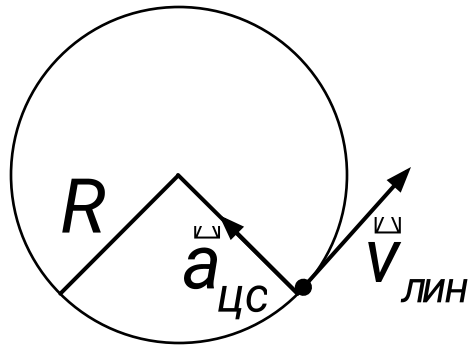


Кинематика равномерного вращения материальной точки по окружности

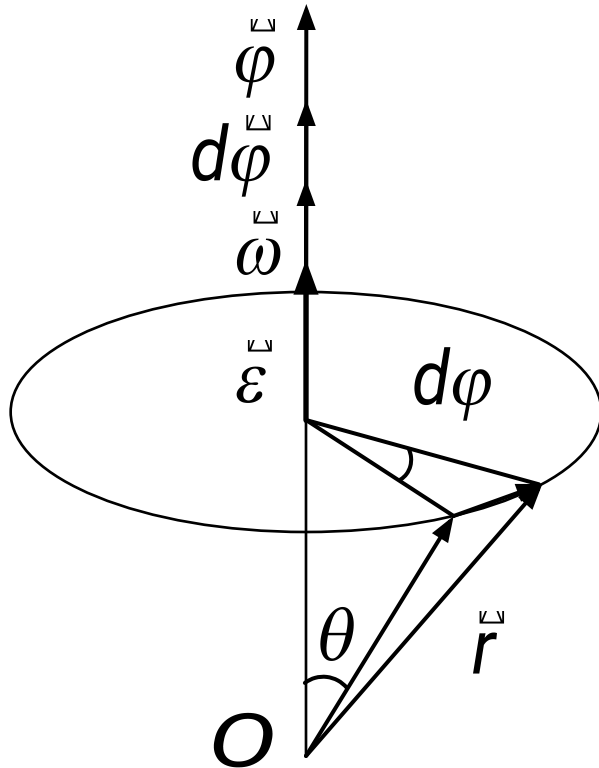
Период обращения точки: $T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad [T] = c$

Частота обращения точки: $\nu = \frac{1}{T} \quad [\nu] = c^{-1}$

Центростремительное ускорение: $a_{цс} = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$



Кинематика вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси.



Угол поворота: $\vec{\varphi}$

Угловая скорость:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \quad [\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

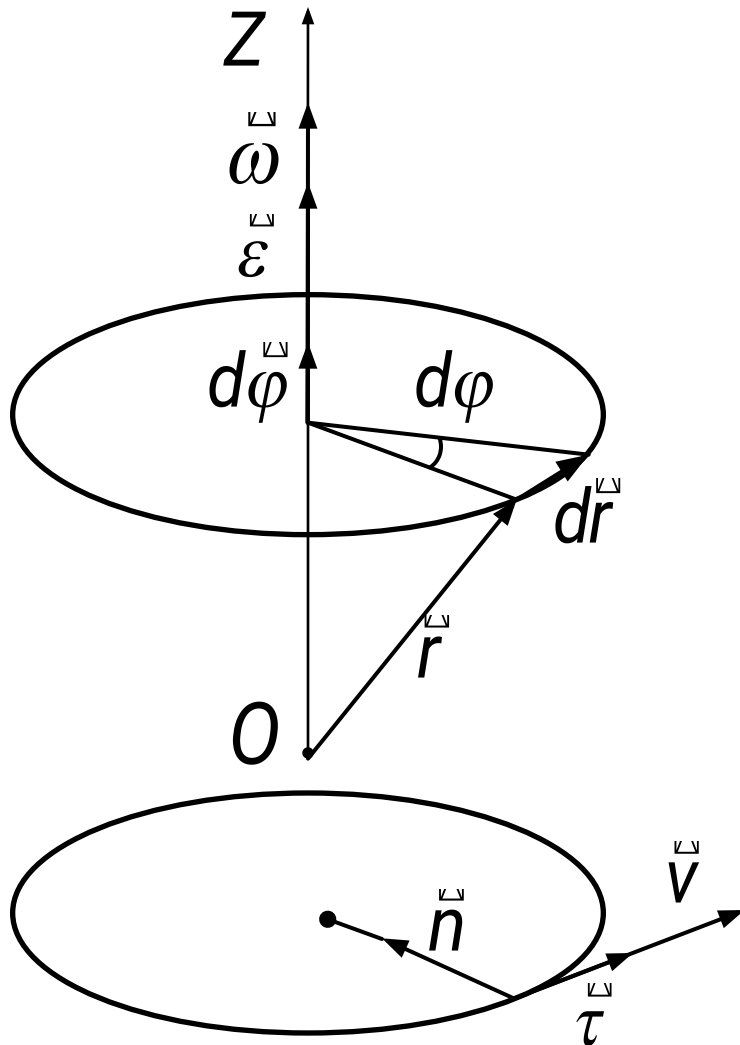
Угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} \quad [\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

Если: $|\vec{\omega}| \uparrow, \vec{\varepsilon} \uparrow \uparrow \vec{\omega}$, если: $|\vec{\omega}| \downarrow, \vec{\varepsilon} \uparrow \downarrow \vec{\omega}$.

Если $\vec{\varepsilon} = \text{const}$, $\vec{\omega}(t) = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} \cdot t$, $\Delta\varphi(t) = \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$

Кинематика вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Связь линейных и угловых величин.



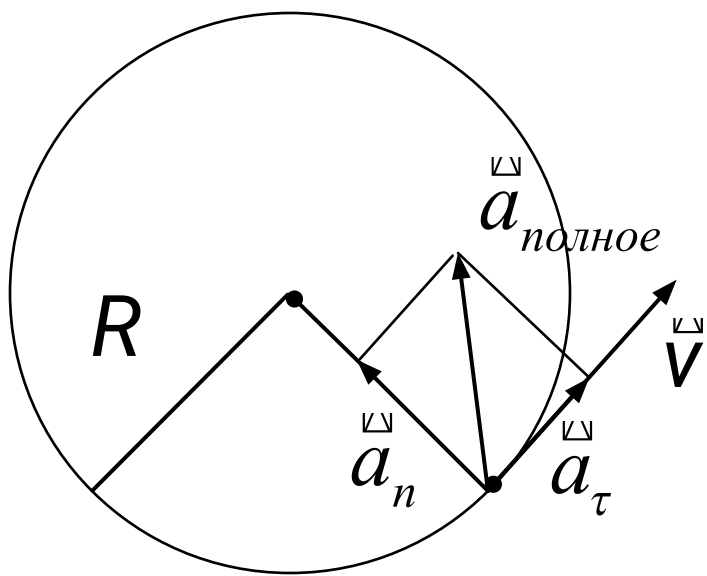
$$d\vec{r} = [d\varphi, \vec{r}] : dt$$

$$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$$

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r} \right] + \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right] = \\ &= \left[\vec{\varepsilon}, \vec{r} \right] + \left[\vec{\omega}, [\vec{\omega}, \vec{r}] \right] = \\ &= \varepsilon_z \cdot \rho \cdot \vec{\tau} + \omega^2 \cdot \rho \cdot \vec{n} = \\ &= \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \end{aligned}$$

Пример:

Материальная точка начинает движение по окружности радиусом R с постоянным угловым ускорением ε . Вычислите угол между векторами её скорости и полного ускорения через t секунд после начала движения.

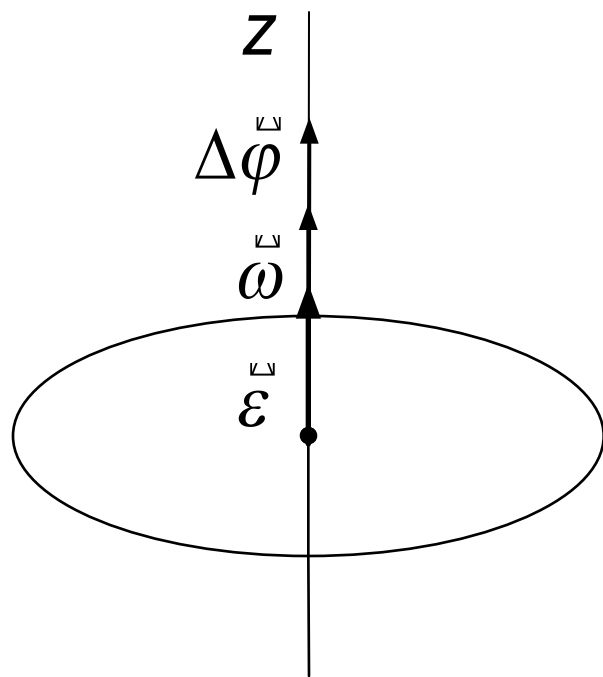


$$a_\tau = \varepsilon R$$

$$a_n = \omega^2 R = \varepsilon^2 t^2 R$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{a_n}{a_\tau} = \operatorname{arctg} \varepsilon t^2$$

Равноускоренное движение материальной точки по окружности.



Зависимость угловой скорости от времени:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} \cdot t$$

Зависимость приращения угла поворота от времени:

$$\Delta\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$$

$$\omega_z = \omega_{0z} + \varepsilon_z \cdot t$$

$$\Delta\varphi_z = \omega_{0z} t + \frac{\varepsilon_z \cdot t^2}{2}$$