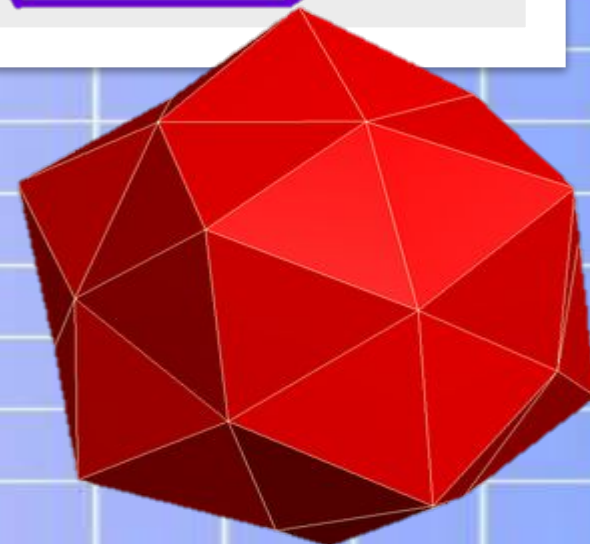
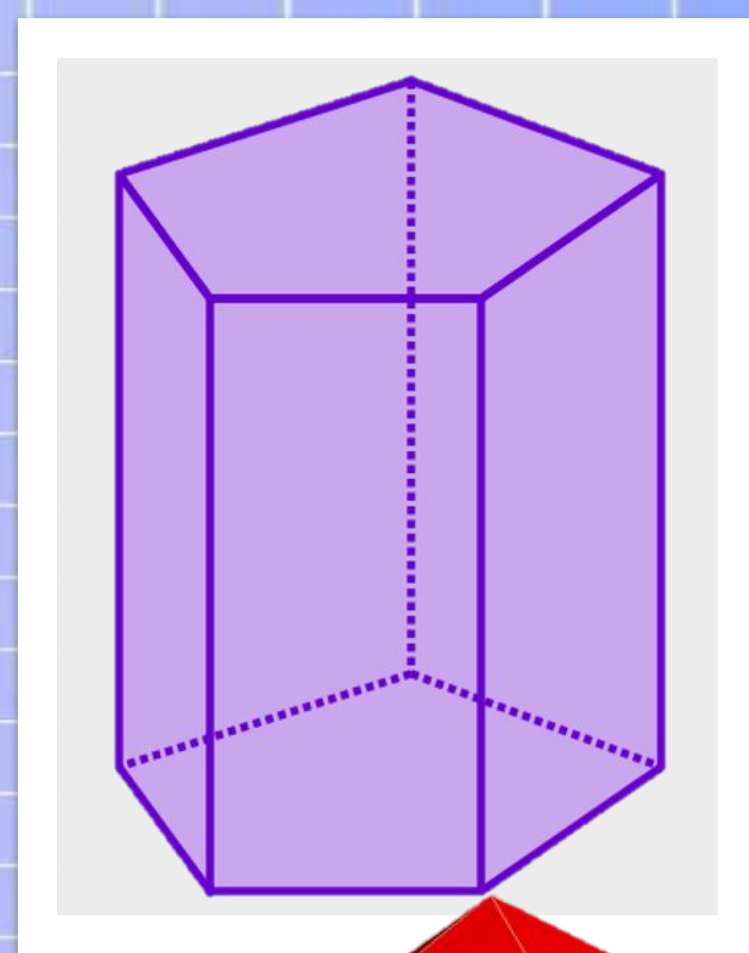
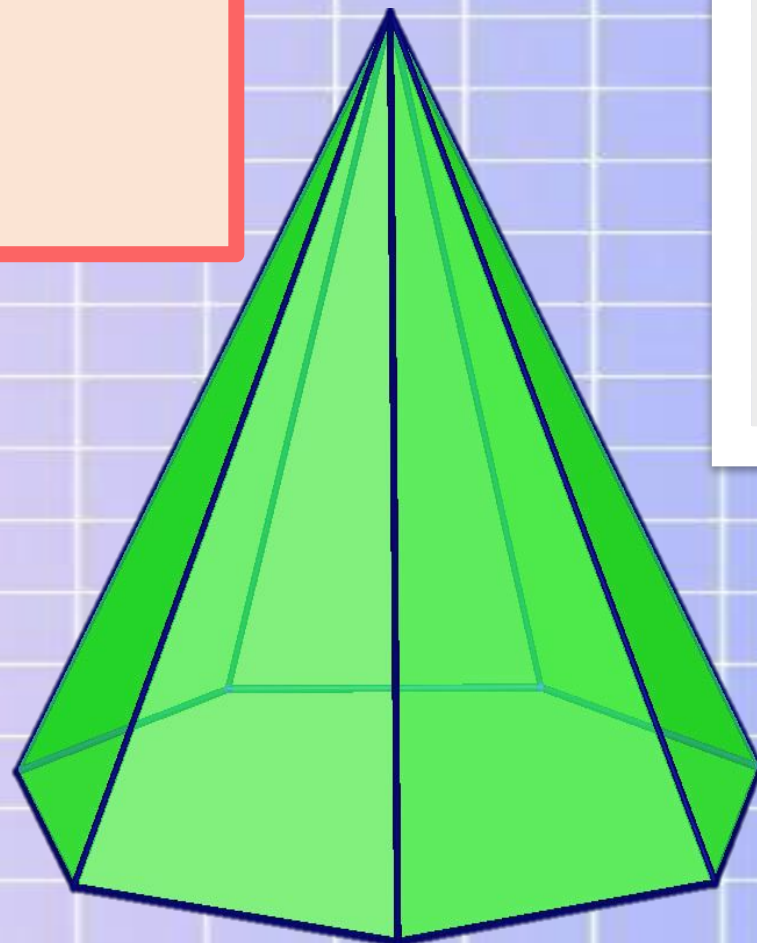
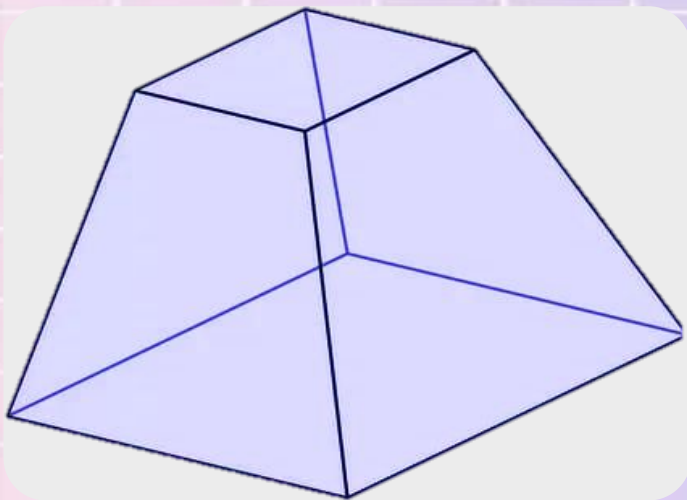


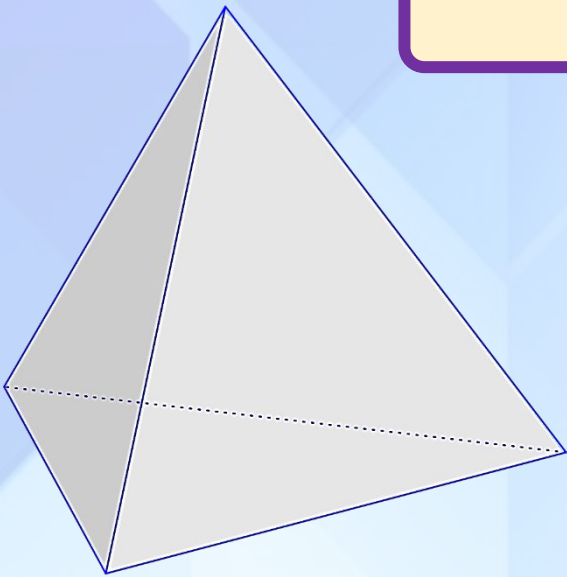
# Многогранники



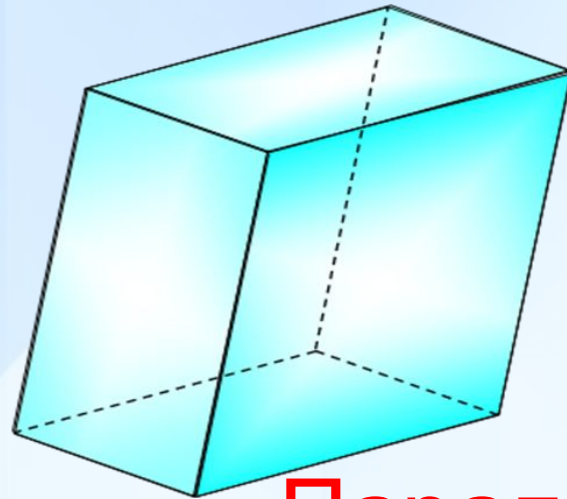
# Что такое многогранник?

**Поверхность**, составленную из многоугольников и ограничивающую некоторое геометрическое тело, называют **многогранной поверхностью** или **многогранником**.

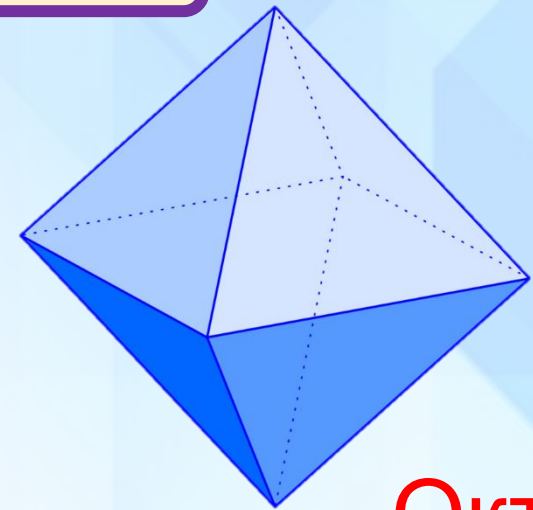
Примеры многогранников



Тетра

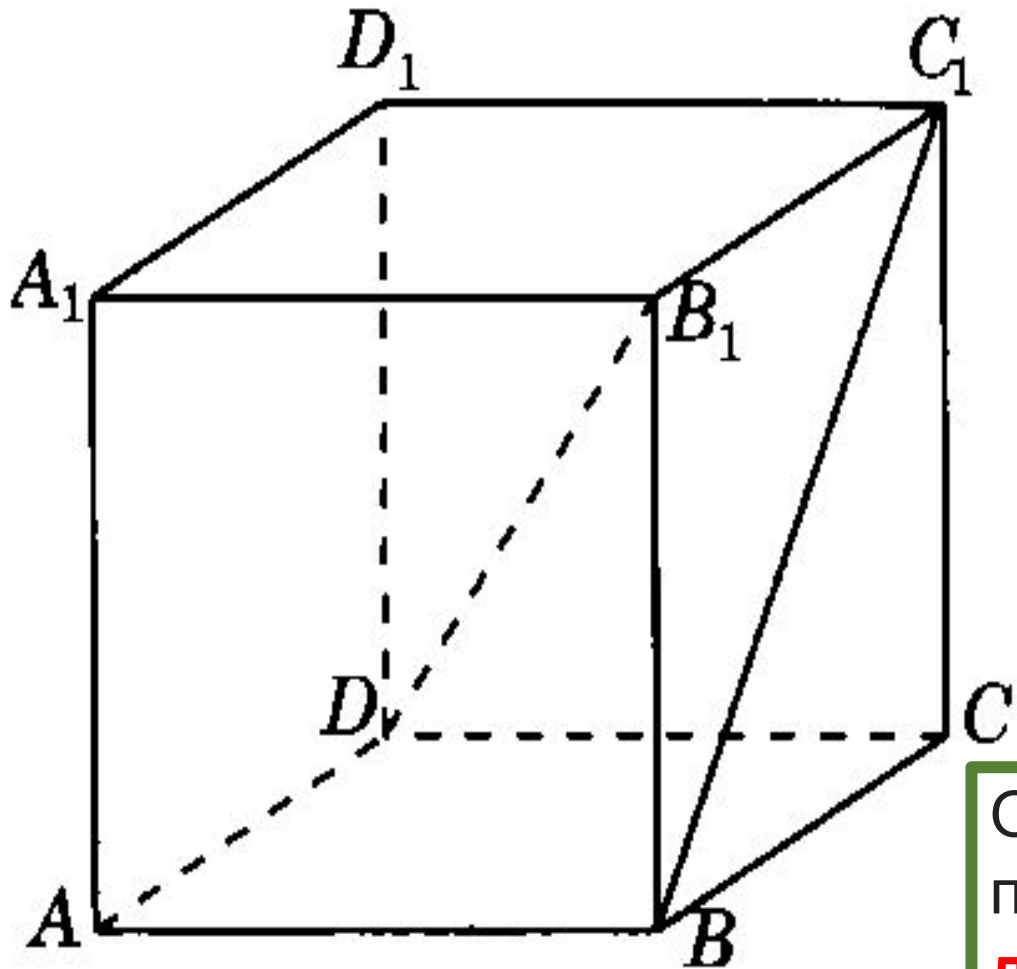


Параллеле  
пипед



Октаэ  
др

Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются **его гранями**. Например,  $AA_1D_1A$  (**перечислите остальные**)

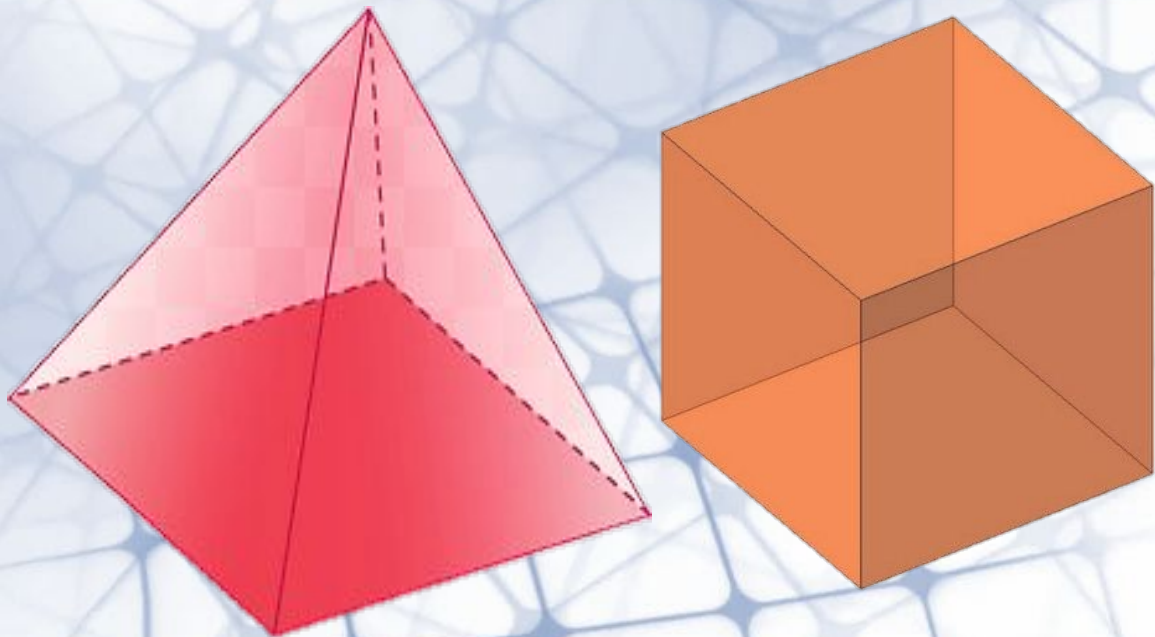


Стороны граней называются **рёбрами** ( $AD$ ,  $DC$ , **перечислите остальные**), а концы рёбер – **вершинами** ( $A$ ,  $B$ , **перечислите остальные**) многогранника.

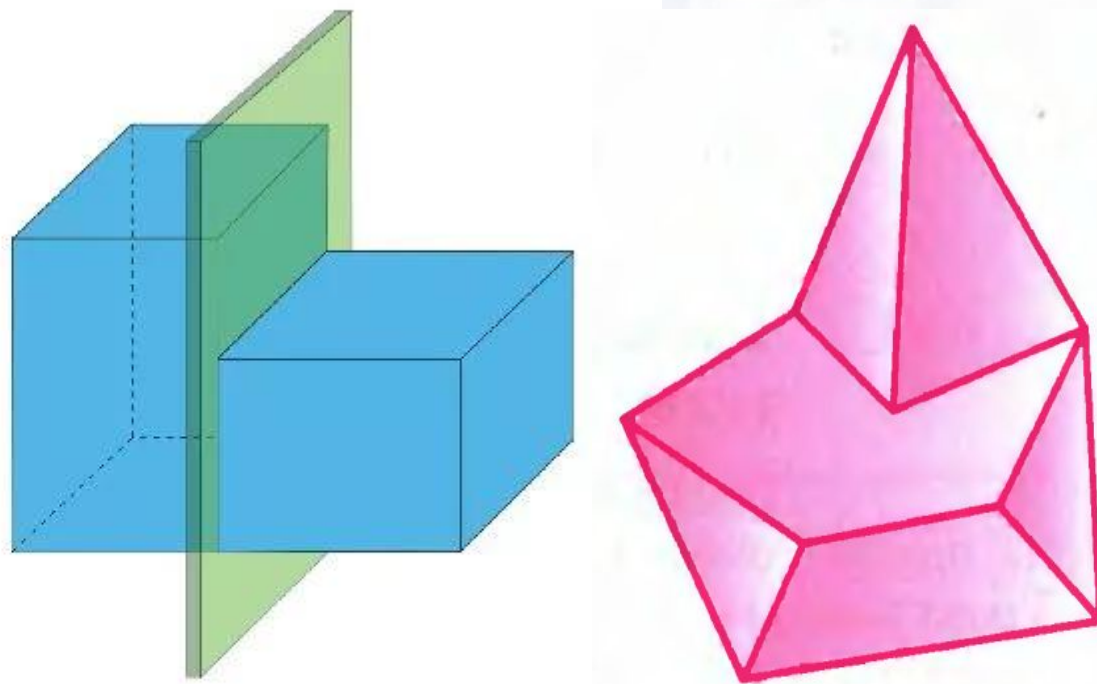
Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю** ( $DB_1$ , **перечислите остальные**) многогранника.

# Многогранники бывают:

## Выпуклые



## Невыпуклые



Многогранник называется выпуклым, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани

# Теорема Эйлера:

В любом выпуклом многограннике сумма числа граней и числа вершин больше числа рёбер на 2.

$$f + e - k = 2$$

$f$ - число граней;  
 $e$  – число вершин;  
 $k$  – число рёбер.



Например, для пирамиды (см. рисунок):

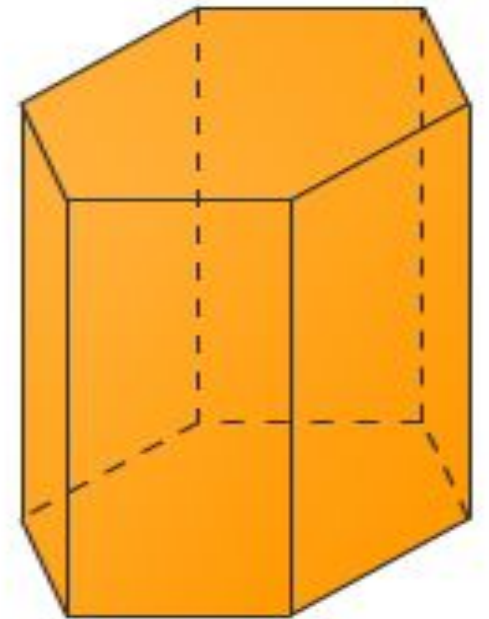
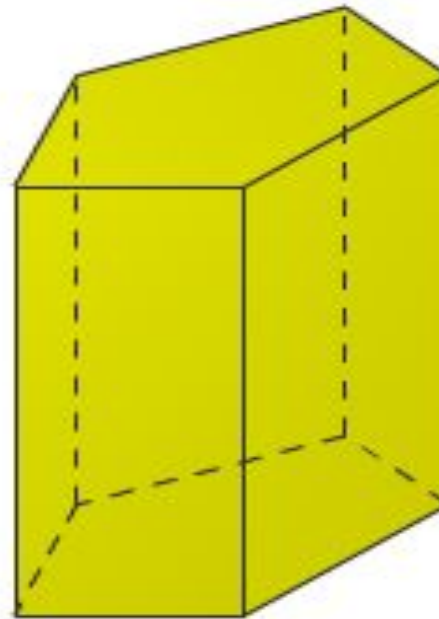
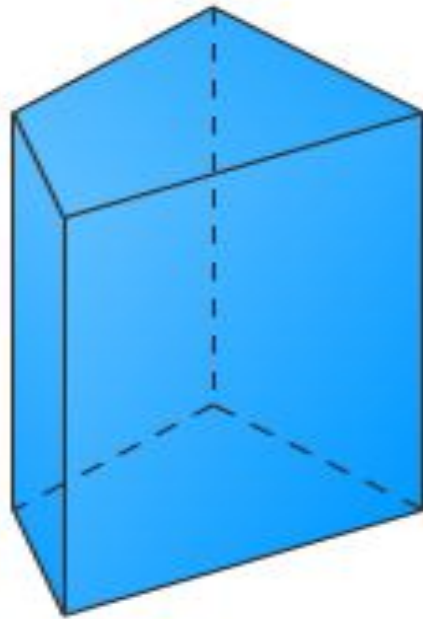
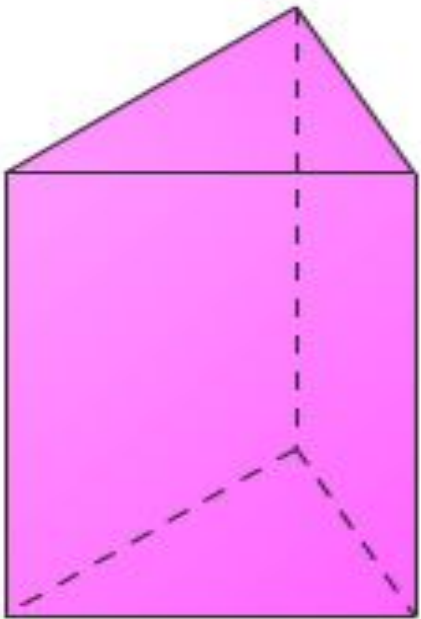
$f = 5$ - число граней;  
 $e = 5$ – число вершин;  
 $k = 8$ – число рёбер.

Проверка:

$5+5-8=2$  -верно

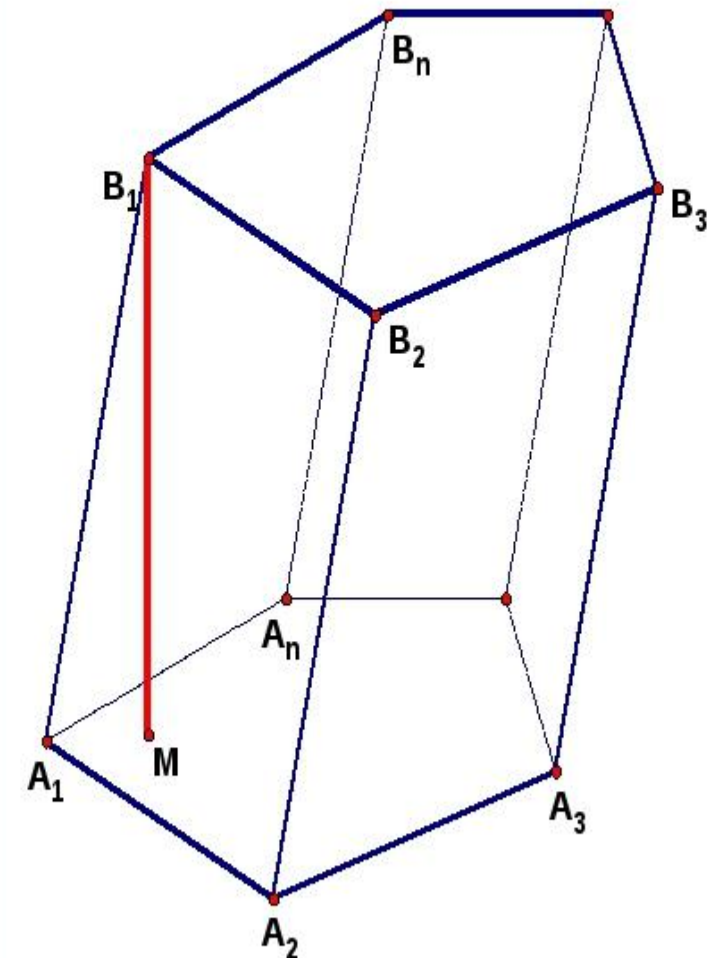
# Призма

Многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях и  $n$  параллелограммов, называется **призмой**.



# Элементы призмы

| НАЗВАНИЕ      | ОПРЕДЕЛЕНИЕ                                                                                     | ОБОЗНАЧЕНИЕ<br>(заполни<br>самостоятельно<br>см. рисунок) |
|---------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|
| Основания     | Две грани, являющиеся конгруэнтными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях        |                                                           |
| Боковые грани | Все грани, кроме оснований. Каждая боковая грань обязательно является параллелограммом          |                                                           |
| Боковые рёбра | Общие стороны боковых граней                                                                    |                                                           |
| Высота        | Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания |                                                           |
| Диагональ     | Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани                           |                                                           |



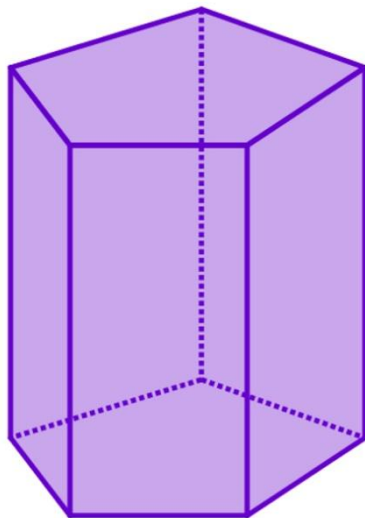
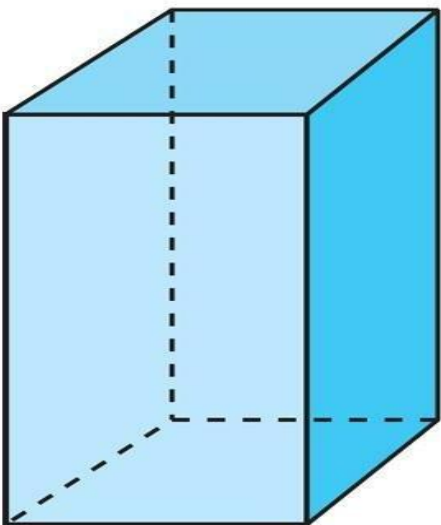
# Виды призм

Перпендикулярны ли боковые рёбра  
основанию ?

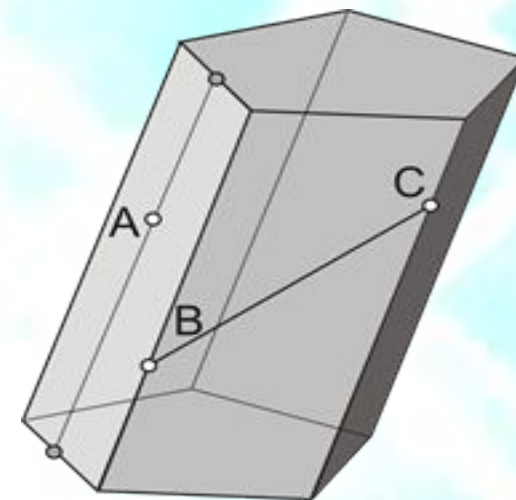
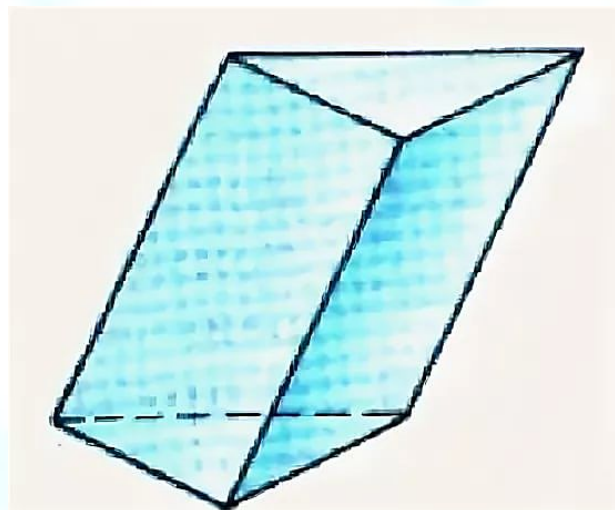
ДА

НЕТ

ПРЯМАЯ ПРИЗМА



НАКЛОННАЯ  
ПРИЗМА

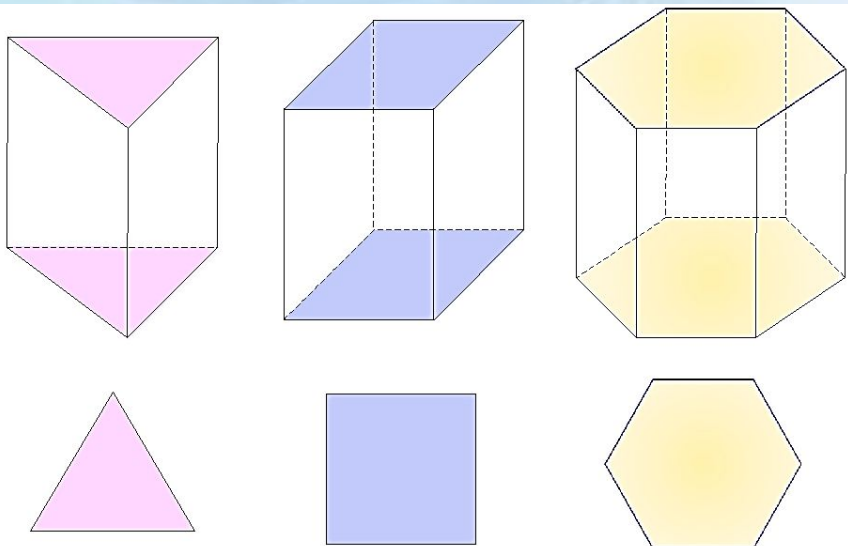


# Прямая призма

Правильный многоугольник лежит в основании?

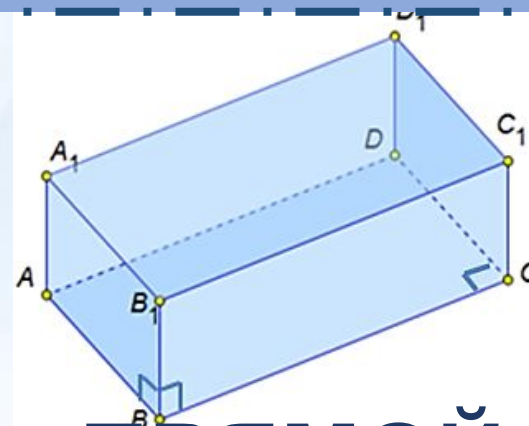
ДА

ПРАВИЛЬНАЯ  
ПРИЗМА



НЕТ

ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ  
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



ПРЯМОЙ  
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

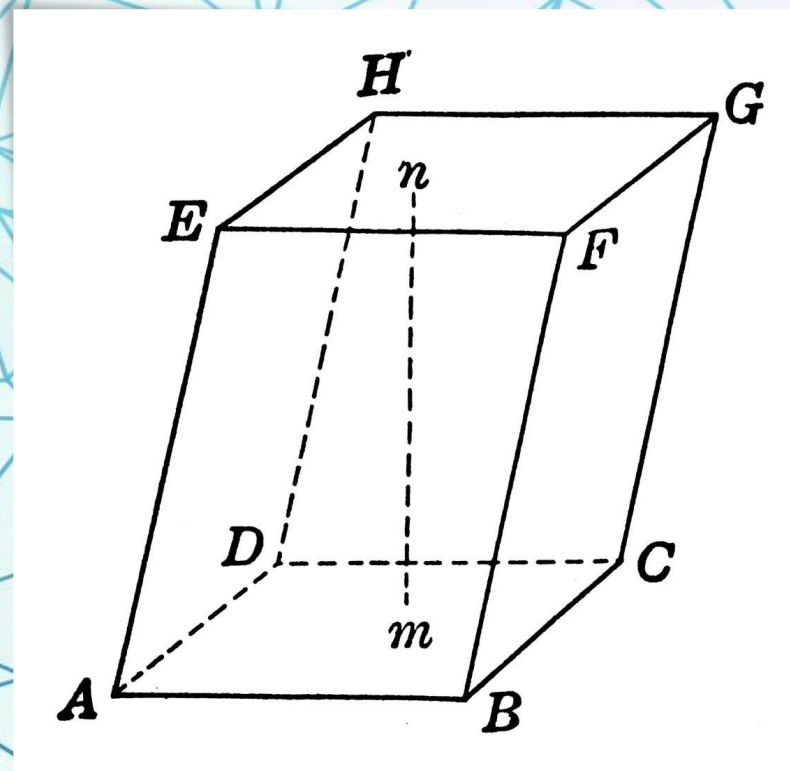
**Площадью полной поверхности призмы**  
называется сумма площадей всех граней (т.е.  
оснований и боковых граней).

$$S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

**Площадь боковой  
поверхности призмы**

равна произведению  
периметра основания на  
высоту призмы.

$$S_{\text{бок}} = Ph$$

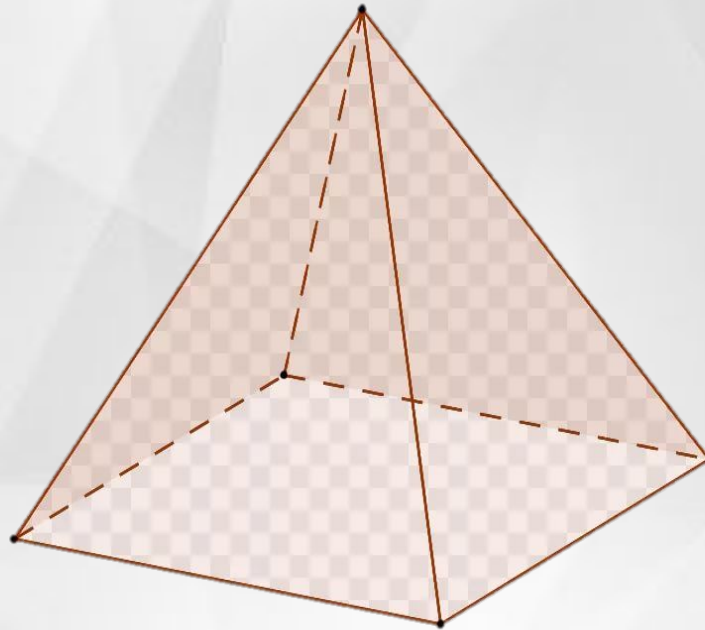


# Пирамида

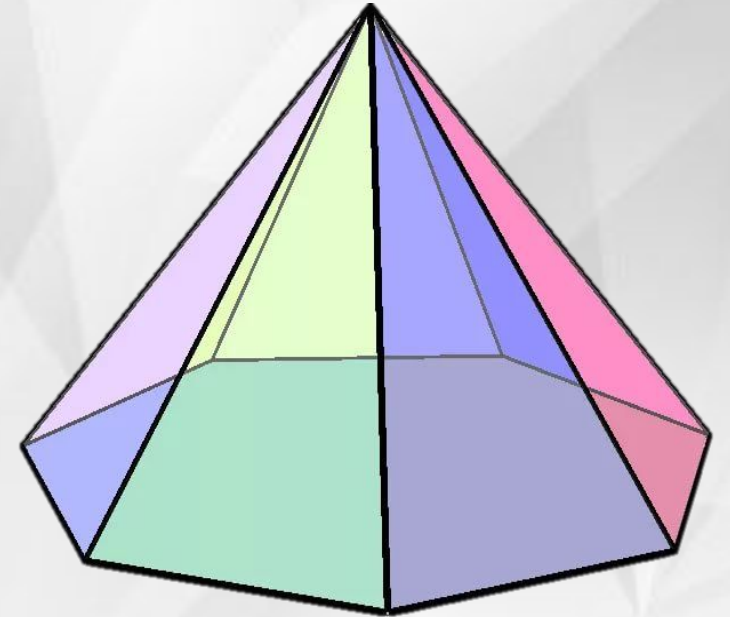
Многогранник, составленный из  $n$  –угольника и  $n$  треугольников, называется **пирамидой**.



Треугольная  
пирамида –  
Тетраэдр



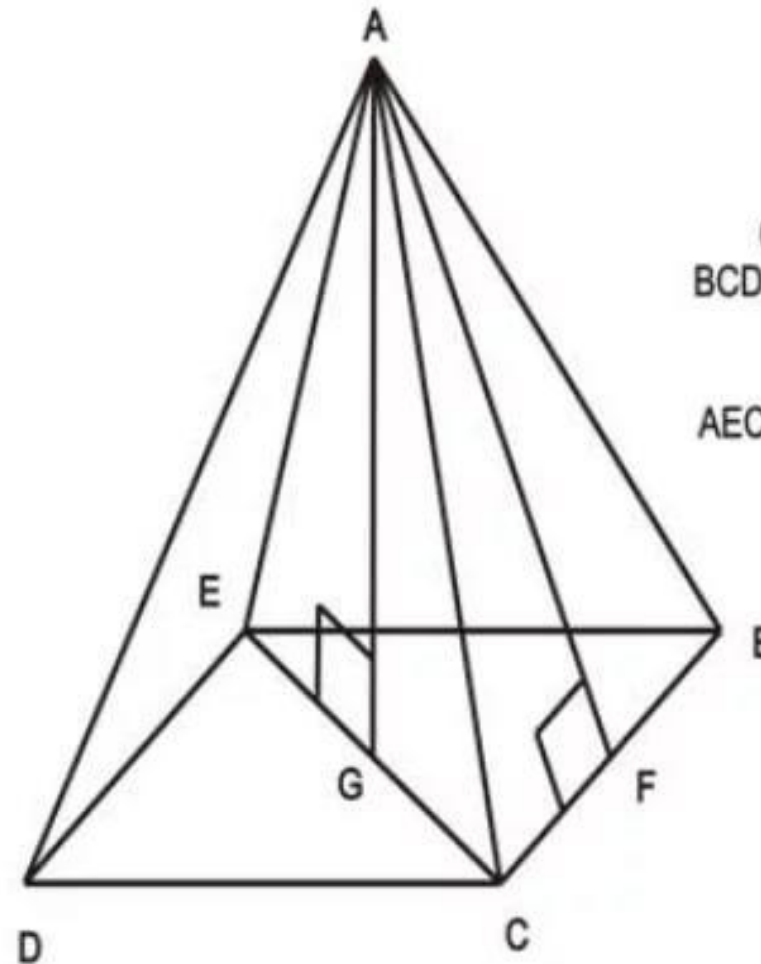
Четырехугольная  
пирамида



Шестиугольная  
пирамида

# Элементы пирамиды

- **апофема** — высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины ;
- **боковые грани** — треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- **боковые ребра** — общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** — точка, соединяющая боковые рёбра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** — отрезок перпендикуляра, проведённого через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **диагональное сечение пирамиды** — сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
- **основание** — многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.

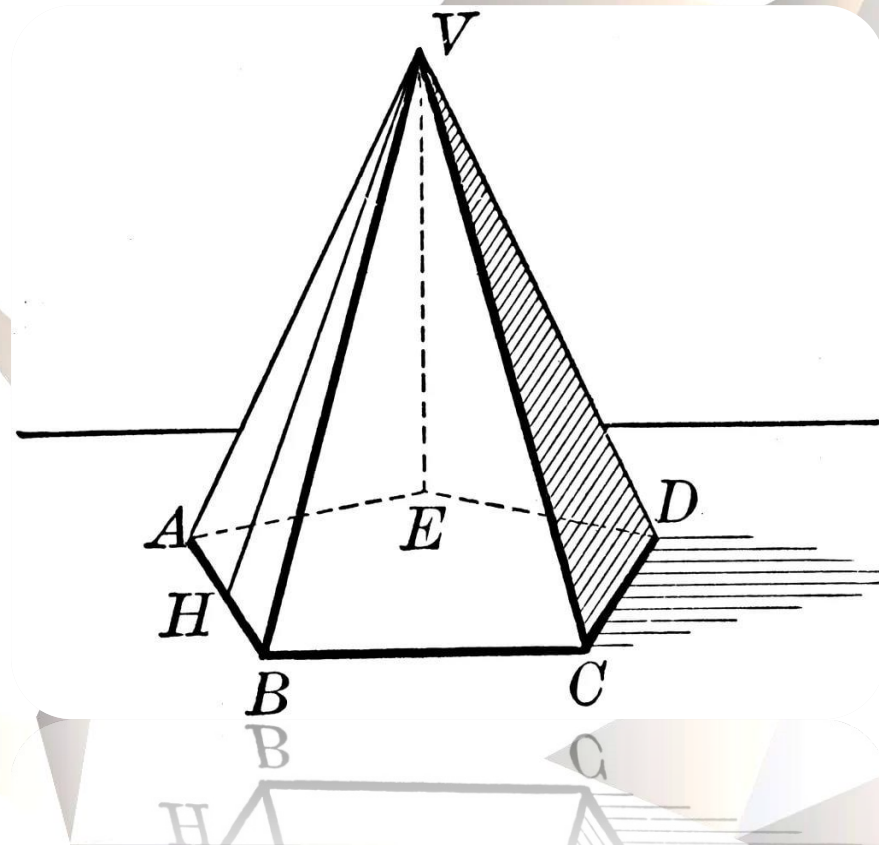


A — вершина пирамиды;  
AB, AC, AD, AE — ребра пирамиды;  
ADE, AEB, ABC, ACD — боковые грани пирамиды;  
BCDE — основание пирамиды;  
AG — высота;  
AF — апофема;  
AEC — диагональное сечение.

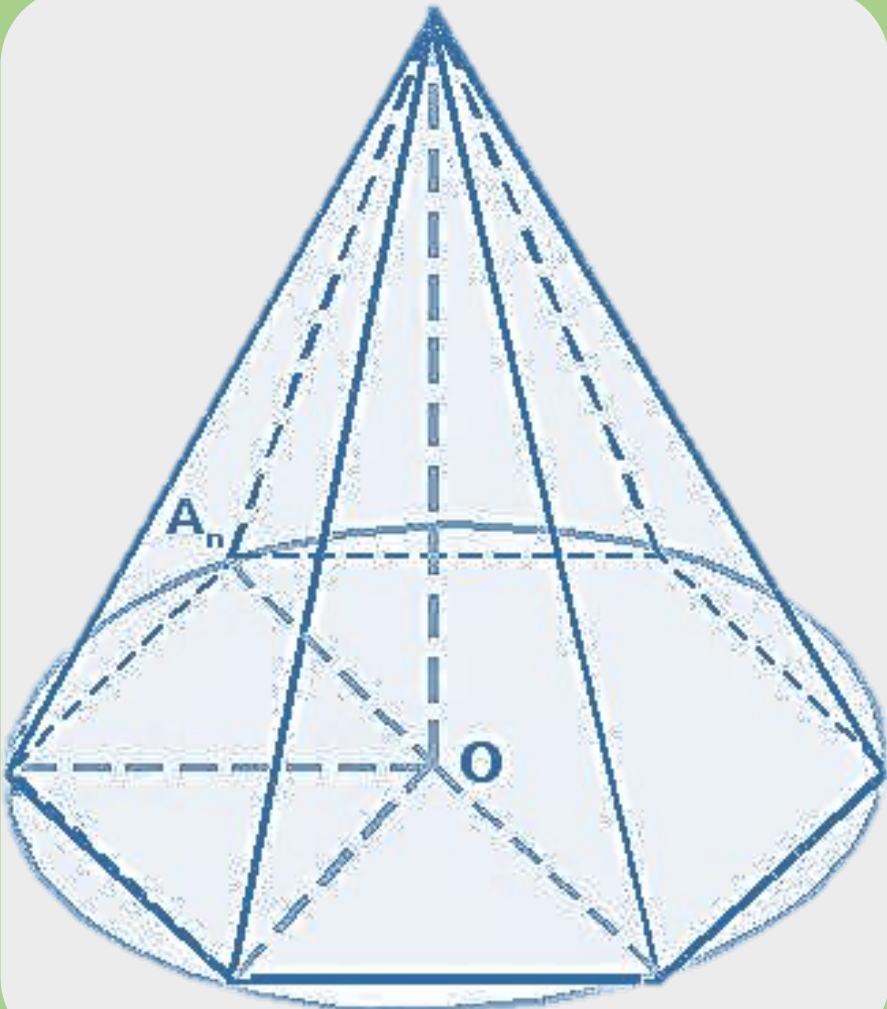
**Площадью полной поверхности пирамиды**  
называется сумма площадей всех граней (т.е.  
основания и боковых граней).

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$$

**Площадью боковой  
поверхности пирамиды**  
называется сумма площадей  
её боковых граней.



# Правильная пирамида



Пирамида называется **правильной**, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её **высотой**

**Площадью боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему**

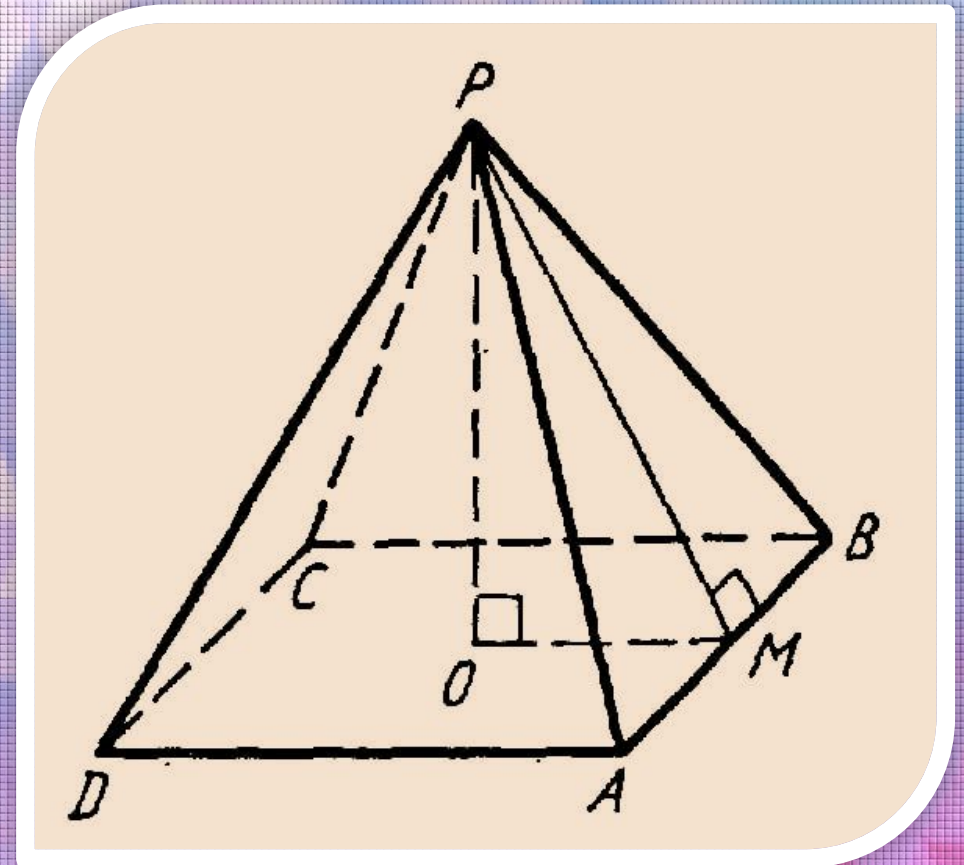
$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot h$$

***P** – периметр основания,*

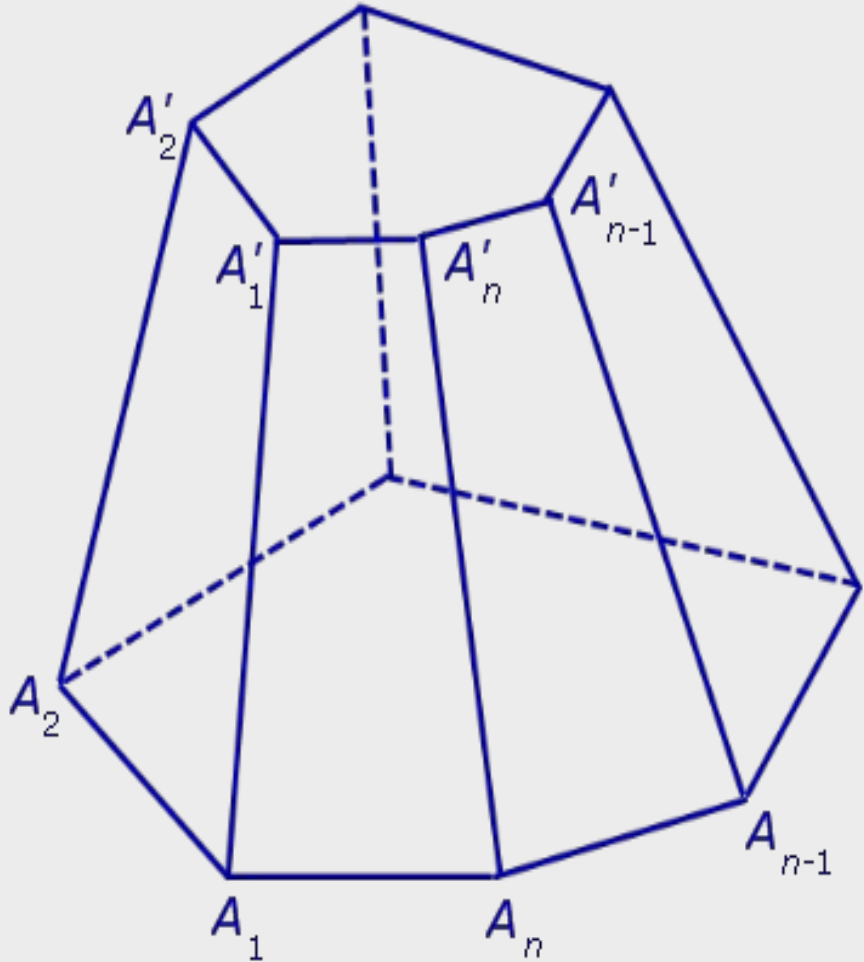
***h = PM** - апофема*

**Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется**

**АПОФЕМОЙ**



# Усеченная пирамида



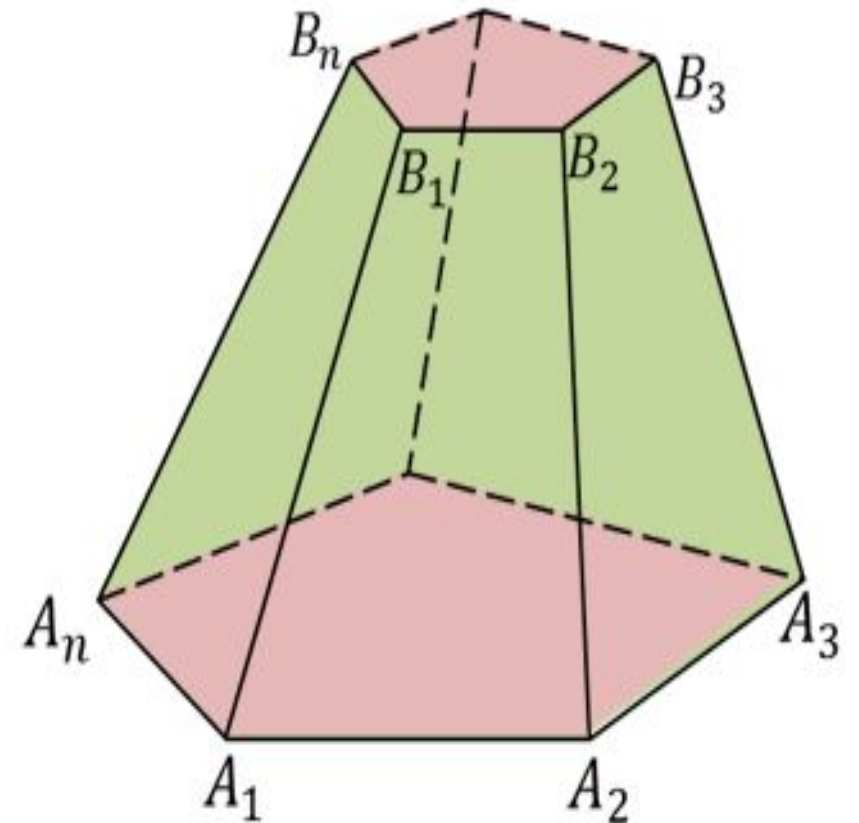
Многогранник, гранями которого являются  $n$  – угольники (нижнее и верхнее основания), расположенные в параллельных плоскостях, и  $n$  четырёхугольников (боковые грани), называется

**усечённой  
пирамидой.**

# Усеченная пирамида

Перпендикуляр, проведенный из какой – нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** усечённой пирамиды

Отрезки  $A_1 B_1$ ,  $A_2 B_2$ , ...,  $A_n B_n$  называются боковыми рёбрами усечённой пирамиды



Боковые грани усечённой

пирамиды – трапеции

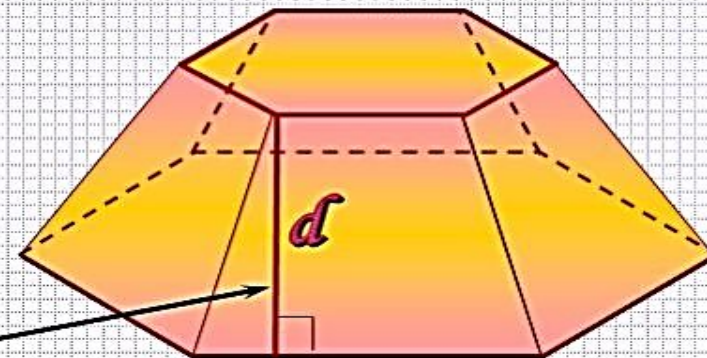
# Правильная усеченная пирамида

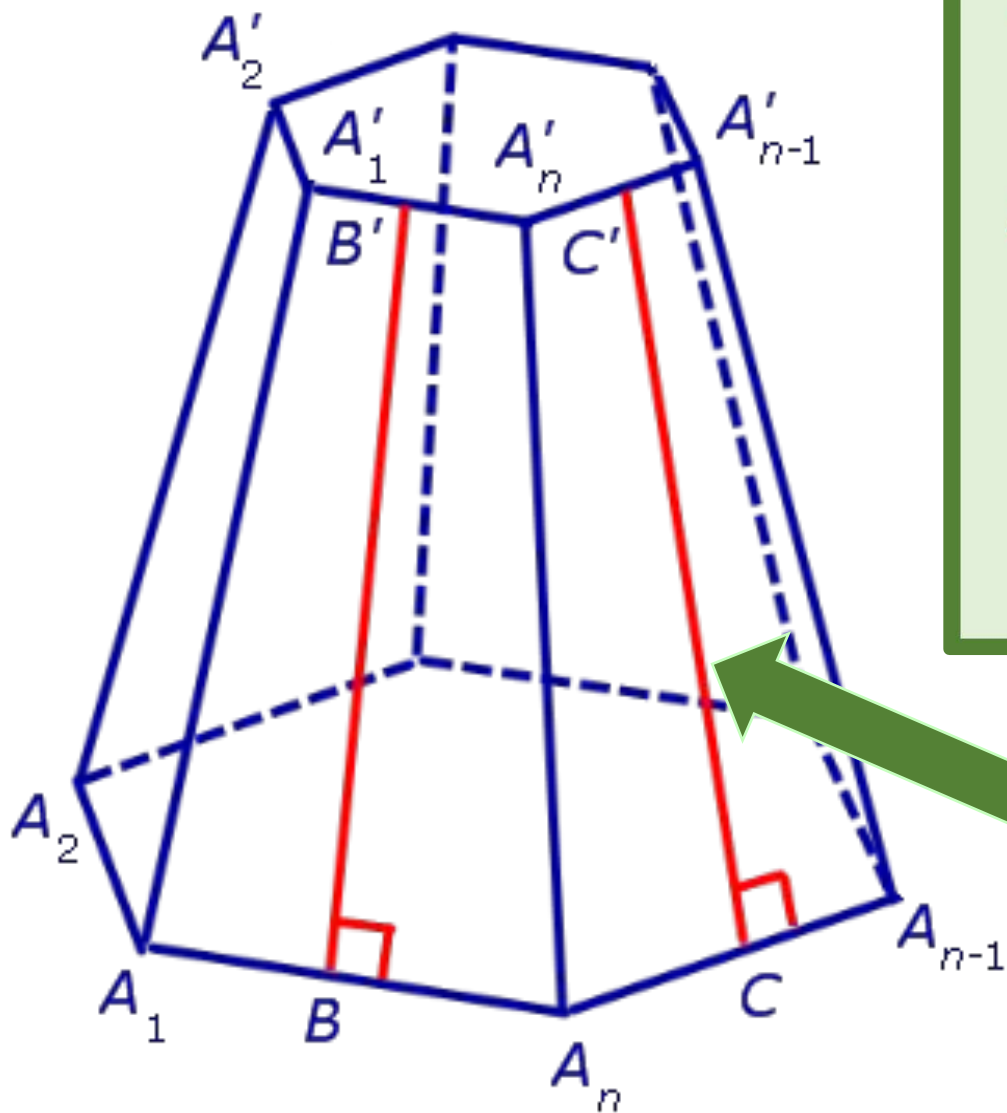
Усеченная пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию

Основания правильной усечённой пирамиды – правильные многоугольники, а

боковые грани – трапециевидные

*Апофема  $d$  правильной усеченной пирамиды*





*Площадь боковой поверхности  
правильной усечённой  
пирамиды* равна произведению  
полусуммы периметров  
оснований на апофему

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} (P_1 + P_2) h$$

*Апофема правильной  
усечённой пирамиды*



Благодарю за  
внимание!

