

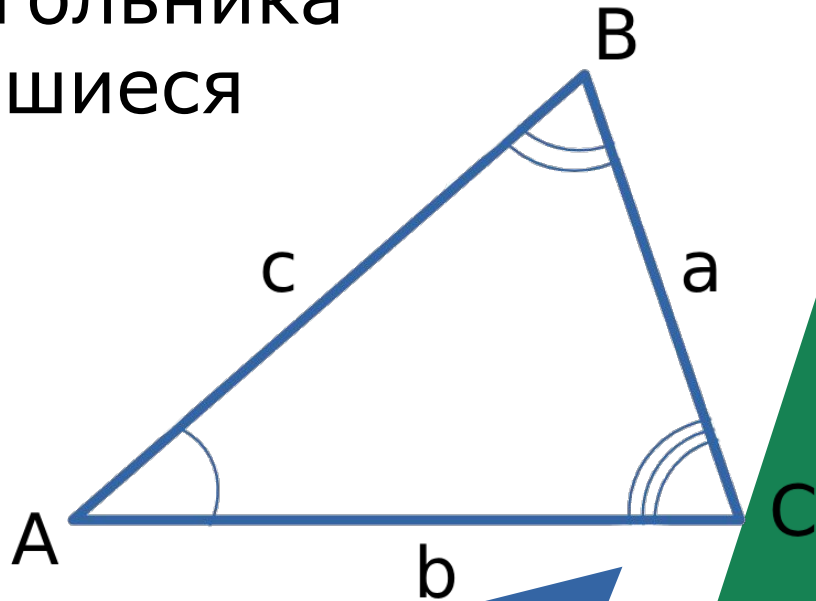


Решение треугольников

**Адамчик
Надежда
Алексеевна
МБОУ «СОШ№113
им. С. Семенова».
г. Барнаул**

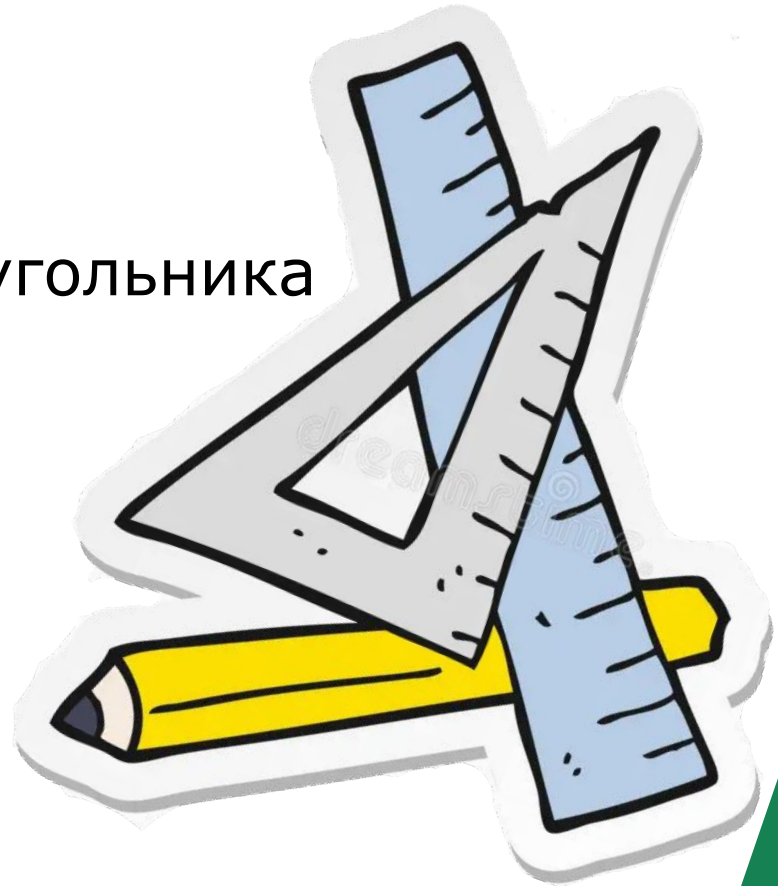
Что значит решить «треугольник»?

- Решить треугольник — это значит по трем известным элементам треугольника найти три оставшиеся элемента.

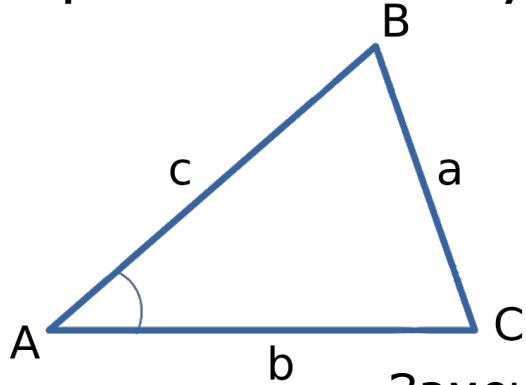


При решении треугольника используют три теоремы:

- теорема косинусов
- теорема синусов
- теорема о сумме углов треугольника



Теорема косинусов. Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2BA \cdot AC \cos A$$

Замечание: 1) Если в треугольнике $\angle A$ — тупой, то $\cos \angle A < 0$.

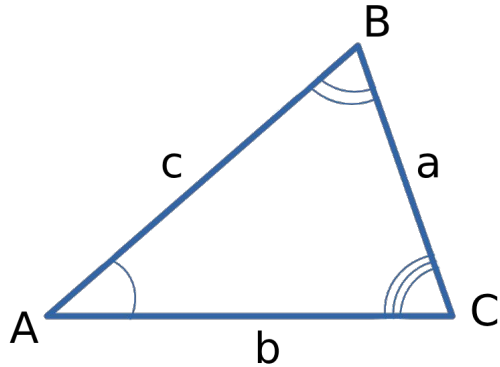
2) Если a — наибольшая сторона треугольника и

$a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow$ треугольник остроугольный

$a^2 > b^2 + c^2 \Rightarrow$ треугольник тупоугольный

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow$ треугольник прямоугольный

Теорема синусов. Стороны
треугольника пропорциональны
синусам противолежащих углов.

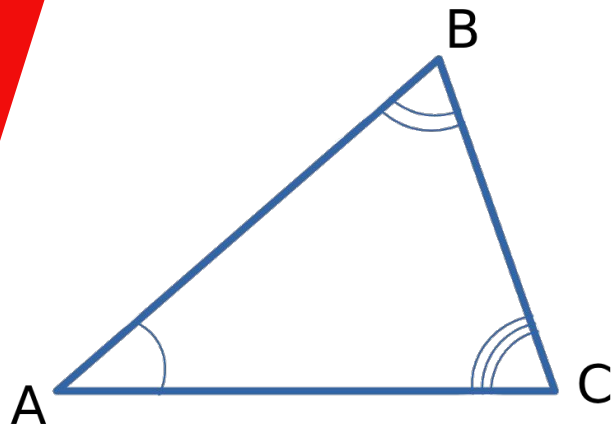


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

Замечание: В теореме синусов каждое из трех отношений равно $2R$, где R -радиус окружности описанной около треугольника

Теорема о сумме углов треугольника.

Сумма углов треугольника равна 180° .

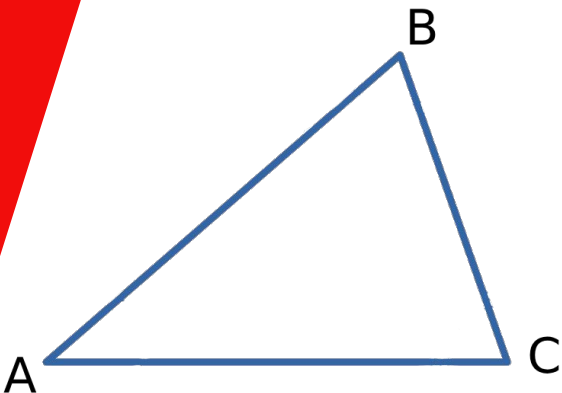


$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^{\circ}$$

В треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.

Задача 1.

В треугольнике даны сторона и два прилежащих к ней угла $BC=5$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$. Найти третий угол и две стороны.



Дано: $\triangle ABC$, $BC=5$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$

Найти: AB , AC , $\angle A$

Решение:

$\triangle ABC$, $\angle B=30^\circ$, $\angle C=45^\circ$ (условие)

$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$ теорема о сумме углов

$$\angle A=180^\circ-(30^\circ+45^\circ)=105^\circ$$

По теореме синусов $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C}$ находим AC и AB

$$AC=(5 \cdot \sin 30^\circ) / \sin 105^\circ \approx 5 \cdot 0,5 / 0,966 \approx 2,59$$

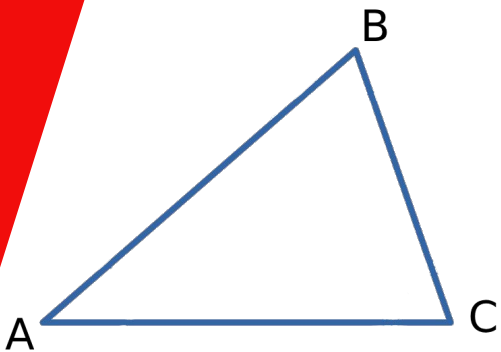
$$AB=(5 \cdot \sin 45^\circ) / \sin 105^\circ \approx 5 \cdot 0,707 / 0,966 \approx 3,6$$

6

Ответ: $AB=3,66$; $AC=2,59$;

Задача 2.

- В треугольнике даны две стороны и угол между ними. $AC=8$, $BC=12$, $\angle C=60^\circ$. Найти остальные элементы треугольника.



Дано $\triangle ABC$, $AC=8$, $BC=12$, $\angle C=60^\circ$

∴ Найти: AB , $\angle A$, $\angle B$

Решение: рассмотрим $\triangle ABC$, используем теорему косинусов $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$

$$AB^2 = 144 + 64 - 2 \cdot 12 \cdot 8 \cdot 0,5 = 122 \Rightarrow AB \approx 10,6$$

Из теоремы косинусов $\Rightarrow \cos \angle A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC}$

$$\cos \angle A = \frac{122 + 64 - 144}{2 \cdot 10,6 \cdot 8} \approx 0,189 \Rightarrow \angle A \approx 79^\circ$$

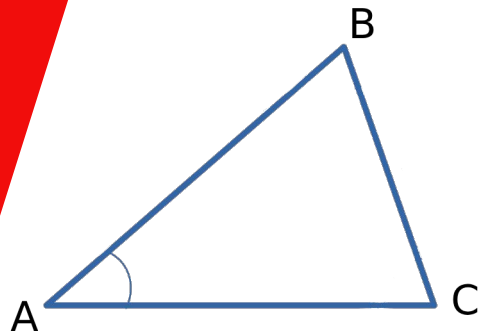
По теореме о сумме углов треугольника $\angle B = 180^\circ - (79^\circ + 60^\circ) = 41^\circ$

Ответ: $AB=10,6$;

$\angle B=41^\circ$; $\angle A=79^\circ$

Задача 3.

В треугольнике ABC даны две стороны и угол противолежащей одной из них. $BC=6, AC=8$ и $\angle A=30^\circ$



Дано $\triangle ABC$, $BC=6$, $AC=8$, $\angle A=30^\circ$

Найти: AB , $\angle C$, $\angle B$

Решение: По теореме синусов находим $\sin \angle B$

$$\sin \angle B = \frac{AC}{BC} \cdot \sin \angle A = \frac{8}{6} \cdot \sin 30^\circ \approx 0,667$$

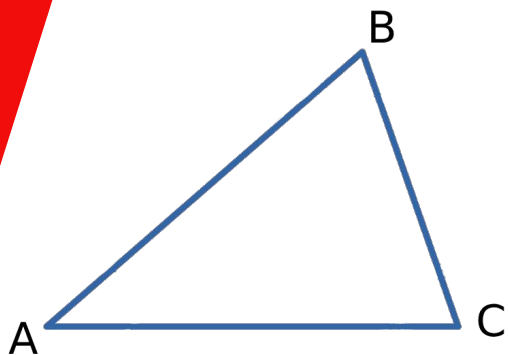
Значению синусов соответствуют два угла 42° и 138° .
Рассмотрим $\angle B_1=42^\circ$. Найдем третий угол
 $\angle C=180^\circ-(30^\circ+42^\circ)=108^\circ$, по теореме синусов находим
третью сторону $AB=(AC \cdot \sin \angle C) / \sin \angle B$
 $AB=(8 \cdot \sin 108^\circ) / \sin 42^\circ$

$AB \approx 11,4$. Аналогично по $\angle B_2=138^\circ$, находим $\angle C=12^\circ$,
Ответ: $AB=11,4$; $\angle C=108^\circ$;
 $AB \approx 2,49$; $\angle B=42^\circ$.

$AB=2,49$; $\angle C=12^\circ$; $\angle B=138^\circ$

Задача 4.

В треугольнике ABC даны три стороны. $AB=2$, $BC=3$, $AC=4$. Найти его углы.



Дано $\triangle ABC$, $AB=2$, $BC=3$, $AC=4$

Найти: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$

Решение: По теореме косинусов находим $\cos \angle A$

$$\cos \angle A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{4 + 16 - 9}{2 \cdot 2 \cdot 4} \approx 0,875, \angle A \approx 29^\circ$$

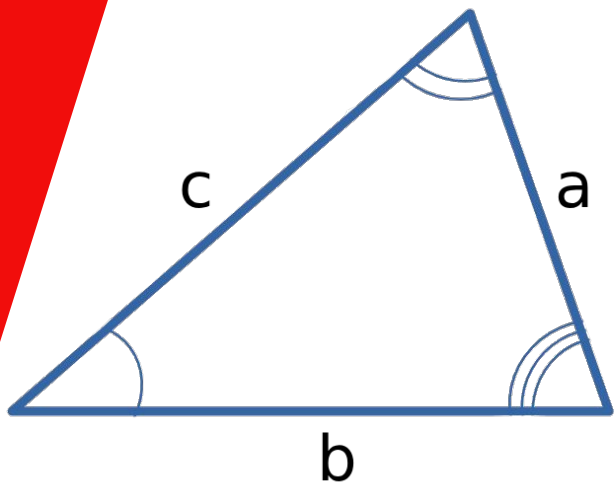
Аналогично находится $\cos \angle B \approx 0,688$, $\angle B \approx 47^\circ$.

По теореме о сумме углов в треугольнике находим $\angle C = 180^\circ - 29^\circ - 47^\circ = 104^\circ$

Ответ: $\angle A = 29^\circ$; $\angle B = 47^\circ$;
 $\angle C = 104^\circ$.

Задача 5.

Определить вид треугольника, если $a=4$, $b=6$, $c=7$.



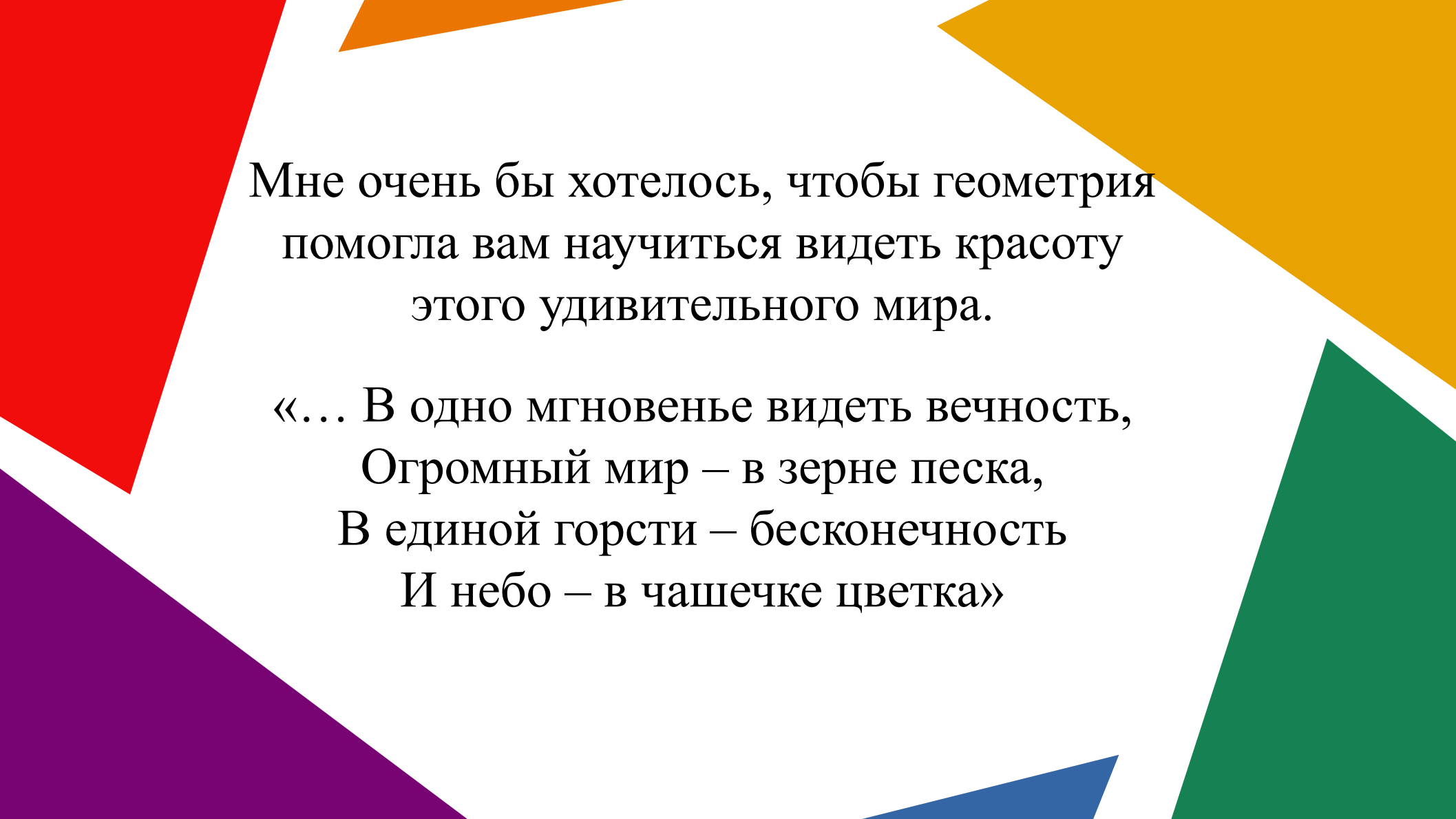
Дано $\triangle ABC$, $a=4$, $b=6$, $c=7$

· Определить вид $\triangle ABC$

Решение: Найдем квадрат наибольшей стороны треугольника и сумму квадратов двух других сторон.
 $7^2=49$ и $4^2+6^2=52$

Сравним эти величины $49 < 52 \Rightarrow$ треугольник остроугольный (замечание слайд 4)

Ответ: треугольник остроугольный



Мне очень бы хотелось, чтобы геометрия
помогла вам научиться видеть красоту
этого удивительного мира.

«... В одно мгновение видеть вечность,
Огромный мир – в зерне песка,
В единой горсти – бесконечность
И небо – в чашечке цветка»