

МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ



Основные задачи урока

- обобщить ранее изученный материал о решении неравенств методом интервалов;
- закрепить умения и навыки в решении рациональных неравенств;
- Показать возможность применения метода интервалов для решения неравенств различного типа;
- выработка умений и навыков в решении неравенств различного типа методом интервалов;
- выработать навыки самооценки своей работы;
- повысить интерес учащихся к нестандартным задачам, сформировать у них положительный мотив учения.

Определение 1:

Если $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ при $x \rightarrow x_0$, то функцию $f(x)$ называют непрерывной в точке x_0 .

Определение №2:

Если функция непрерывна в каждой точке некоторого промежутка I , то ее называют непрерывной на промежутке I (промежуток I называют промежутком непрерывности функции). График функции на этом промежутке представляет собой непрерывную линию, о которой говорят, что ее можно «нарисовать, не отрывая карандаша от бумаги».

- Метод решения неравенств с одной переменной (Метод интервалов) основан на свойстве непрерывных функций.

Свойство:

- Если на интервале $(a; b)$ функция $f(x)$ непрерывна и не обращается в нуль, то она на этом интервале сохраняет постоянный знак.
- Пусть функция $f(x)$ непрерывна на интервале I и обращается в нуль в конечном числе точек этого интервала. По сформулированному выше свойству непрерывных функций этими точками I разбивается на интервалы, в каждом из которых непрерывная функция $f(x)$ сохраняет постоянный знак. Чтобы определить этот знак, достаточно вычислить значение функции f в какой-либо одной точке из каждого такого интервала.

Алгоритм решения неравенств методом интервалов

- Найти область определения функции $f(x)$;
- Найти нули функции $f(x)$;
- На числовую прямую нанести область определения и нули функции. Нули функции разбивают ее область определения на промежутки, в каждом из которых функция непрерывна и сохраняет постоянный знак;
- Найти знаки функции в полученных промежутках, вычислив значение функции в какой-либо одной точке из каждого промежутка;
- Записать ответ.



Решим неравенство

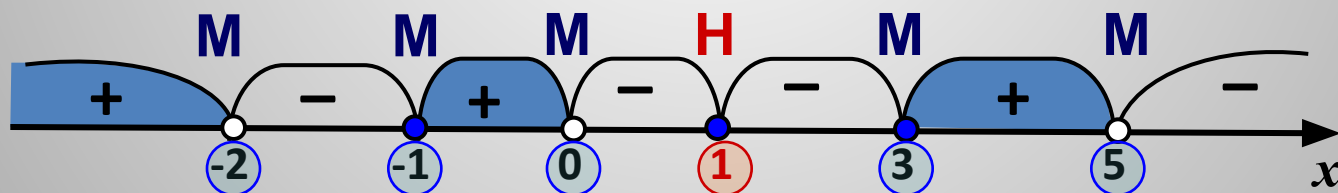
$$\frac{(x-1)^2 \cdot (x-3) \cdot (x+1)}{(5x-x^2) \cdot (x+2)} \geq 0.$$

1) Найдем область определения неравенства:

$$(5x - x^2)(x + 2) = x(5 - x)(x + 2) \neq 0, \text{ откуда } x \neq -2, x \neq 0, x \neq 5.$$

3) Находим корни многочлена и определяем их кратность:

$x = 1$ (четная кратность), корни 3, -1, 0, 5, -2 (нечетная кратность).



4) Определим знак многочлена при $x = 10$, и расставим остальные знаки с учетом кратности корней.

5) Запишем ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup [-1; 0) \cup \{1\} \cup [3; 5).$

Решите неравенство

1 вариант:

$$(x - 3)^4 \cdot (x + 2)^5 \cdot (x - 7)^2 \cdot (x - 10) < 0.$$

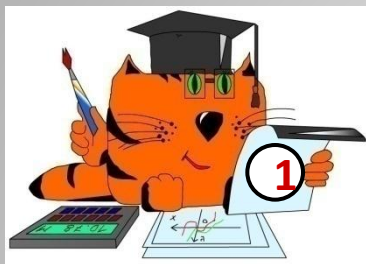
2 вариант:

$$(x - 9)^2 \cdot (x - 2)^5 \cdot (x + 6)^3 \cdot (x - 1) > 0.$$



Сделайте выводы о смене знака на интервалах, в зависимости от степени кратности корня.

ВЫВОДЫ:



Для решения неравенства важно знать, является ли k четным или нечетным числом.



При четном k многочлен справа и слева от x_0 имеет один и тот же знак
(знак многочлена не меняется).



При нечетном k многочлен справа и слева от x_0 имеет противоположные знаки
(знак многочлена изменяется).

- Решение уравнений и неравенств требует от учащихся глубоких теоретических знаний, умений применять их на практике, требует внимания трудолюбия, сообразительности.
- Решить неравенство:

$$\frac{(2x-1)(x-5)^2 \sqrt{x^2-4}}{(x-7)^3 (x+11)^7} \leq 0$$

1). Вводим функцию:

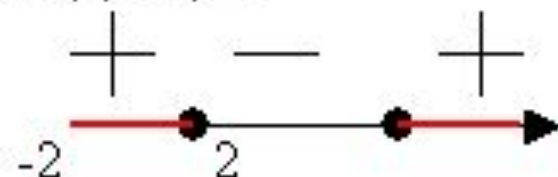
$$f(x) = \frac{(x - 0,5)^3 (x - 5)^2 \sqrt{x^2 - 4}}{(x - 7)^3 (x + 11)^7}$$

$$D(f): x^2 - 4 \geq 0; x \neq 7; x \neq -11$$

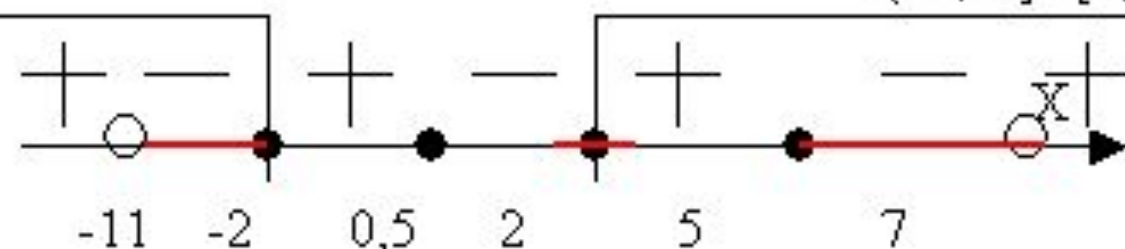
2). Нули функции:

$$x = 0,5; \underline{x = 5}; x = 2; x = -2$$

$$(x-2)(x+2) \geq 0$$



$$(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$$



Ответ: $(-11; -2] \cup \{0,5\} \cup [2; 5] \cup (7; +\infty)$.

1. Решить неравенство:

$$3^{\sqrt{x^2-1}}(4-x)\log_3(3+x) \geq 0$$

2. Решить неравенство

$$\frac{x(3x-2)(2-x)^2(4-x)^3}{(x+1)^6(x-1)^7\sqrt{9-x^2}} \leq 0, \Leftrightarrow$$
$$\frac{3x(x-\frac{2}{3})(x-2)^2(x-4)^3}{(x+1)^6(x-1)^7\sqrt{9-x^2}} \geq 0$$

$$f(x) = \frac{3x(x - \frac{2}{3})(x - 2)^2(x - 4)^3}{(x + 1)^6(x - 1)^7\sqrt{9 - x^2}}$$

$$D(f): 9 - x^2 > 0, x \neq -1; x \neq 1$$

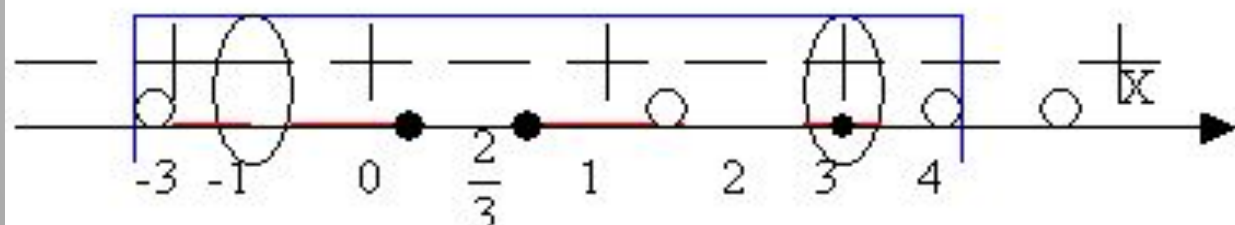
2). Нули функции:

$$x=0, x=\frac{2}{3}, x=2, x=4.$$

Сначала расставляем знаки, не учитывая -3 и 3, а затем на решение накладываем область определения корня.

$$(3 - x)(3 + x) > 0 \Leftrightarrow$$

$$(x - 3)(x + 3) < 0$$



$$\text{Ответ: } [-3; -1) \cup (-1; 0] \cup [\frac{2}{3}; 1) \cup \{2\}.$$

Домашнее задание

П12.3 стр.311 изучить, повторить
обобщенный метод интервалов,
№12.18(а,б), 12.19(а,б)