

Уравнение плоскости

Проверка готовности.

Какой алфавит используют для обозначения плоскости?

**Греческий,
латинский**

Сколько точек достаточно, чтобы обозначить плоскость?

**3
(аксиома A1)**

Как обозначают плоскость?

α , (ABC)

Как могут располагаться плоскости по отношению друг к другу?

**Параллельно,
пересекаться,
совпадать**

Общее уравнение плоскости

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

где A, B, C, D – числовые
коэффициенты

Уравнения координатных плоскостей

$x = 0$, плоскость Oyz

$y = 0$, плоскость Oxz

$z = 0$, плоскость Oxy

Особые случаи уравнения:

$$\square D = 0 \Rightarrow Ax + By + Cz = 0$$

плоскость проходит через начало координат.

$$\square A = 0 \Rightarrow By + Cz + D = 0$$

плоскость параллельна оси Ox.

$$\square B = 0 \Rightarrow Ax + Cz + D = 0$$

плоскость параллельна оси Oy.

$$\square C = 0 \Rightarrow Ax + By + D = 0$$

плоскость параллельна оси Oz.

Особые случаи уравнения:

$$\square A = B = 0 \Rightarrow Cz + D = 0$$

плоскость параллельна плоскости Oxy .

$$\square A = C = 0 \Rightarrow By + D = 0$$

плоскость параллельна плоскости Oxz .

$$\square B = C = 0 \Rightarrow Ax + D = 0$$

плоскость параллельна плоскости Oyz .

Особые случаи уравнения:

$$\square A = D = 0 \Rightarrow By + Cz = 0$$

плоскость проходит через ось Ox .

$$\square B = D = 0 \Rightarrow Ax + Cz = 0$$

плоскость параллельна оси Oy .

$$\square C = D = 0 \Rightarrow Ax + By = 0$$

плоскость параллельна оси Oz .

Две плоскости в пространстве:

$$\alpha: A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$$

$$\beta: A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$$

□ совпадают, если существует такое число k , что

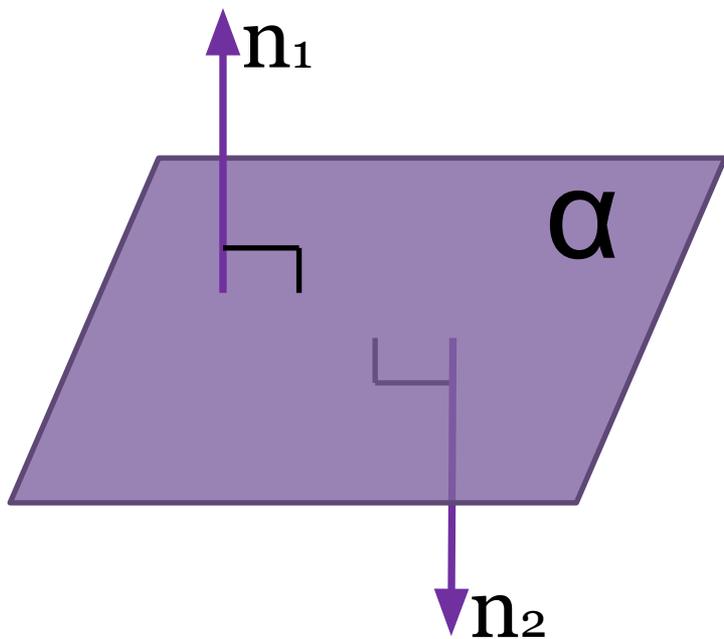
$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 = kD_2 \end{cases}$$

□ параллельны, если существует такое число k , что

$$\begin{cases} A_1 = kA_2 \\ B_1 = kB_2 \\ C_1 = kC_2 \\ D_1 \neq kD_2 \end{cases}$$

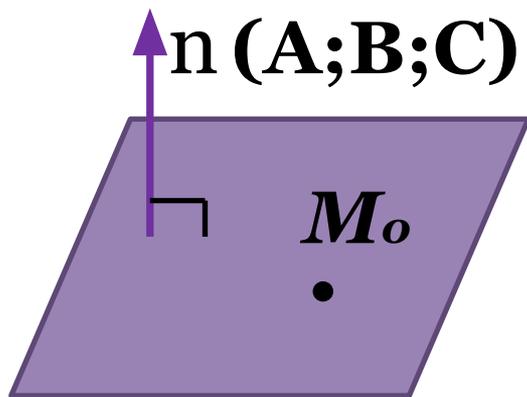
□ В остальных случаях плоскости пересекаются.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору



Итак, пусть α произвольная плоскость в пространстве. Всякий перпендикулярный ей ненулевой вектор называется **вектором нормали** к этой плоскости.

Алгоритм составления уравнения плоскости, проходящей через точку перпендикулярно данному вектору



$M_0(x_0; y_0; z_0)$

Если известна какая-нибудь точка плоскости M_0 и какой-нибудь вектор нормали к ней, то через заданную точку можно провести единственную плоскость, перпендикулярную данному вектору. Общее уравнение плоскости будет иметь вид:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Чтобы получить **уравнение плоскости**, имеющее приведённый вид, возьмём на плоскости произвольную **точку** $M(x;y;z)$. Эта точка принадлежит плоскости только в том случае, когда **вектор перпендикулярен вектору** (рис), а для этого, необходимо и достаточно, чтобы скалярное произведение этих векторов было равно нулю, т.е.

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$$

Вектор задан по условию. Координаты вектора найдём по формуле :

$$\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$$

Теперь, используя формулу скалярного произведения векторов, выразим скалярное произведение в координатной форме:

$$A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$$

Пример 1. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2; -3; 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n}(5; 1; -4)$.

Решение: Используем формулу

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$$

Ответ: $5x + y - 4z - 3 = 0$

ПРОВЕРИМ, ЧТО МЫ ЗАПОМНИЛИ....

При равенстве нулю свободного коэффициента D уравнения общего уравнения плоскости уравнение определяет

- Плоскость, параллельную координатной плоскости Oxy
- Плоскость, проходящую через начало координат
- Полуплоскость
- Линию пересечения плоскостей

Вектор нормали это...

- Всякий ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный плоскости ненулевой вектор
- Всякий перпендикулярный плоскости вектор

Общее уравнение плоскости

ЭТО...

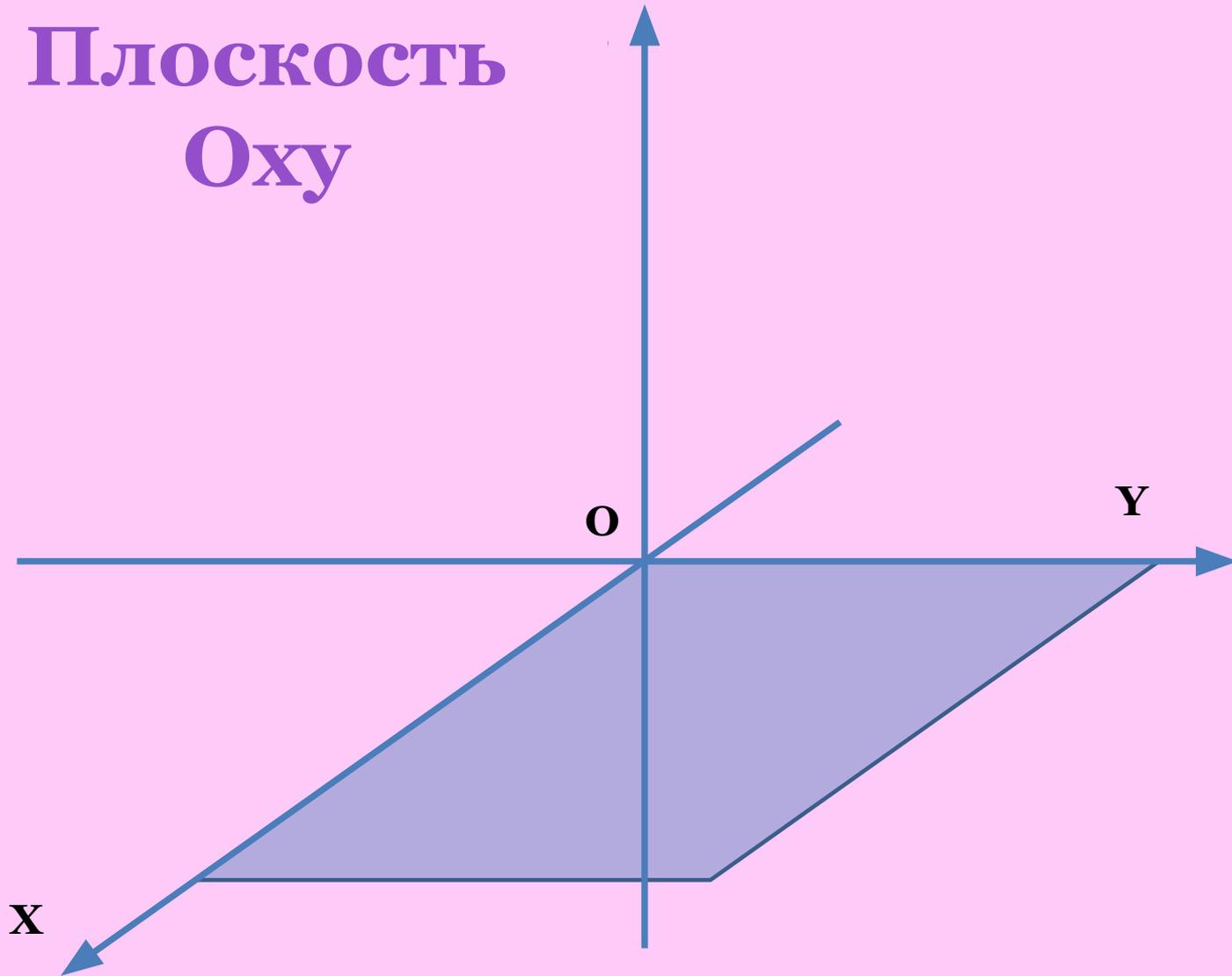
$Ax + By + Cz = 0$

$Ax + By + Cz = D$

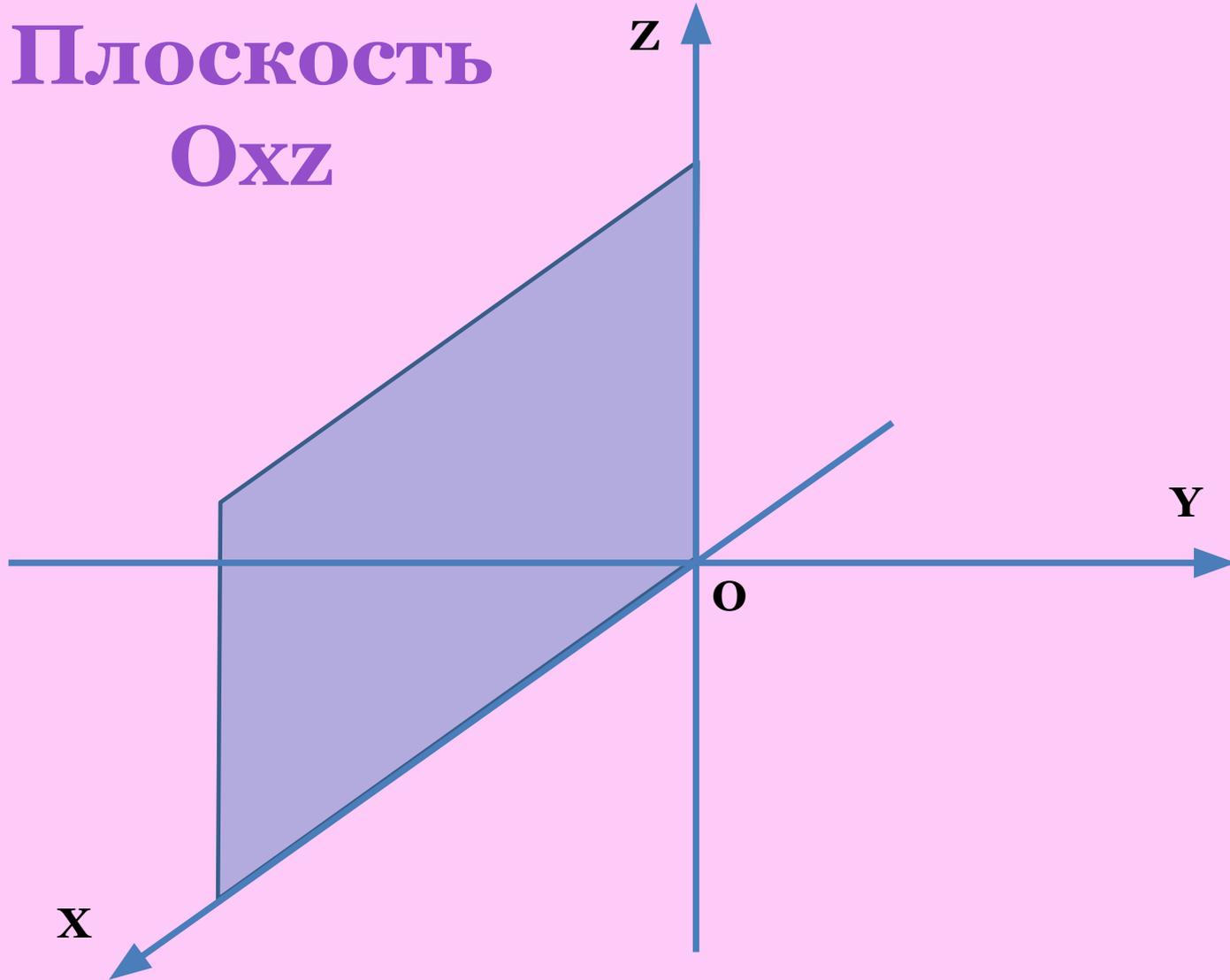
$Ax + By + Cz + D = 0$

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

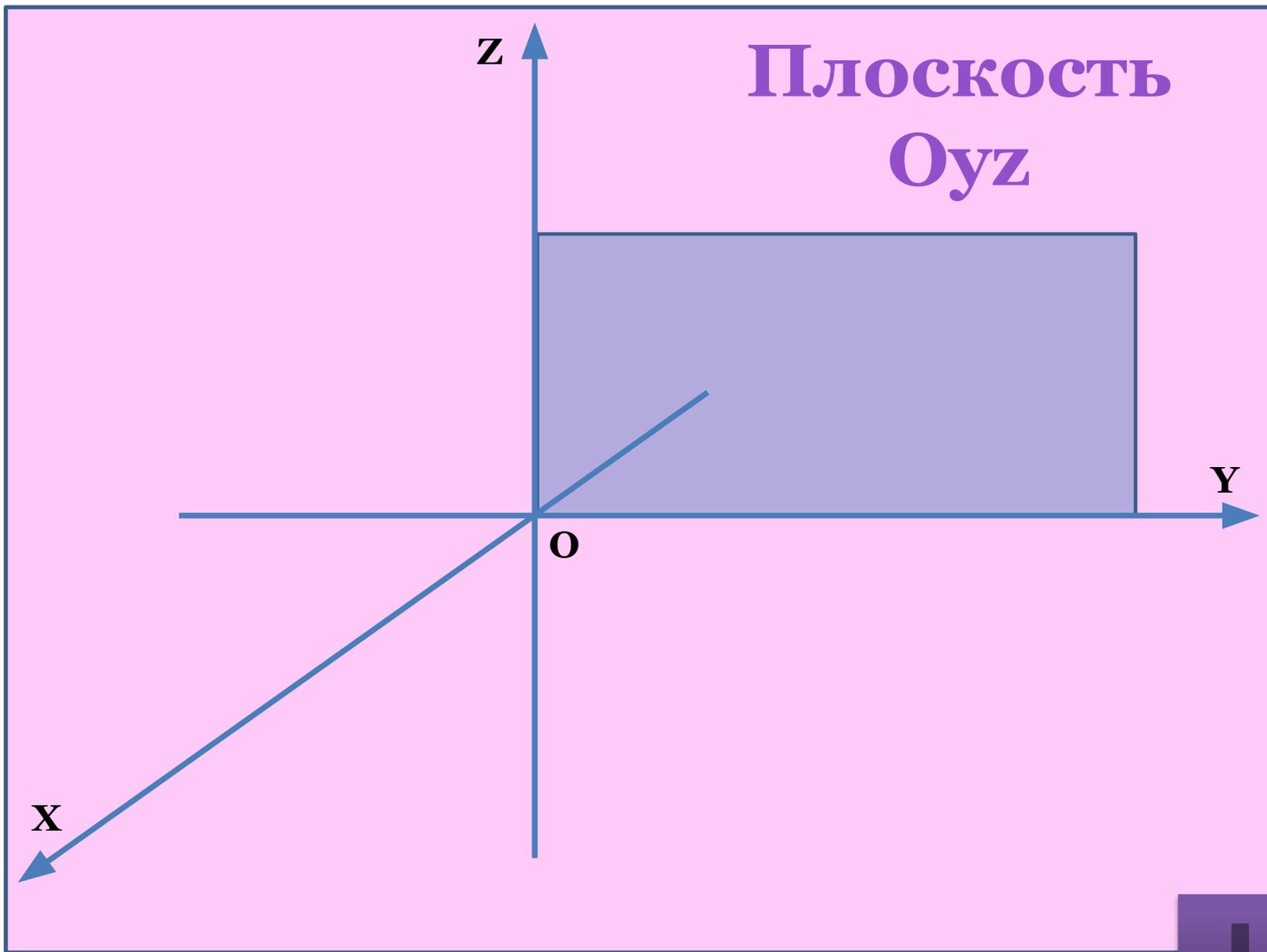
Плоскость Oxy



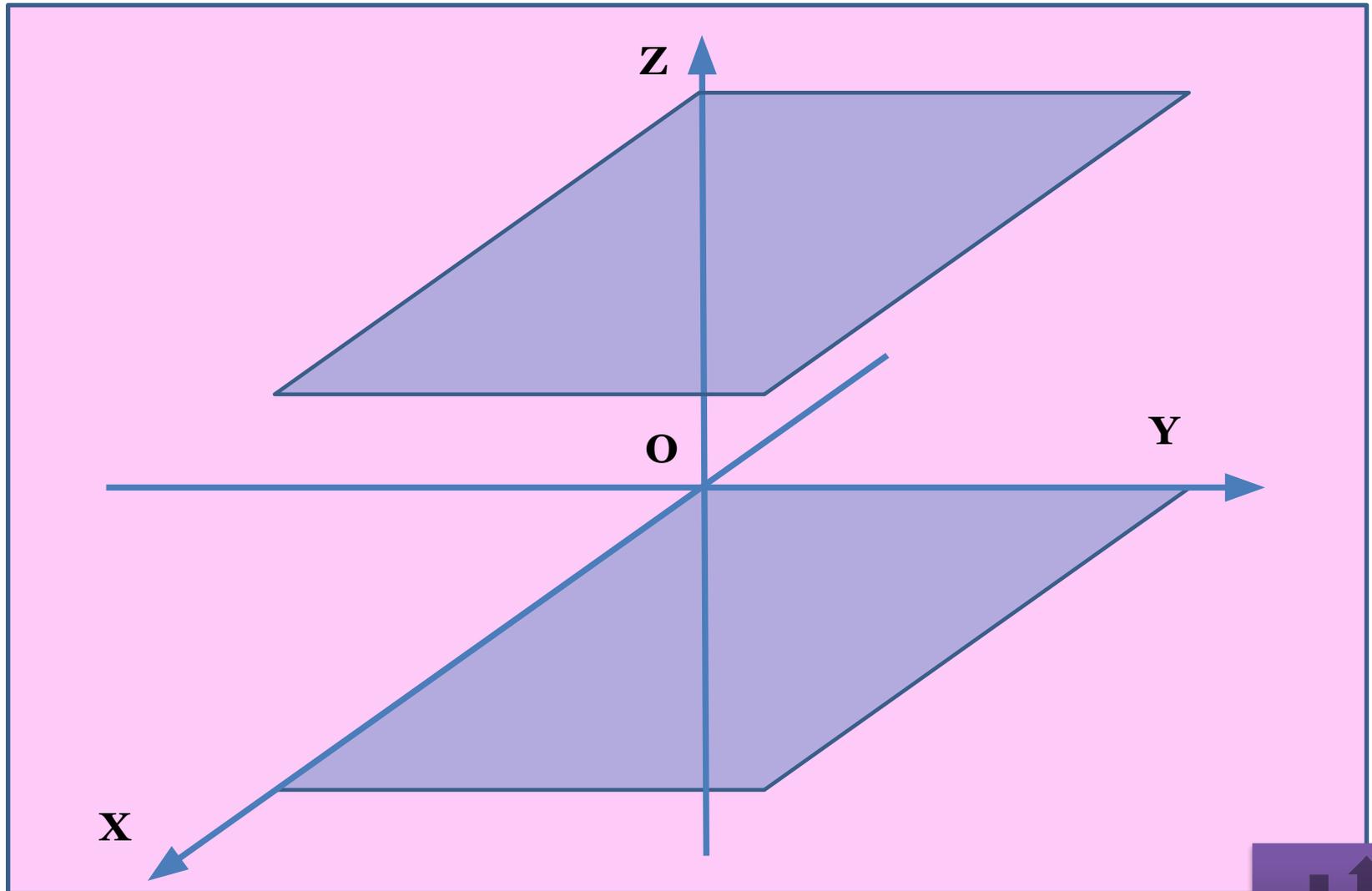
Плоскость Oxz



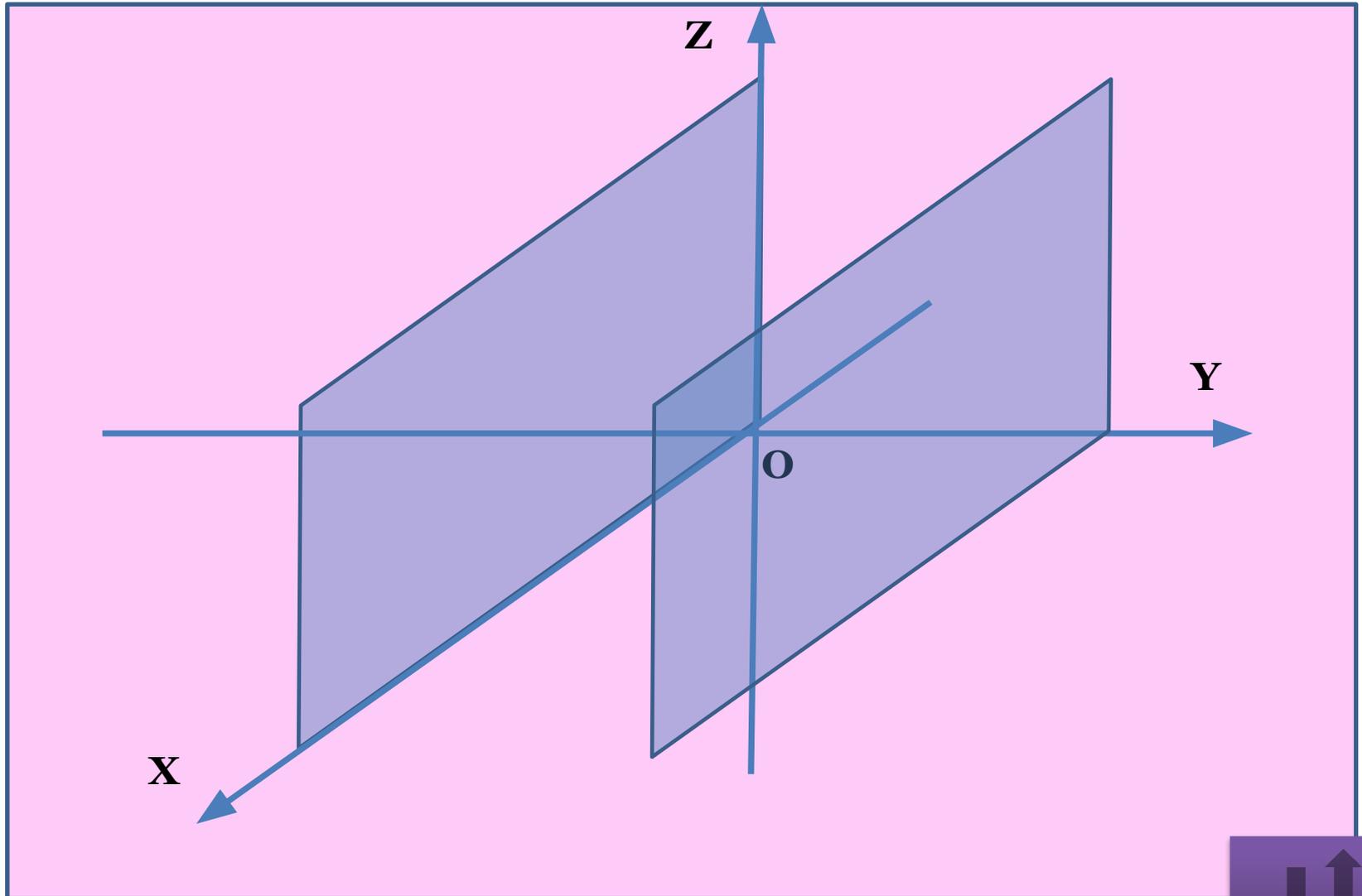
Плоскость Oyz



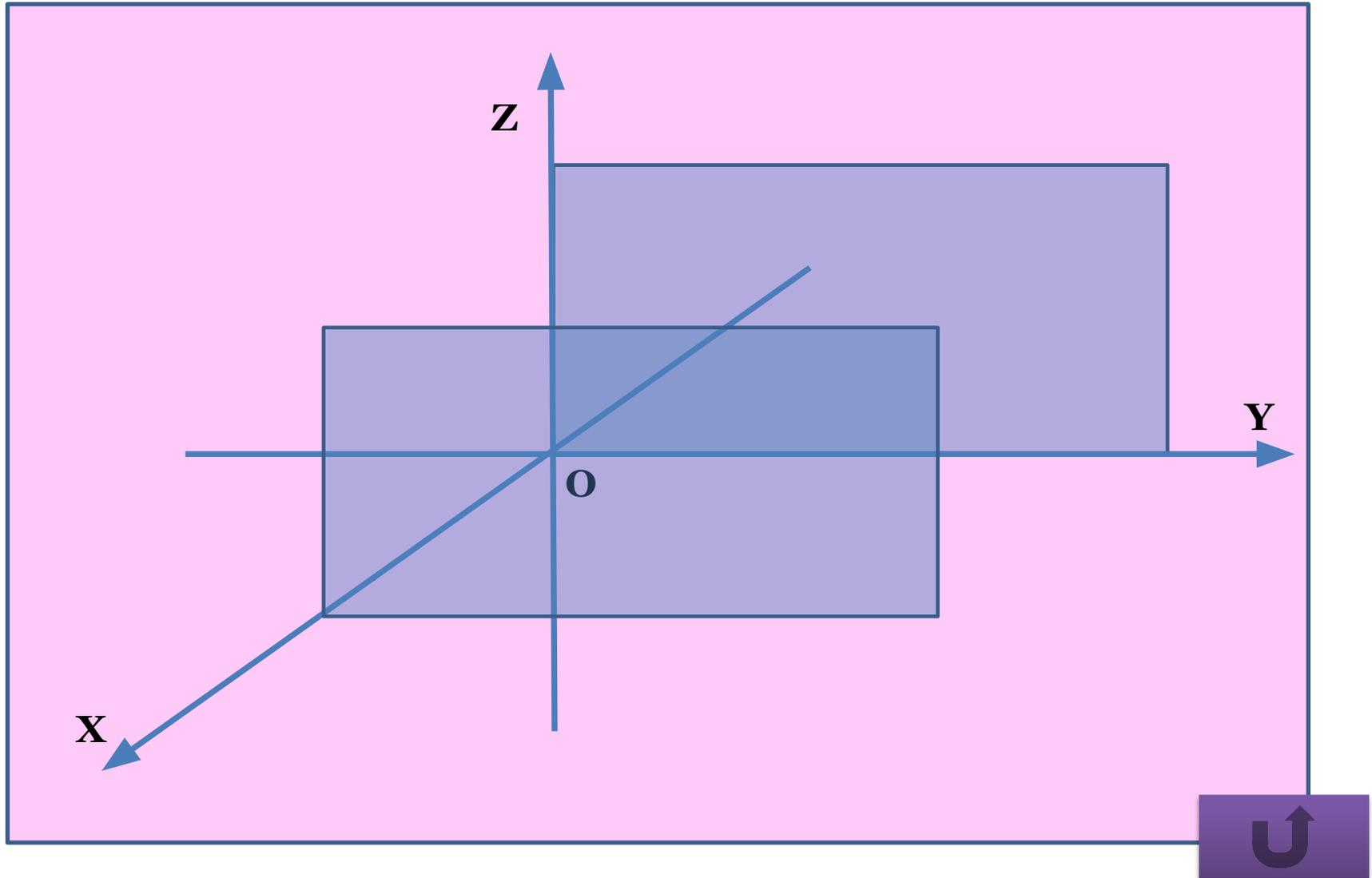
Плоскость параллельная плоскости Oxy



Плоскость параллельная плоскости Oxz



Плоскость параллельная плоскости Oyz



**Плоскость
параллельная
Оси ox**

