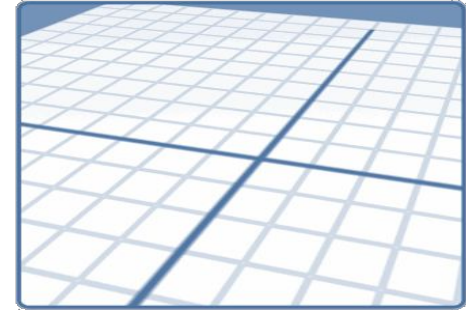
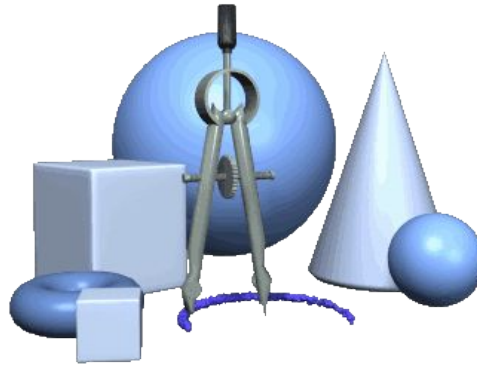


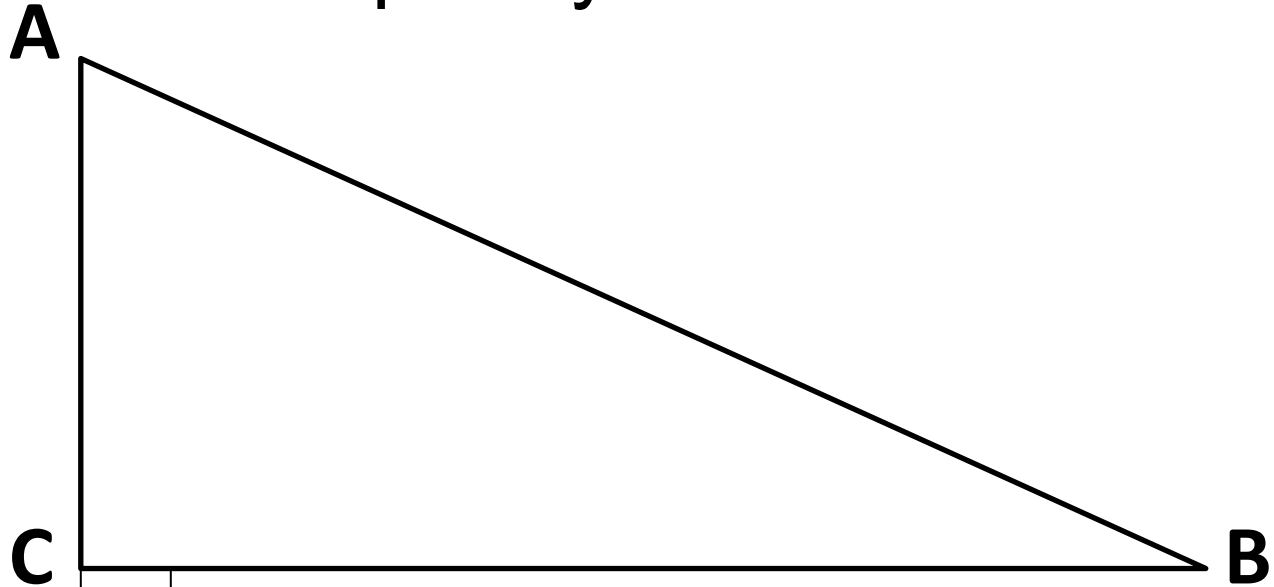


12.12.

Синус, косинус, тангенс угла

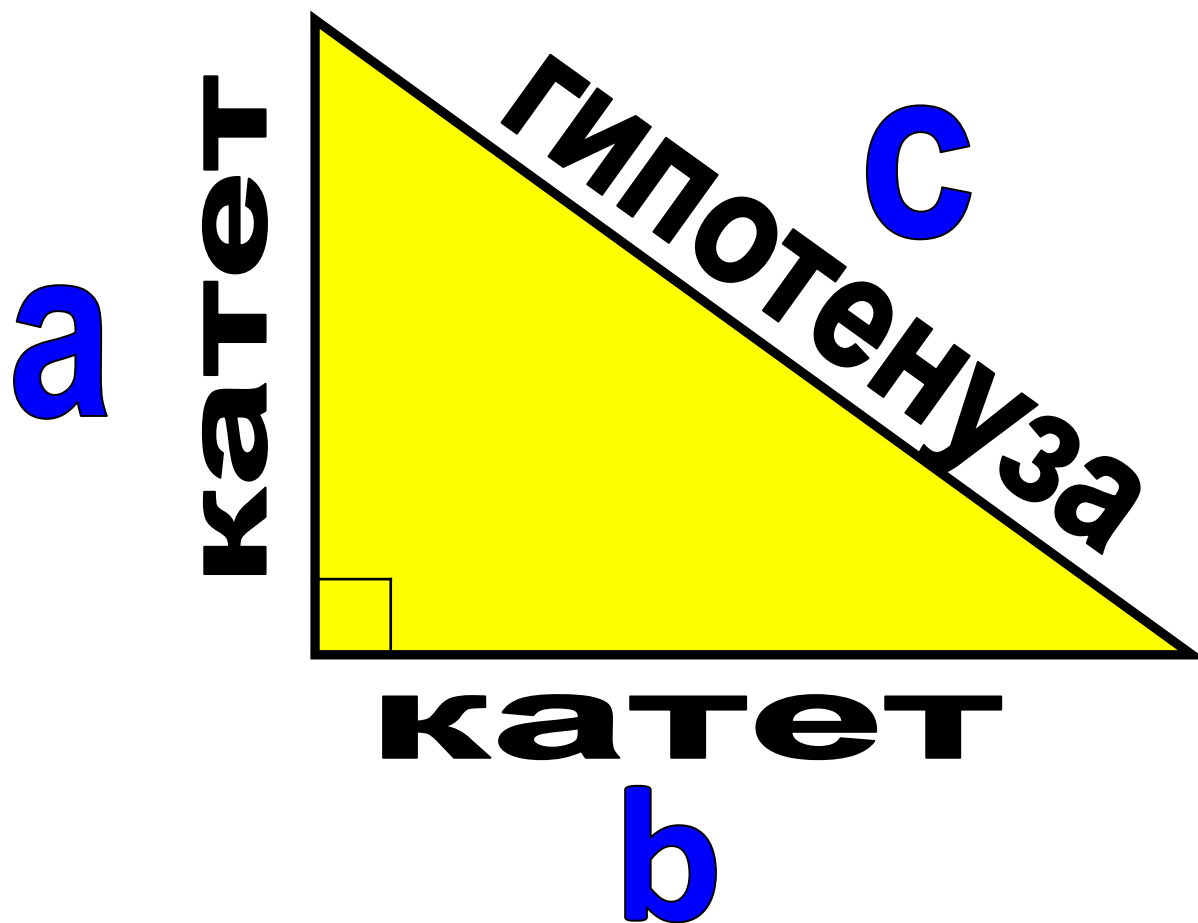


Какой треугольник называется
прямоугольным ?



Треугольник, у которого один угол прямой

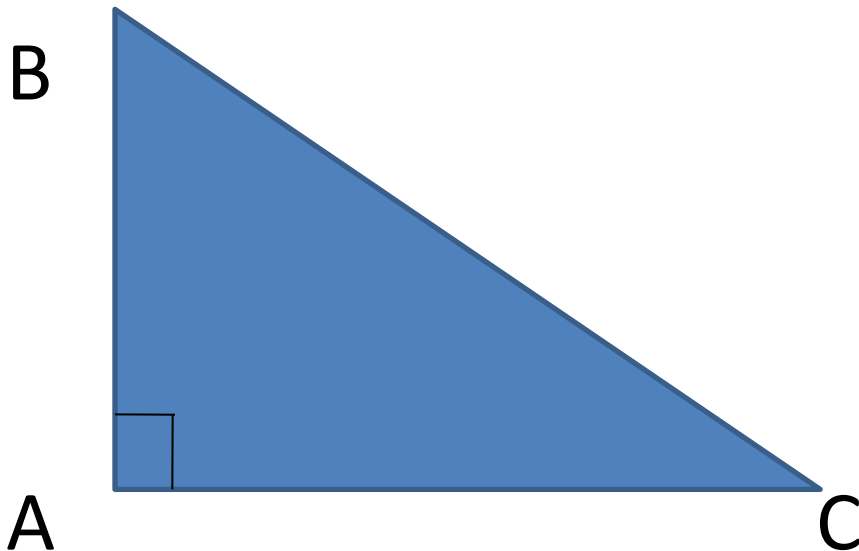
Как называются стороны
прямоугольного треугольника?





Какие свойства, связанные с углами и сторонами прямоугольного треугольника, вы знаете?

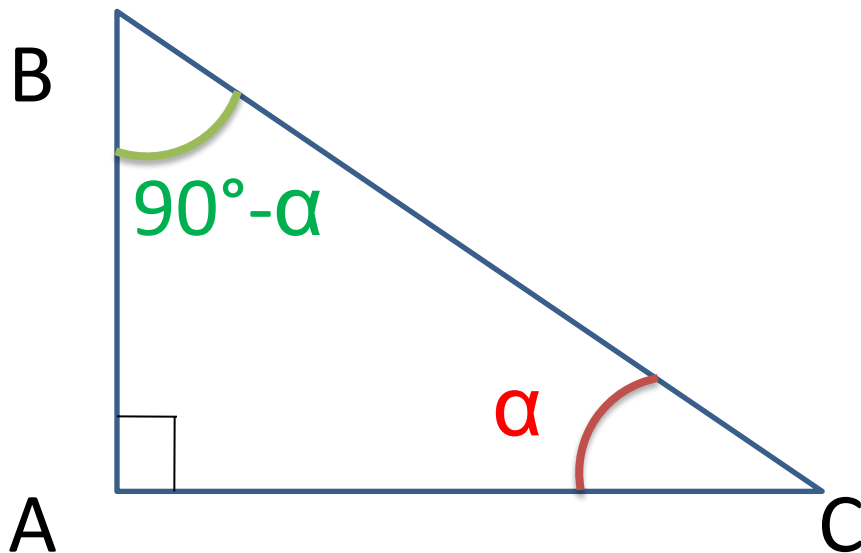
Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .



$$\angle B + \angle C = 90^\circ$$



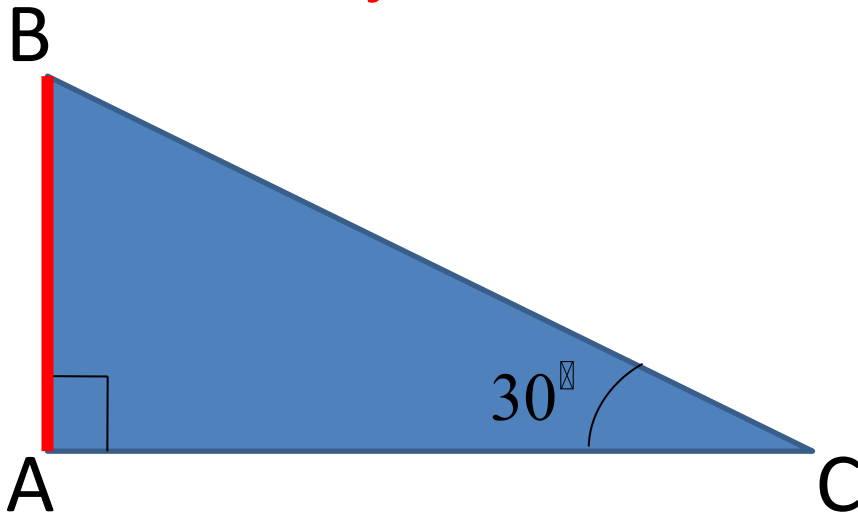
Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90° .



$$\angle B + \angle C = 90^\circ$$



В прямоугольном треугольнике катет,
лежащий напротив угла 30° , равен половине
гипотенузы

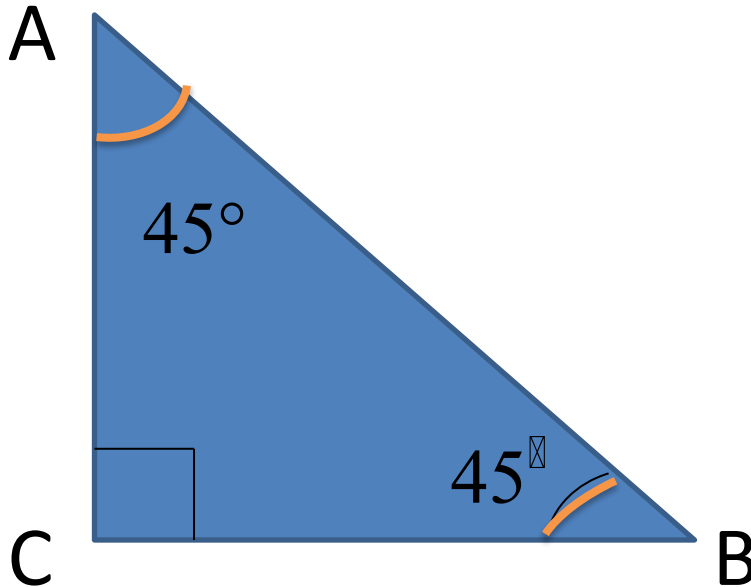


если $\angle C = 30^\circ$,
то $AB = \frac{1}{2} BC$



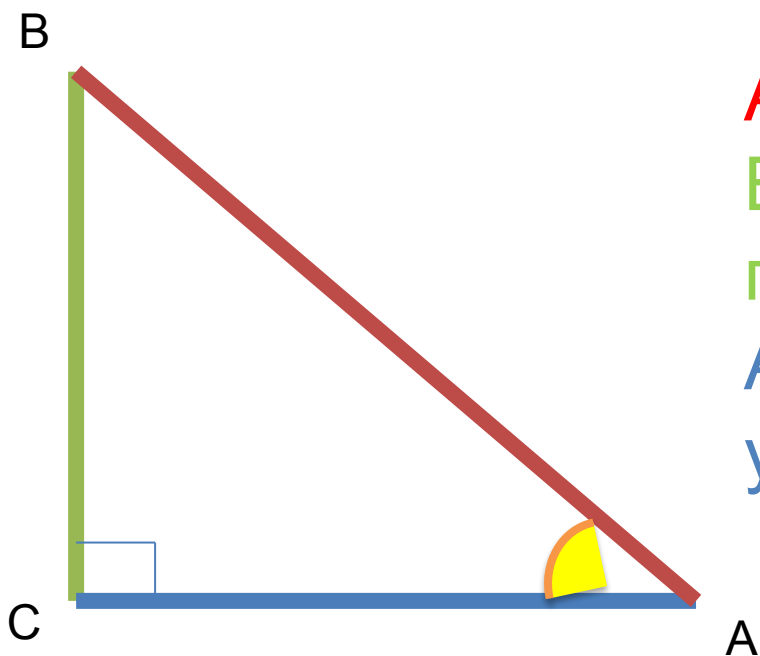


Если в прямоугольном треугольнике один угол равен 45° , то он является равнобедренным



Если $\angle B = 45^\circ$, тогда $\angle A = 45^\circ$

и $\triangle ABC$ будет равнобедренным



AB – гипотенуза

BC – катет,
противолежащий углу A

AC – катет прилежащий к
углу A

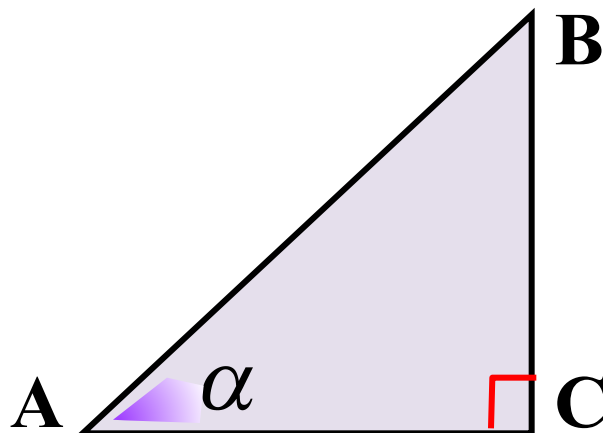


Простая жизненная ситуация

Почему мужчина упал с лестницы?

Определение синуса острого угла прямоугольного треугольника

Для угла A:



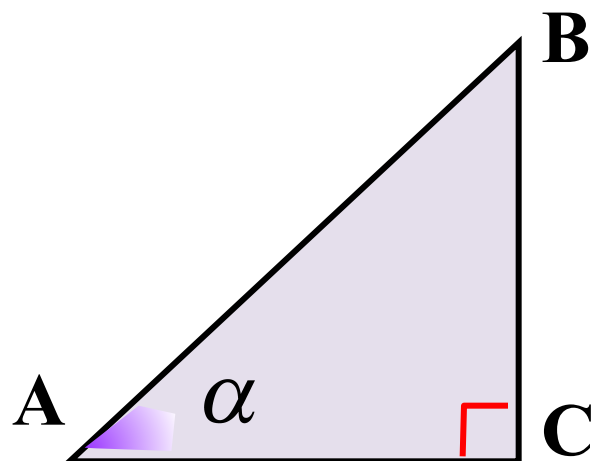
**BC- катет
противолежащий**

AB - гипотенуза

**Синусом острого угла прямоугольного треугольника
называется отношение противолежащего катета к
гипотенузе**

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

Определение косинуса острого угла прямоугольного треугольника



AC - катет прилежащий к углу

A

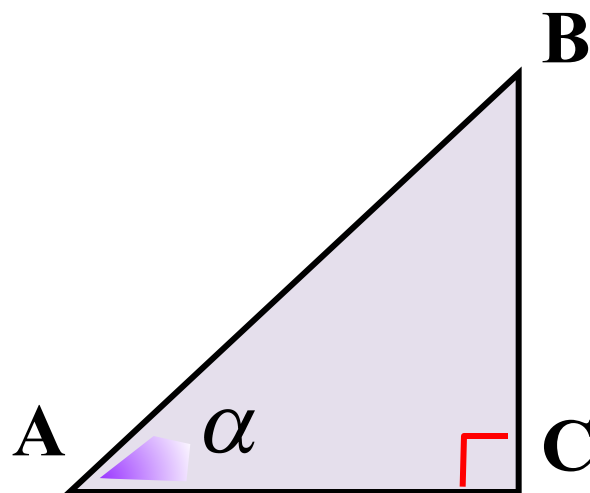
AB -

гипотенуза

**Косинусом острого угла прямоугольного треугольника
называется отношение прилежащего катета к гипотенузе**

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

Определение тангенса острого угла прямоугольного треугольника



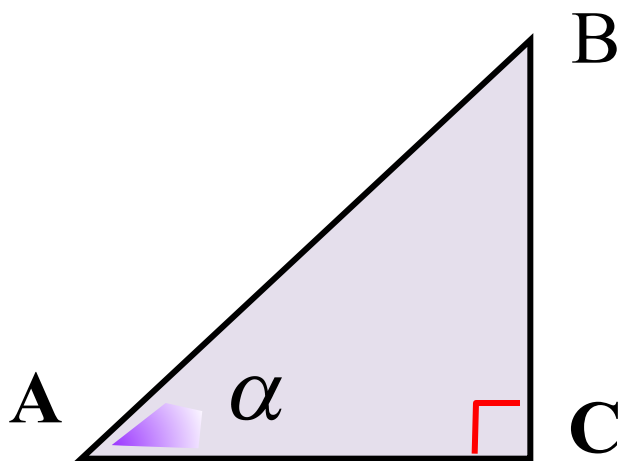
**BC- катет
противолежащий**

**AC- катет прилежащий
к углу A**

Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

Определение котангенса острого угла прямоугольного треугольника



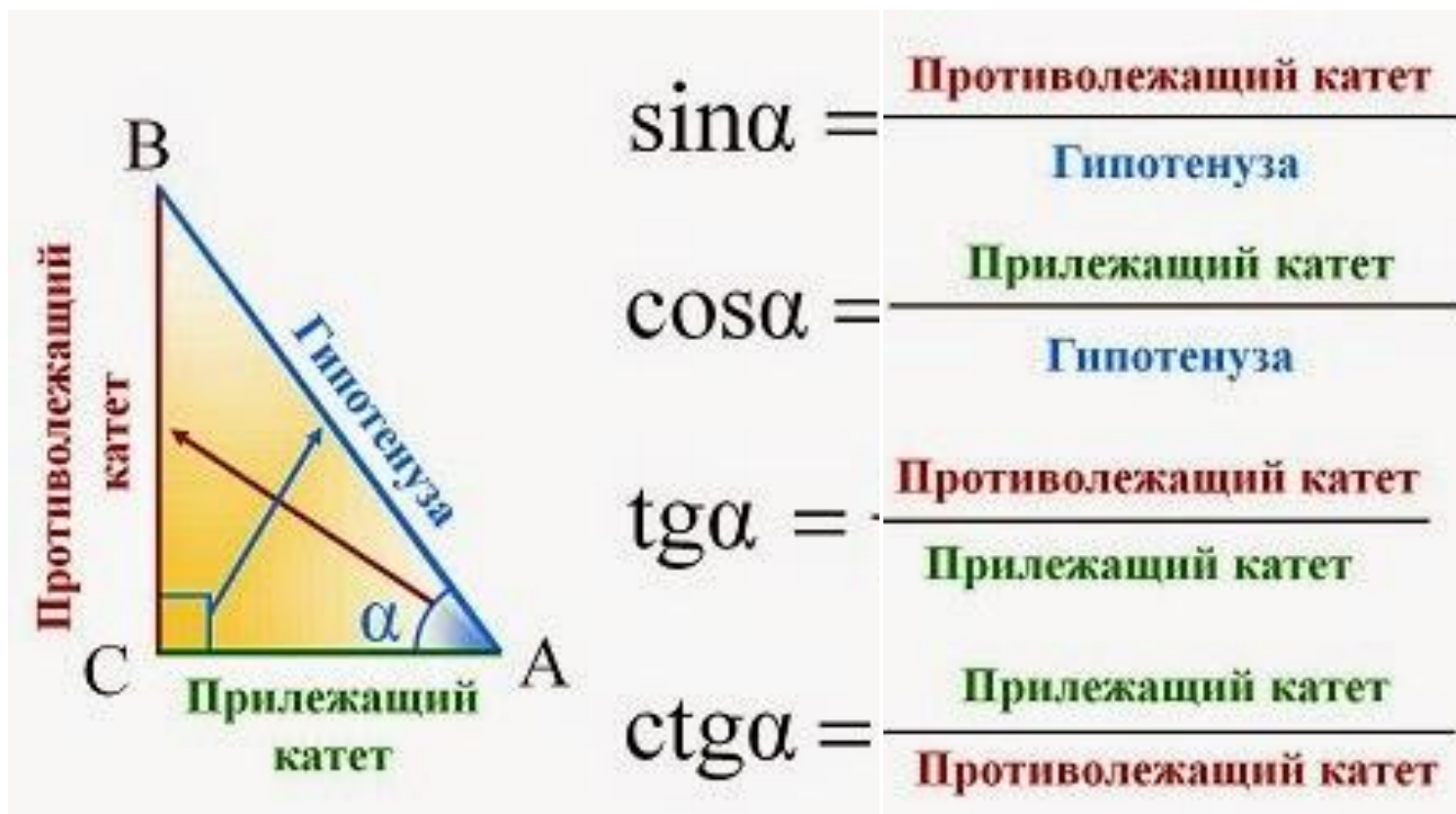
BC- катет **противолежащий**
углу A

AC- катет **прилежащий**
к углу A

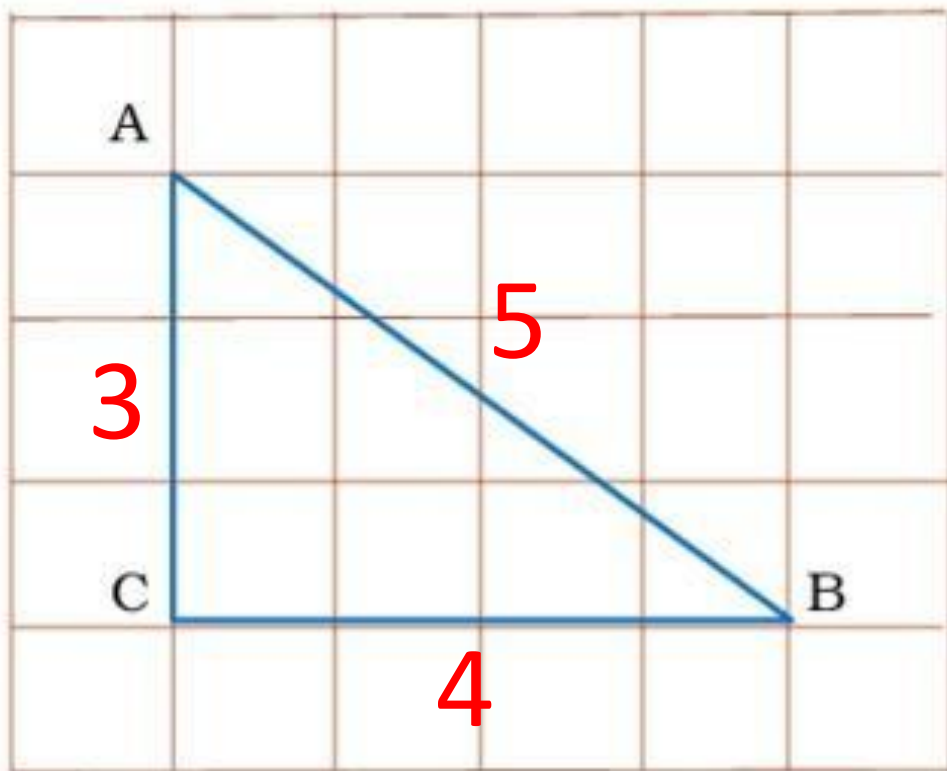
Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника
называется отношение прилежащего катета к
противолежащему

$$\operatorname{ctg} A = \frac{AC}{BC}$$

Определение синуса, косинуса, тангенса острого угла в прямоугольном треугольнике



**Найдите значения синуса,
косинуса и тангенса острых
углов A и B прямоугольного
треугольника ABC**



$$\sin A = \frac{4}{5}$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$$

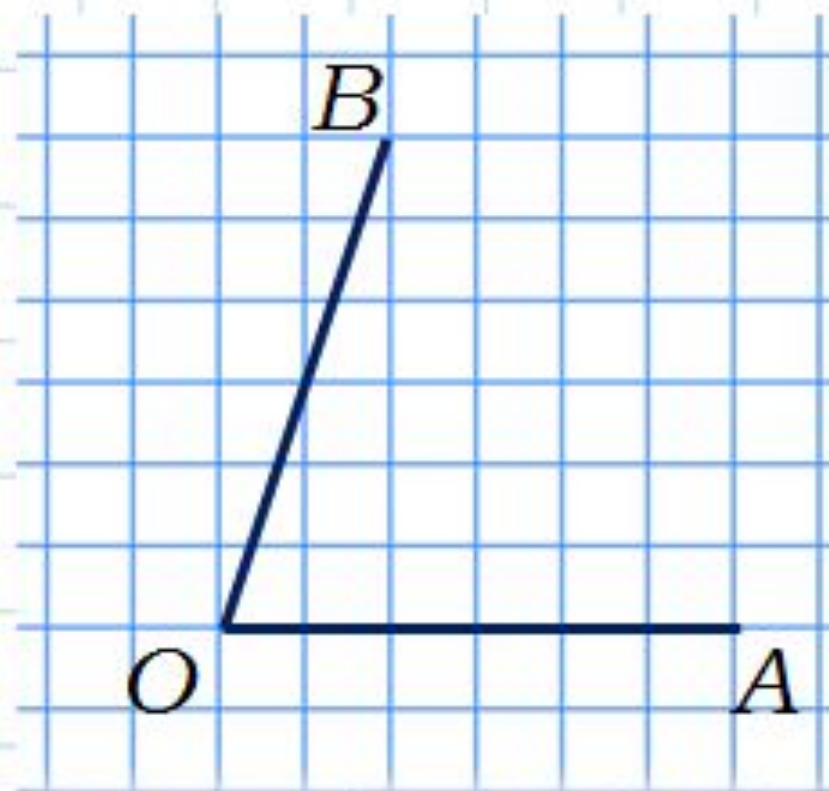
$$\sin B = \frac{3}{5}$$

$$\cos B = \frac{4}{5}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$$

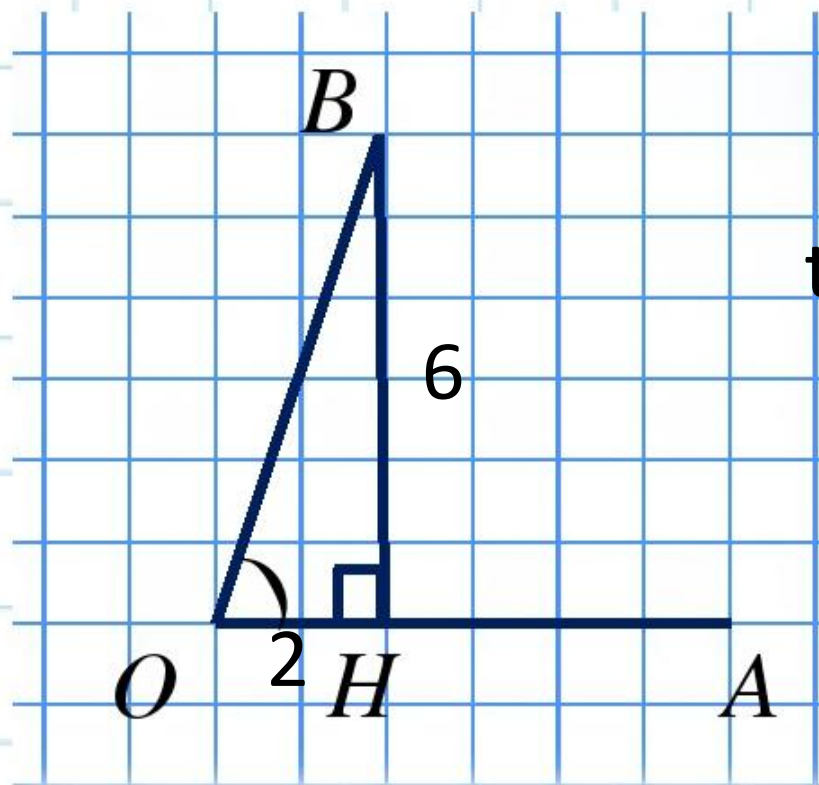
Как тема отражена в ОГЭ.

Задача 1. Найдите тангенс угла, изображенного на рисунке.



Как тема отражена в ОГЭ.

Задача 1. Найдите тангенс угла, изображенного на рисунке.



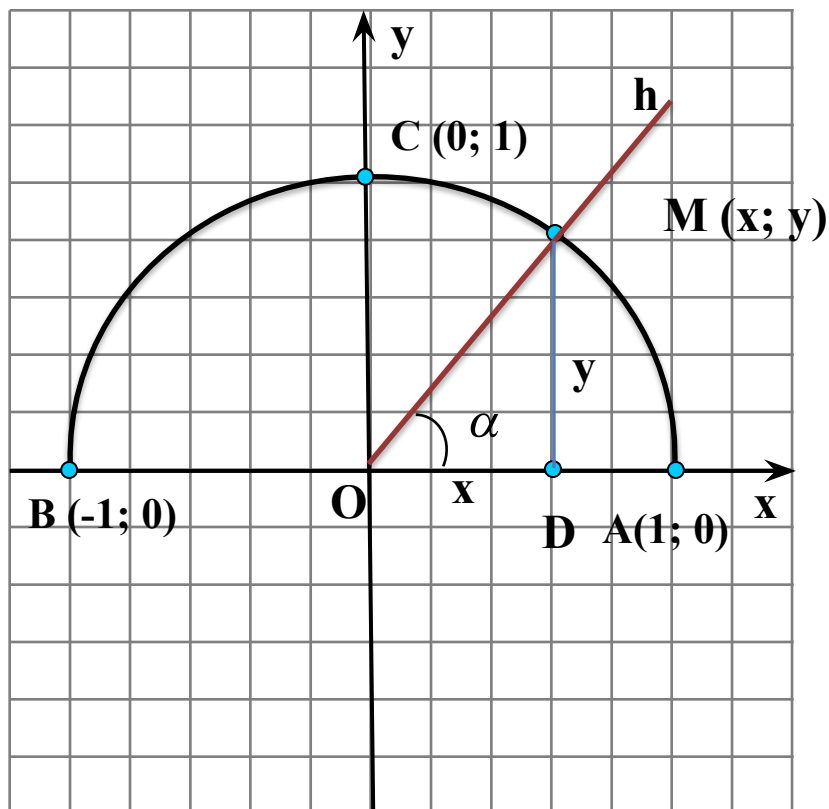
$$\operatorname{tg} O = \frac{6}{2} = 3$$



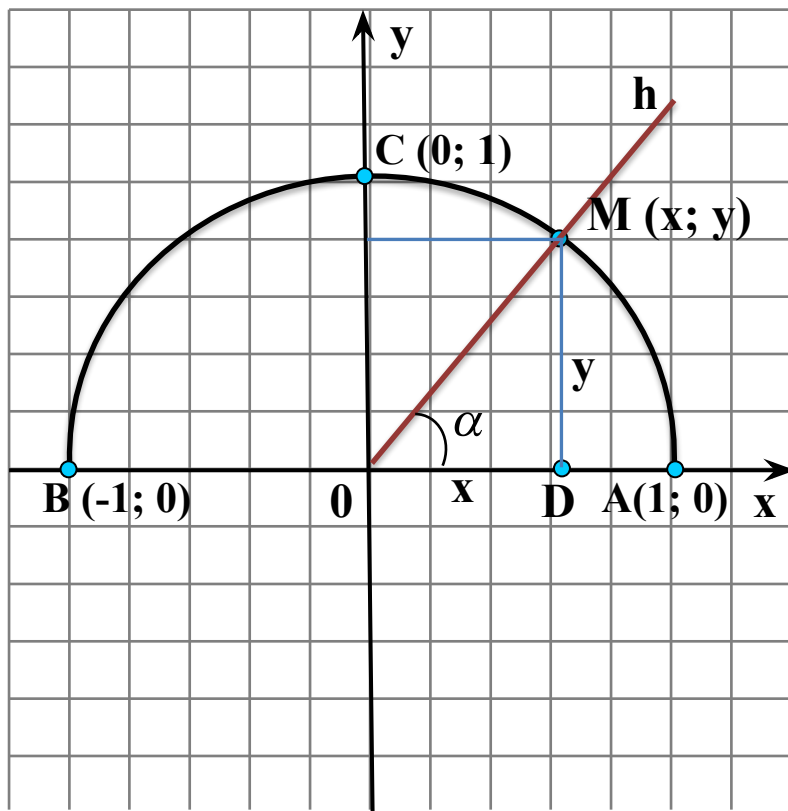
Значения тригонометрических функций острого угла

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$			
$\cos \alpha$			
$\operatorname{tg} \alpha$		1	
$\operatorname{ctg} \alpha$		1	

Определение Полуокружность называется **единичной**, если ее центр находится в начале координат, а радиус равен 1.



Синус, косинус, тангенс угла



$\triangle OMD$ - прямоугольный

$$\sin \alpha = \frac{MD}{OM}$$

$$MD = y$$

$$OM = 1$$



$$\sin \alpha = y$$

Синус угла – ордината y точки M

$$\cos \alpha = \frac{OD}{OM}$$

$$OD = x$$

$$OM = 1$$



$$\cos \alpha = x$$

Косинус угла – абсцисса x точки M

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{MD}{OD}$$

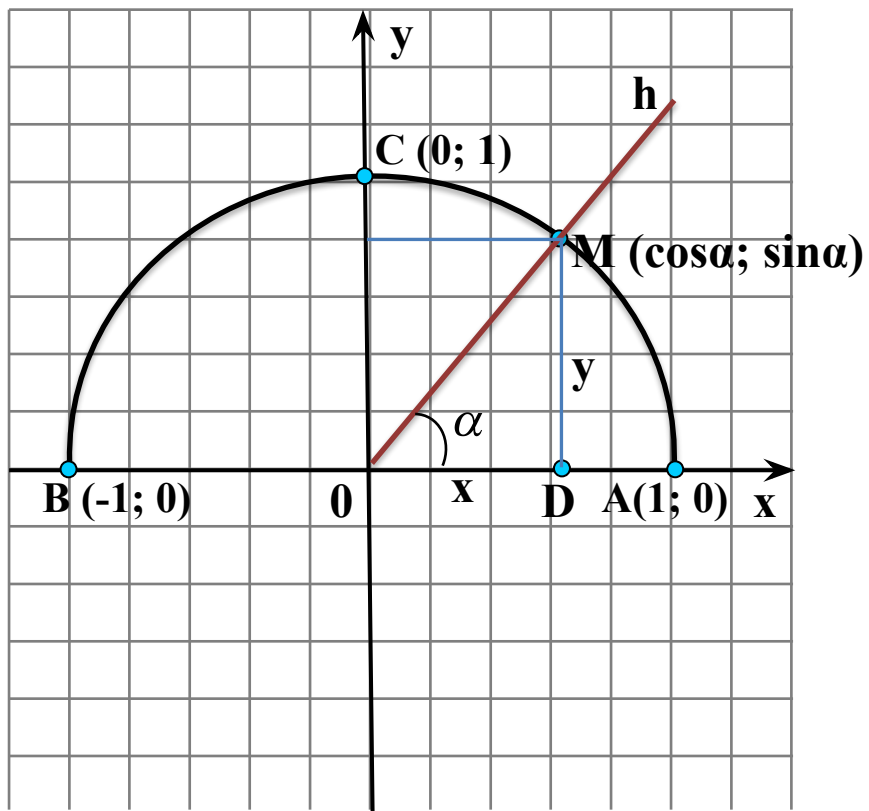
$$MD = y = \sin \alpha$$

$$OD = x = \cos \alpha$$

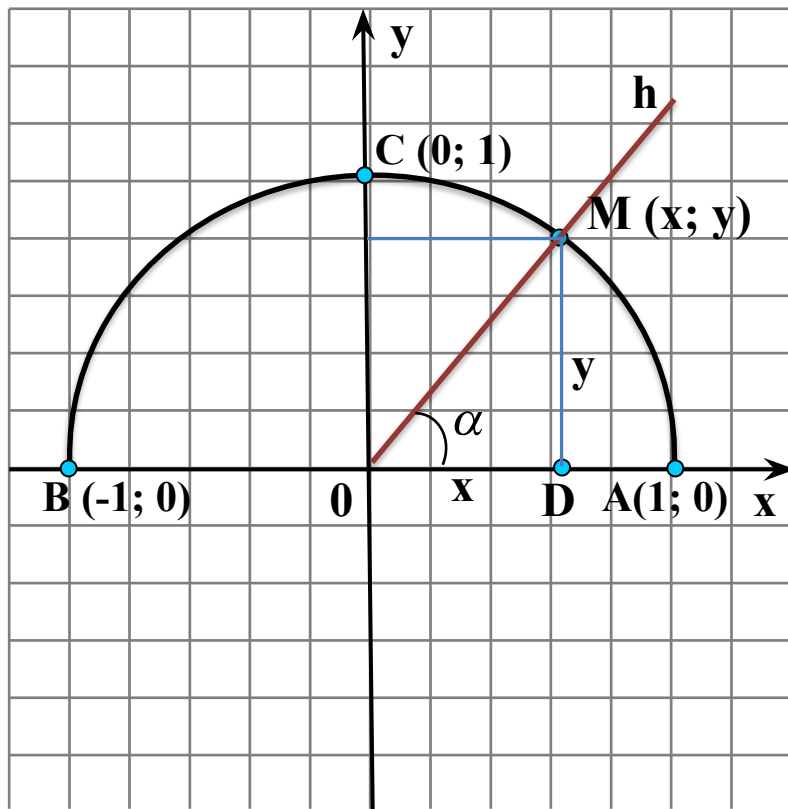


$$\operatorname{tg} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Синус, косинус, тангенс угла



Значения синуса, косинуса



Так как координаты $(x; y)$ заключены в промежутках

$$0 \leq y \leq 1, -1 \leq x \leq 1,$$

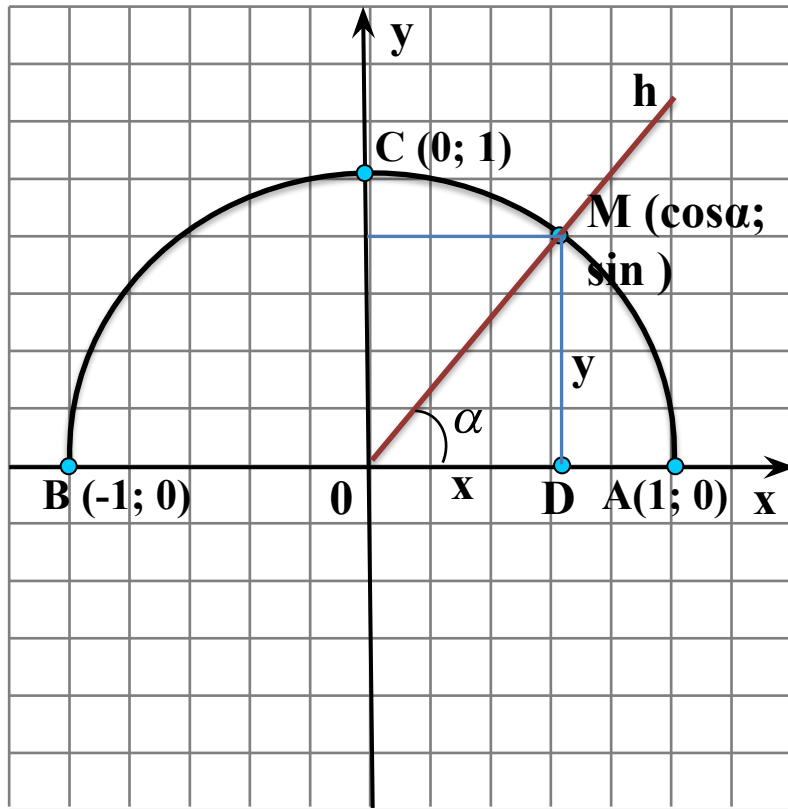
то для любого α из промежутка

$$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$$

справедливы неравенства:

$$\begin{aligned} 0 &\leq \sin \alpha \leq 1, \\ -1 &\leq \cos \alpha \leq 1 \end{aligned}$$

Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 0° , 90° и 180°

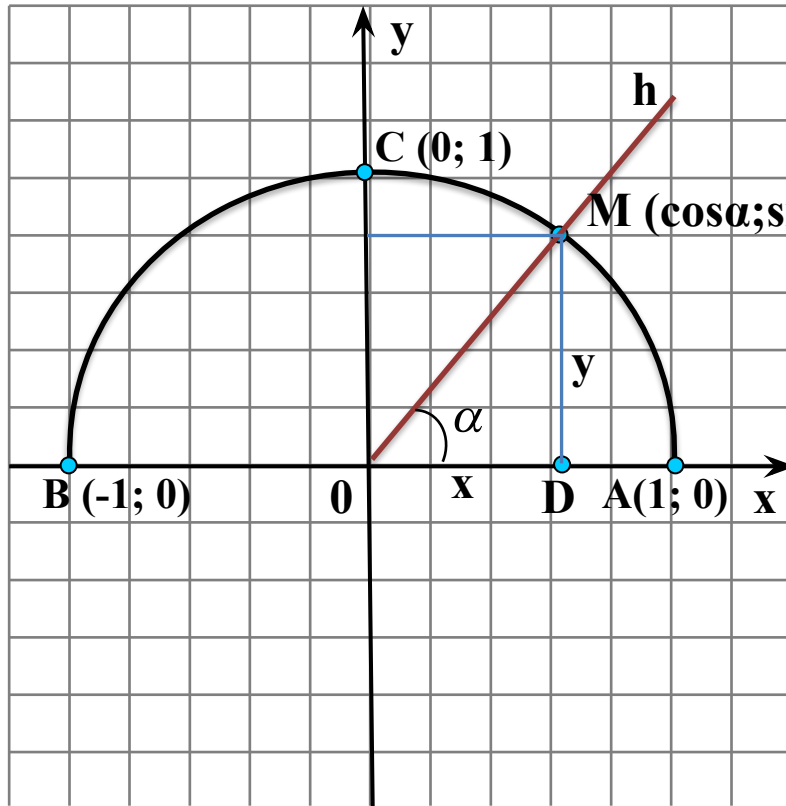


Так как точки А, С и В имеют координаты

А (1; 0), С (0; 1), В (-1; 0), то

α	0°	90°	180°
$\sin \alpha$	0	1	0
$\cos \alpha$	1	0	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	-	0

Основное тригонометрическое тождество



$x^2 + y^2 = 1$ - уравнение окружности

$\sin \alpha = y, \quad \cos \alpha = x$



$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

для любого α из промежутка $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

Задача. Принадлежит ли точка $K(\frac{3}{5}; -\frac{4}{5})$ единичной окружности?

✓ всех точек, лежащих на единичной окружности, $x = \cos \alpha$, $y = \sin \alpha$. Значит для точки K $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

Если точка, лежит на единичной окружности, то должно выполняться основное тригонометрическое тождество $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Проверим, выполняется ли тождество для данной точки K

$$\left(-\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} + \frac{9}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

Ответ: точка $K(\frac{3}{5}; -\frac{4}{5})$ принадлежит единичной окружности

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$



$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

Задача.

Найдите $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}.$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$



$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$$



$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

Если $0 < \alpha < 90^\circ$, то $\cos \alpha > 0$

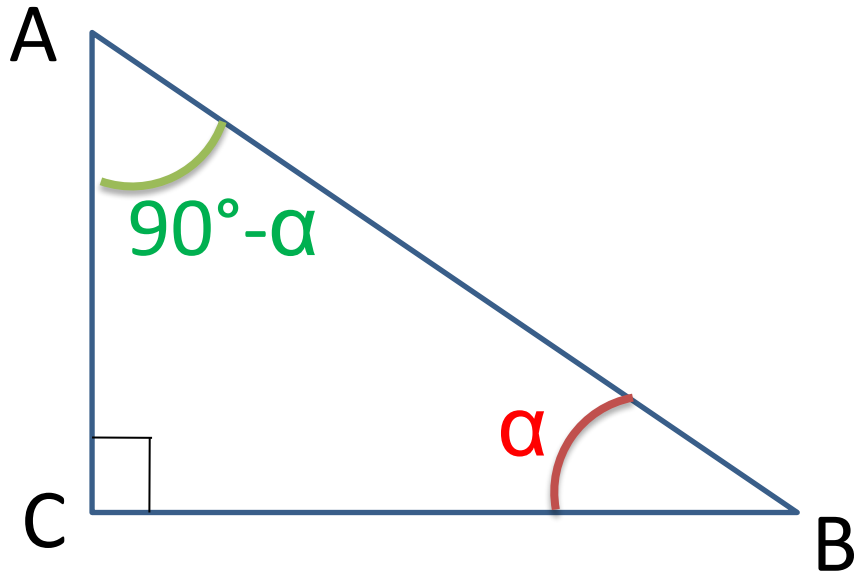
Если $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, то $\cos \alpha < 0$

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

Задача.

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{21}{29}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

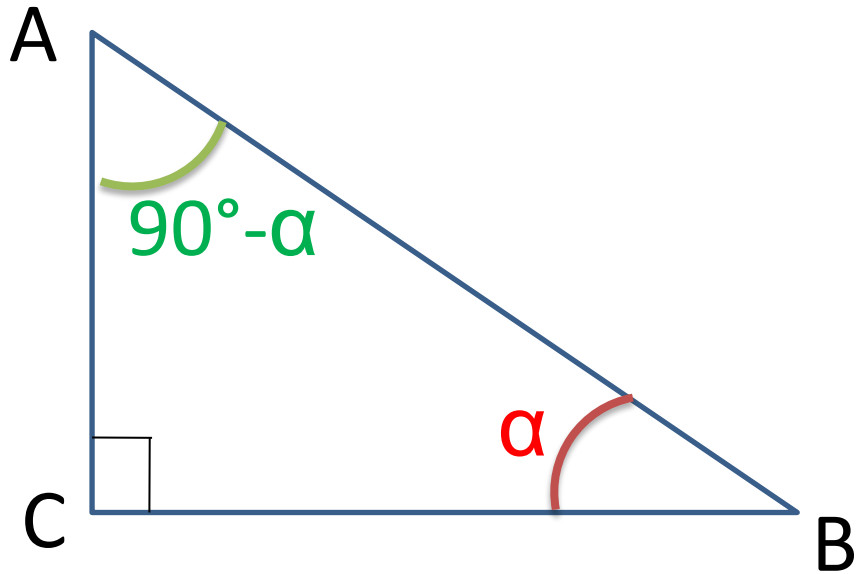
$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{21}{29}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{441}{841}} = -\sqrt{\frac{400}{841}} = -\frac{20}{29}.$$



$$\cos \alpha = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin (90-\alpha) = \frac{BC}{AB}$$

$$\sin (90-\alpha) = \cos \alpha$$



$$\sin \alpha = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

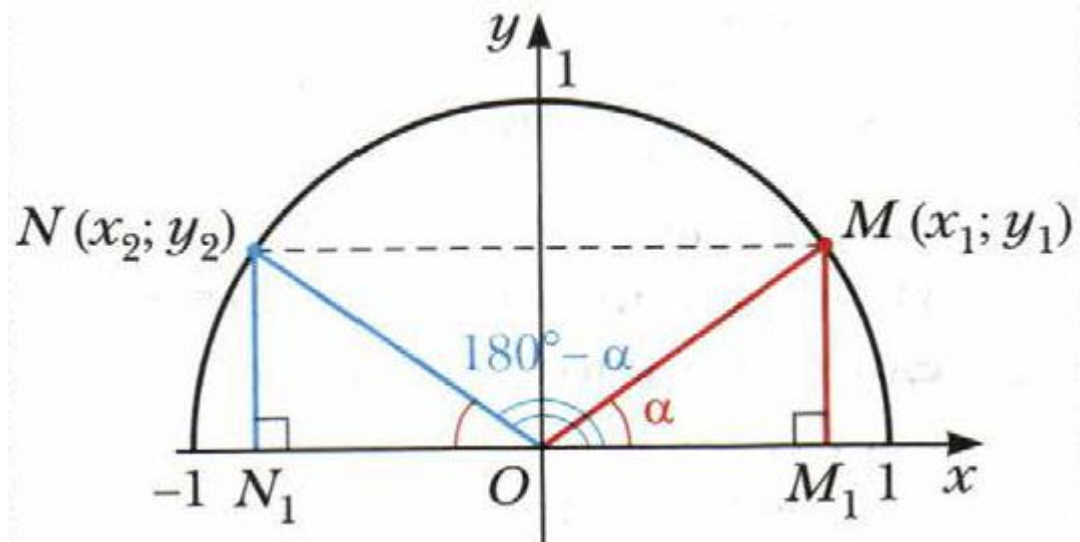
Формулы приведения

Известны из курса 8 класса

$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

при $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$



Пусть углам α и $180^\circ - \alpha$, где $\alpha \neq 0^\circ$, $\alpha \neq 90^\circ$ и $\alpha \neq 180^\circ$, соответствуют точки $M(x_1; y_1)$ и $N(x_2; y_2)$ единичной полуокружности (рис. 4).

Прямоугольные треугольники OMM_1 и ONN_1 равны по гипотенузе и острому углу ($ON = OM = 1$, $\angle MOM_1 = \angle NON_1 = \alpha$). Отсюда $y_2 = y_1$ и $x_2 = -x_1$. Следовательно:

$$\begin{aligned}\sin(180^\circ - \alpha) &= \sin \alpha, \\ \cos(180^\circ - \alpha) &= -\cos \alpha\end{aligned}$$

Формулы приведения

$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

при $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

$$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

при $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$

Задача. Найти значение $\sin 120^\circ$.

В решении будем использовать формулу приведения

$$\sin (180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Заметим, что $120^\circ = 180^\circ - 60^\circ$.

$$\text{Поэтому } \sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Ответ: } \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Задача. Найти значение $\cos 135^\circ$.

В решении будем использовать формулу приведения

$$\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

Заметим, что $135^\circ = 180^\circ - 45^\circ$.

Поэтому $\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\text{Ответ: } \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Задача. Найти значение tg

150° .

В решении будем использовать формулу

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} 150^\circ = \frac{\sin 150^\circ}{\cos 150^\circ}$$

Заметим, что $150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$.

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

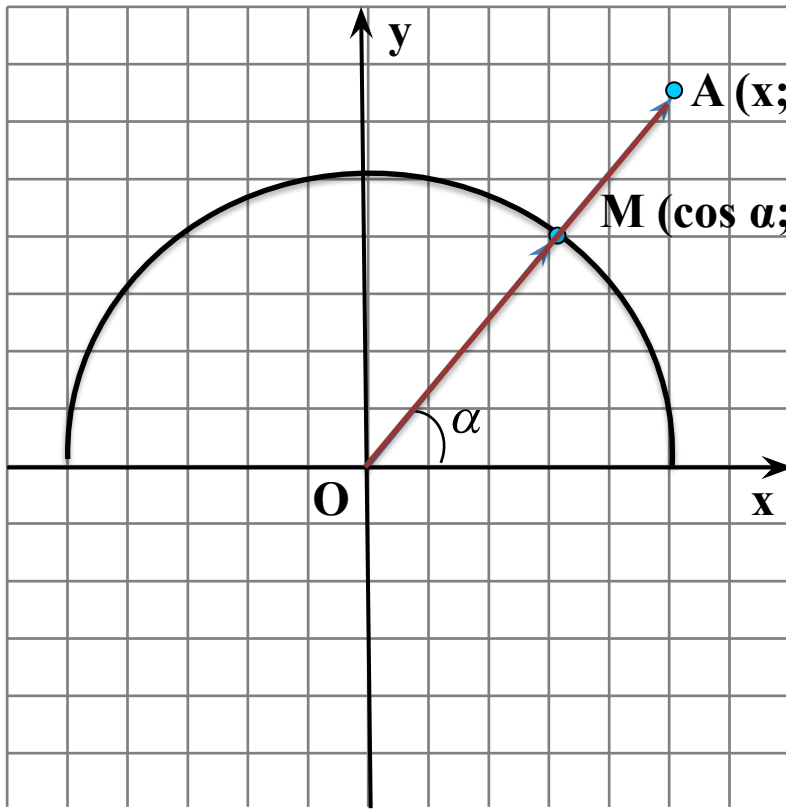
$$\operatorname{tg} 150^\circ = \frac{\sin 150^\circ}{\cos 150^\circ} = \frac{1}{2} : \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Ответ: } \operatorname{tg} 150^\circ = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

Значения тригонометрических функций

	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0				1				0
$\cos \alpha$	1				0				-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0		1		-		-1		0
$\operatorname{ctg} \alpha$	-		1		0		-1		-

Формулы для вычисления координат точки



$A(x; y)$ – произвольная точка

$M(\cos \alpha; \sin \alpha)$

$\overrightarrow{OM} \{ \cos \alpha; \sin \alpha \}$

$\overrightarrow{OA} \{ x; y \}$

$\overrightarrow{OA} = OA \cdot \overrightarrow{OM}$



$$x = OA \cdot \cos \alpha$$

$$y = OA \cdot \sin \alpha$$

Известно, что точка **В** находится на единичной полуокружности. Если даны значения одной из координат этих точек, какие возможны значения другой координаты?

В $(\frac{\sqrt{3}}{2}; \dots)$

а) 0

б) 1

в) -1

г) $\frac{1}{2}$

д) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

е) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ж) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

з) такая точка не может находиться на единичной окружности

Известно, что точка **E** находится на единичной полуокружности. Если даны значения одной из координат этих точек, какие возможны значения другой координаты?

E (...;6)

A) 1

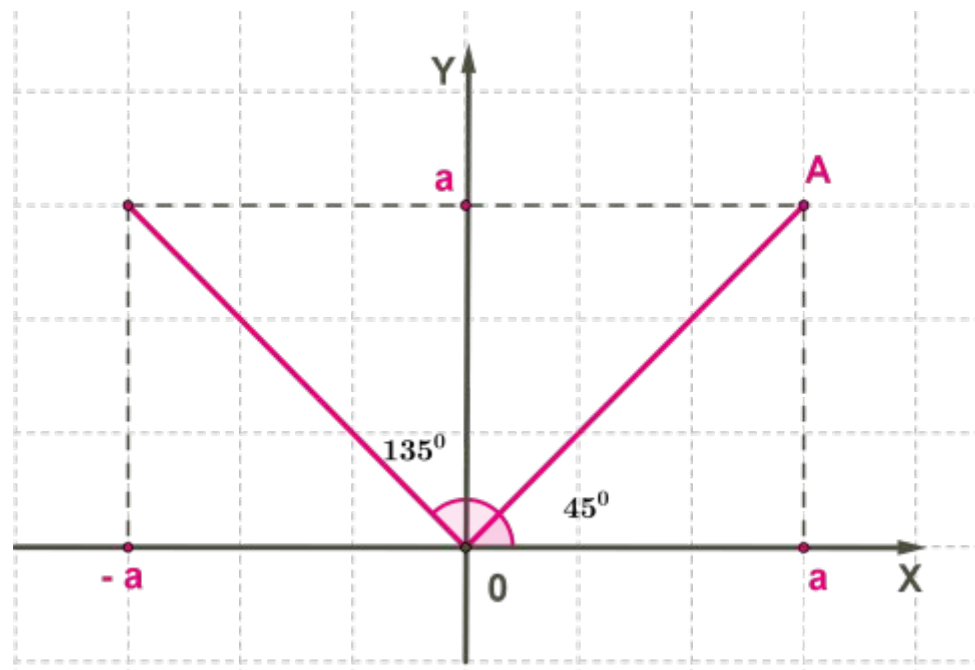
Б) 0

В) 6

Г) -1

Д) -6

Е) такая точка не может находиться на единичной окружности



выполни построение угла α , если известно, что $\operatorname{tg}\alpha=89$.

В качестве ответа присоедини файл с построенным углом и описанием шагов построения.

Так как тангенс угла в прямоугольном треугольнике определяется как соотношение противолежащего и прилежащего катетов, то:

- 1) проводим луч;
- 2) выбираем отрезок любой длины за единицу;
- 3) откладываем от начала луча отрезок длиной 8 единиц;
- 4) строим через начало луча перпендикуляр к лучу (вспомни основные построения циркулем и линейкой или ещё раз повтори их);
- 5) на перпендикулярном луче откладываем от начала луча отрезок длиной 9 единиц;
- 6) соединяем конечные точки отрезков;
- 7) угол напротив катета длиной 8 есть искомый угол.