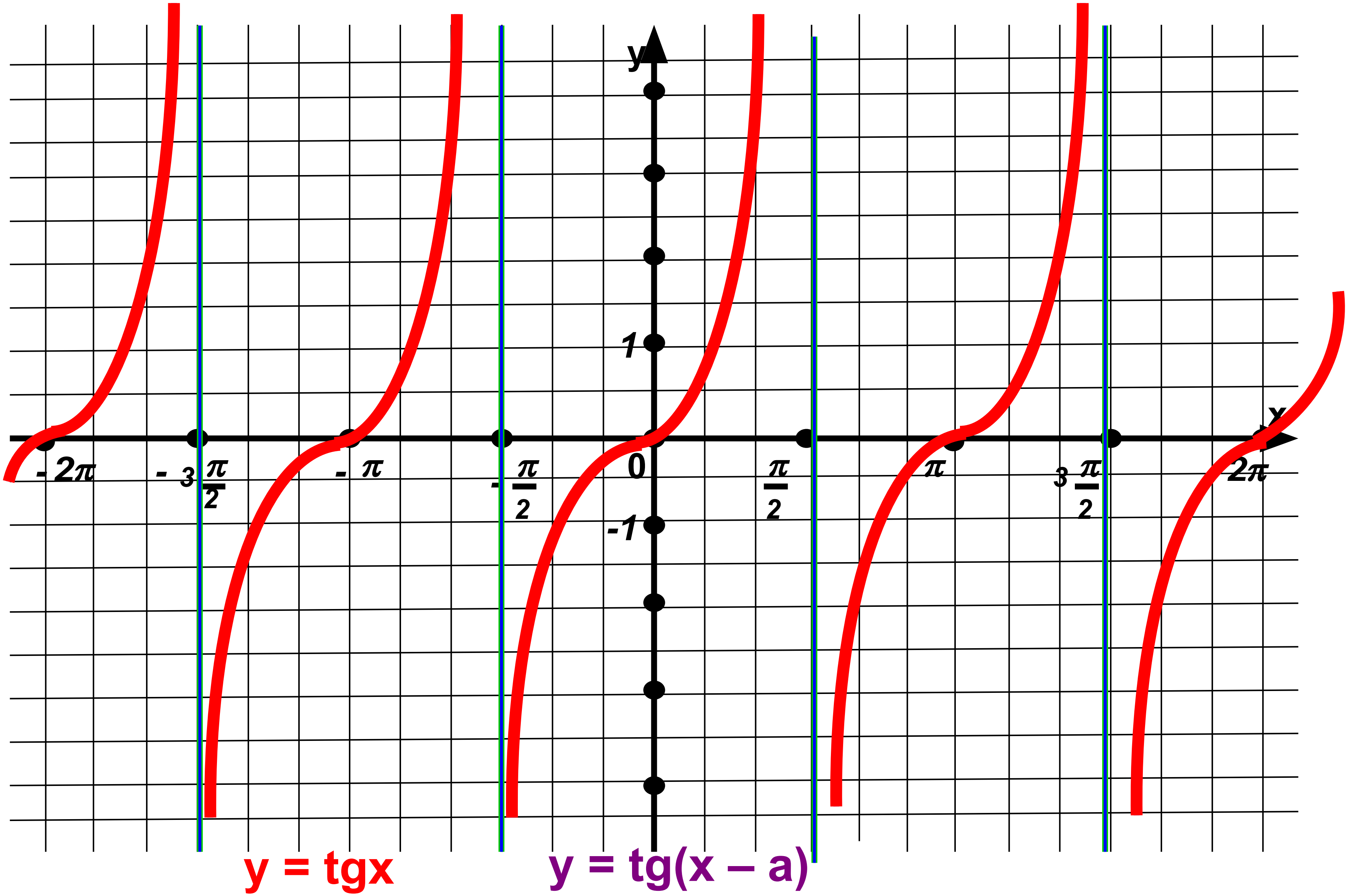
Запишите все свойства функции y = tg *x*.

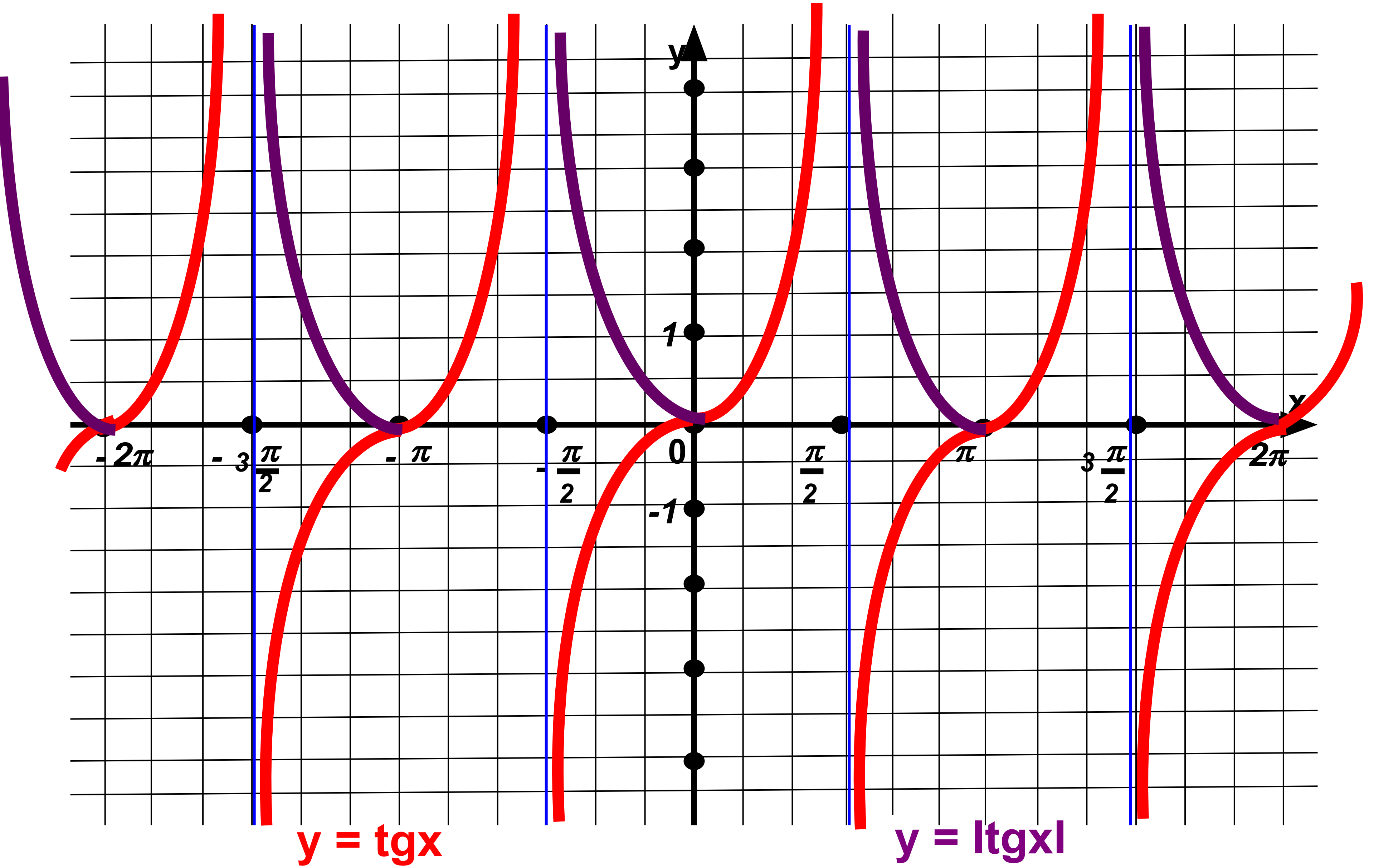
1. Область определения:
2. Множество значений функции:
3. Периодическая, T=
4. Нечётная функция
5. Возрастает на всей области определения.
6. Нули функции y = 0 при x =
7. y > 0 при x∈ и при сдвиге на
8. y < 0 при x∈ и при сдвиге на
9. При $x =$ - функция $y = tgx$ не определена.

Имеет точки разрыва графика



$y = tgx + a$ $y = tgx$ $y = tgx - b$

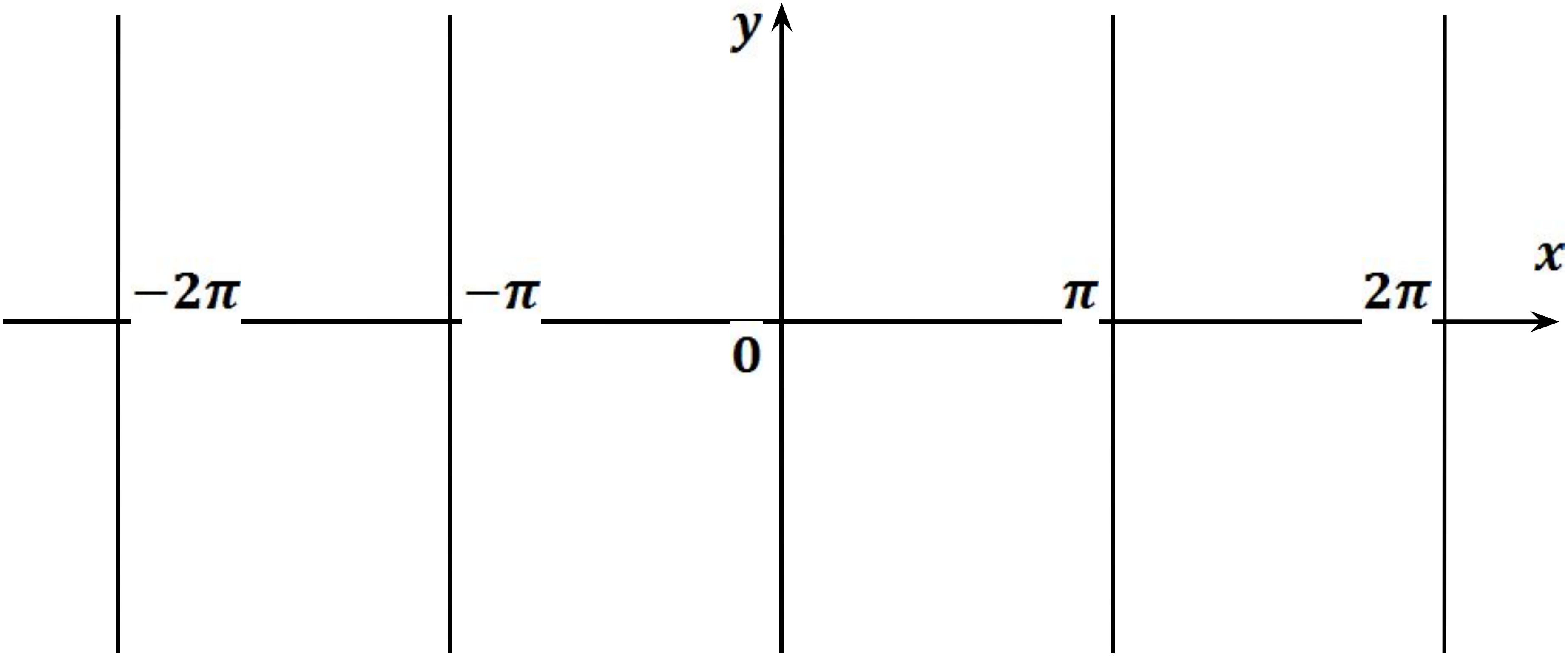

y
x
1
-1
0
- 2π
- 3 π/2
- π
- π/2
π/2
π
3 π/2
2π
y = tgx
y = tg(x – a)



y
x
1
-1
0
-2π
- 3 π/2
- π
- π/2
π/2
π
3 π/2
2π
y = tgx
y = ltgxl

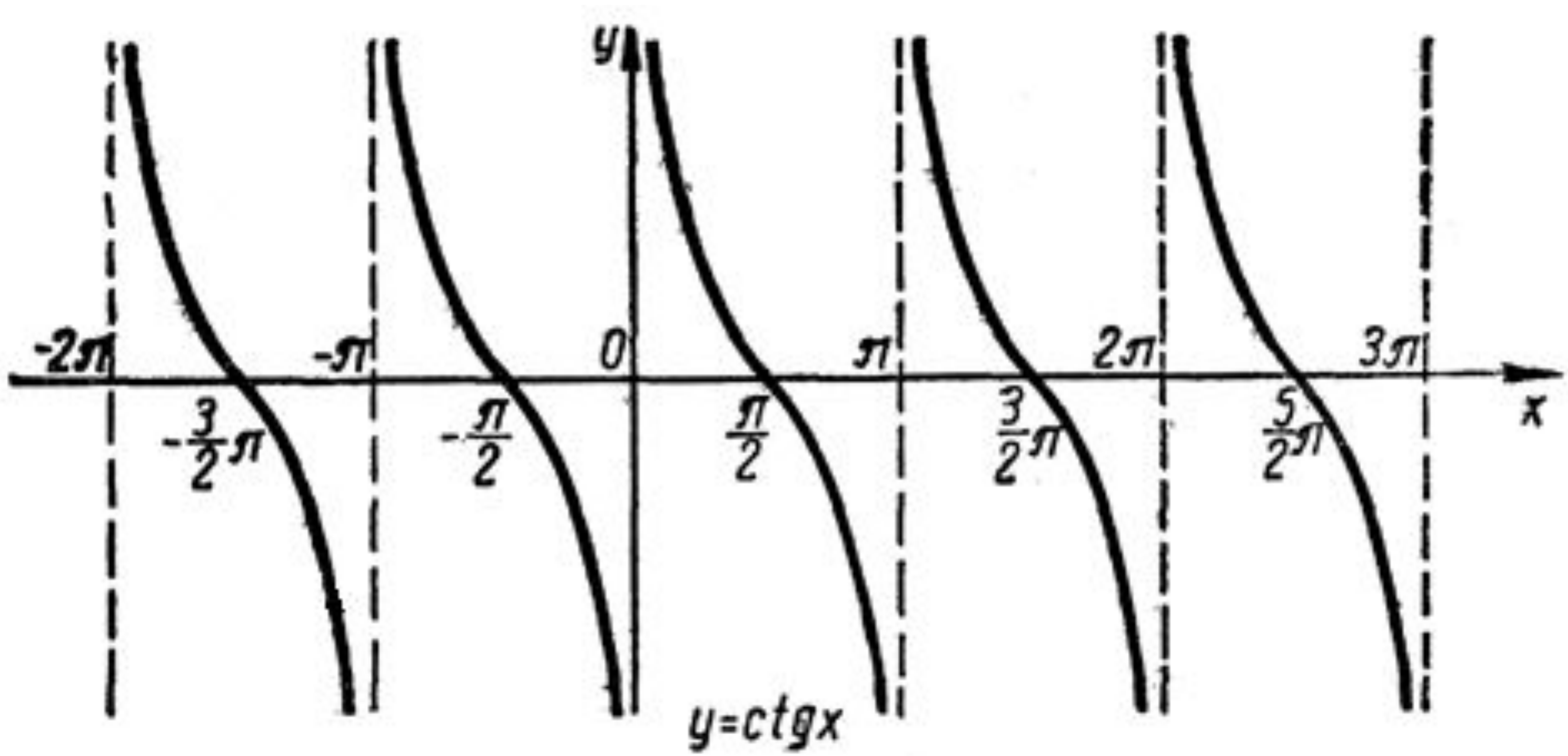
Свойства функции y = ctgx

1. D(f) = R, кроме $x = \pi k, k \in Z$



2. $y = ctgx$ – периодическая с основным периодом π: $ctg(x - \pi) = ctgx = ctg(x + \pi)$

3. $y = ctgx$ – нечетная функция: $ctg(-x)=-ctgx$



4. y = ctgx – убывает на интервале $(0; \pi)$

5. y = ctgx – не ограничена ни сверху, ни снизу

6. y = ctgx – не имеет наибольшего и наименьшего значения

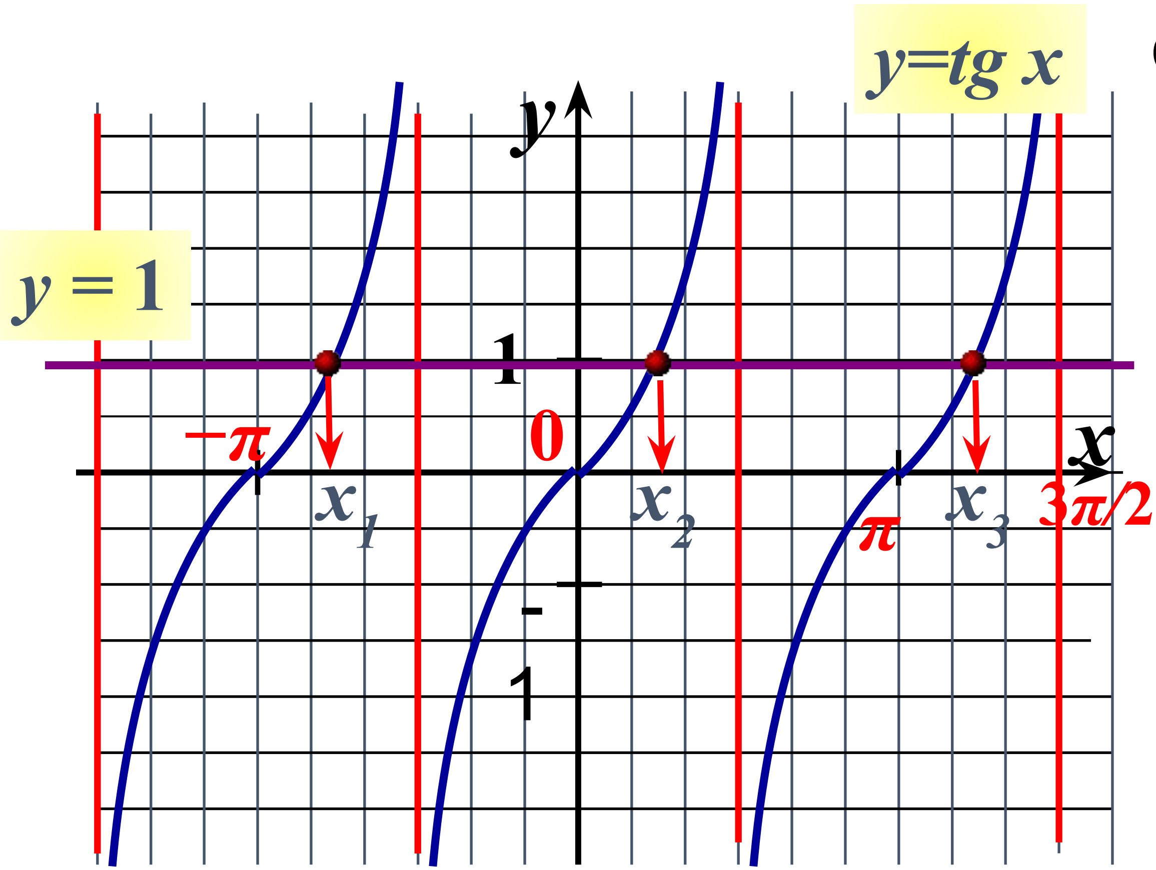
7. y = ctgx – непрерывна на интервале $(0; \pi)$

8. E(y) = (-∞;+∞)

Задача №1.

Найти все корни уравнения $tgx = 1$, принадлежащих промежутку $-\pi \leq x \leq 3\pi/2$.

Решение.



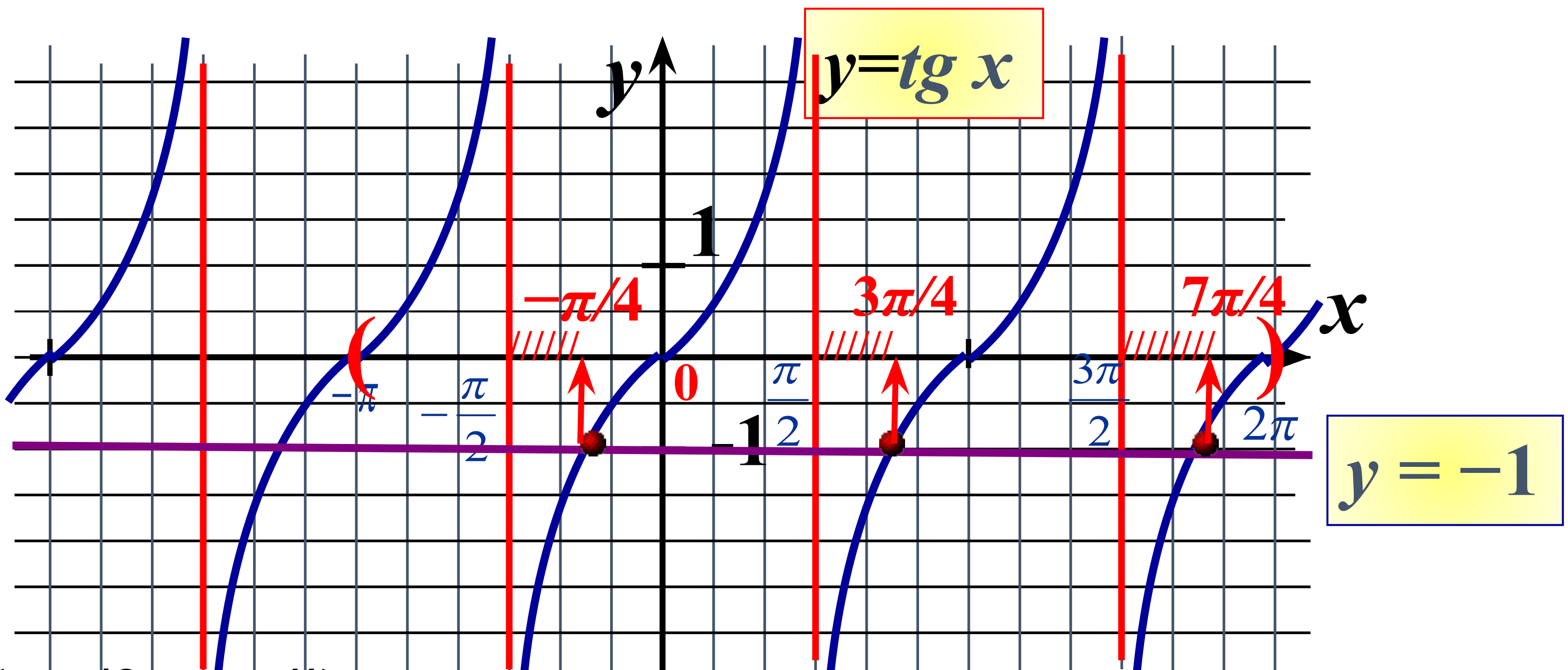
1. **Построим графики функций y=tg*x* и y=1**

2. $x_1 = -3\pi/4$
   $x_2 = \pi/4$
   $x_3 = 5\pi/4$

Задача №2.

Найти все решения неравенства *tgx* < − 1, принадлежащие промежутку –π ≤ *x* ≤ 2π .

1. **Построим графики функций *y* = tg*x* и *y* = −1**



2. $x \in (-\pi/2; -\pi/4)$; $x \in (\pi/2; 3\pi/4)$; $x \in (3\pi/2; 7\pi/4)$