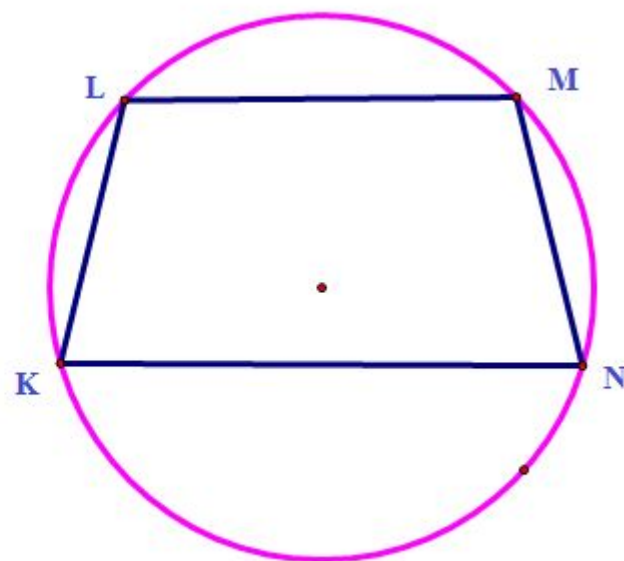
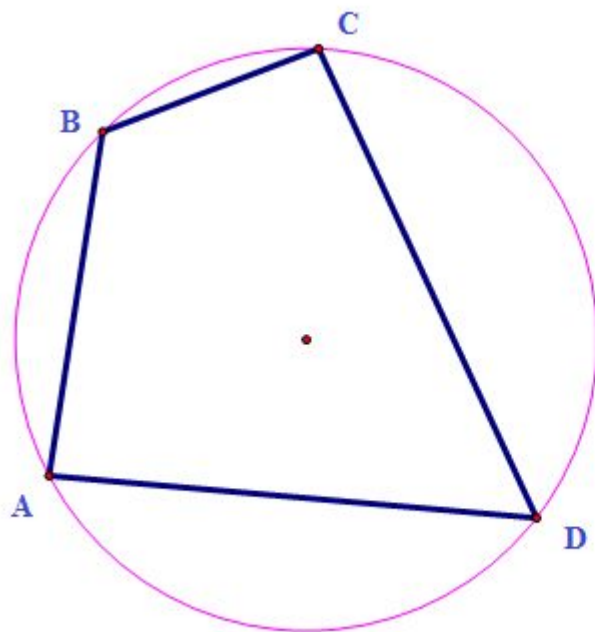


Свойство четырёхугольника,
вписанного в окружность.

П.78

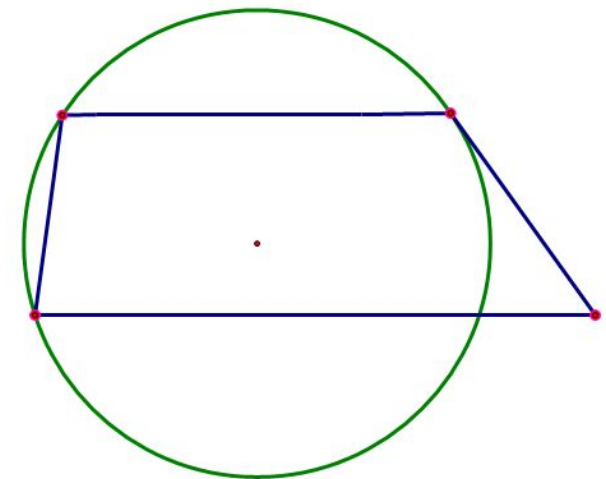
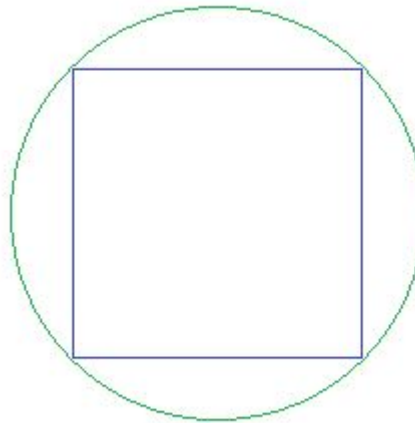
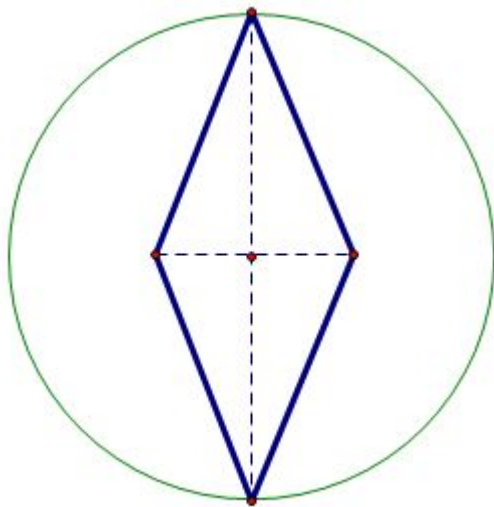
78 Описанная окружность

Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется **описанной** около многоугольника, а многоугольник — **вписанным** в эту окружность.



В отличие от треугольника *около четырёхугольника не всегда можно описать окружность.*

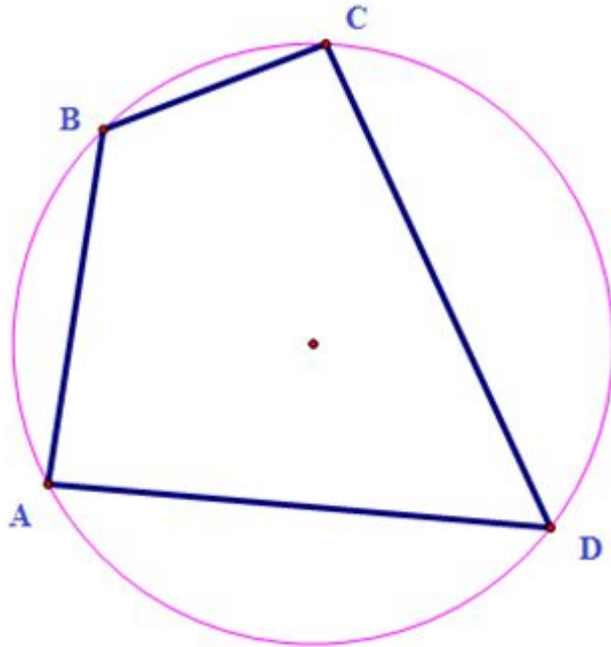
Например, нельзя описать окружность около ромба, не являющегося квадратом (т. к. у произвольного ромба диагонали не равны, а у квадрата – равны и точкой пересечения делятся пополам).



Не около каждой трапеции можно описать окружность.

Если же около четырёхугольника можно описать окружность, то его углы обладают замечательным свойством:

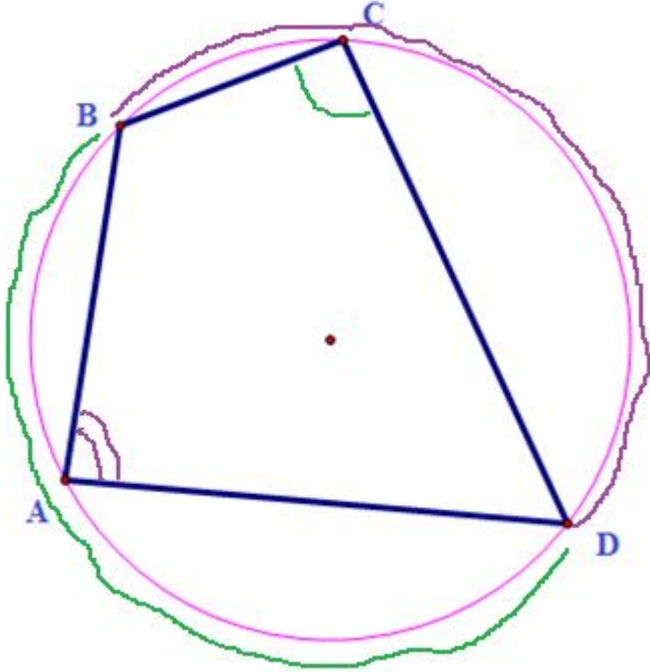
В любом вписанном четырёхугольнике сумма противоположных углов равна 180° .



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$

Докажем это



$$\angle A = \frac{1}{2} \cup BCD, \angle C = \frac{1}{2} \cup BAD,$$

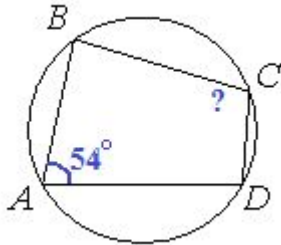
$$\angle A + \angle C = \frac{1}{2} (\cup BCD + \cup BAD) = \frac{1}{2} \cdot 360^\circ = 180^\circ.$$

А это полная окружность.
Градусная мера - 360°

Верно и обратное:

если сумма противоположных углов четырёхугольника равна 180° , то около него можно описать окружность.

Внимательный ученик может задать вопрос: а в предыдущей работе, когда мы решали эту задачу



Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 54° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах

зачем вы повели нас по длинному пути?

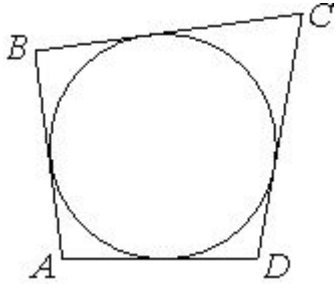
Каюсь, мне хотелось бы, чтобы 1) вы могли решить задачу разными способами, 2) вспомнить свойство вписанного угла, 3) и кто-то из вас даже не заглянет в сегодняшнее объяснение. Поэтому, чтобы найти угол C в этой задаче достаточно применить свойство углов, вписанного четырёхугольника.

$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

Угол C равен $180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

Ответ:
126

А теперь задачи. Задача
№1



Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB = 7$, $BC = 10$, $CD = 14$. Найдите AD .

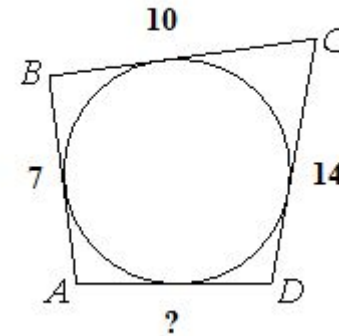
Повторение темы прошлого урока:

В любом описанном четырёхугольнике суммы противоположных сторон равны.

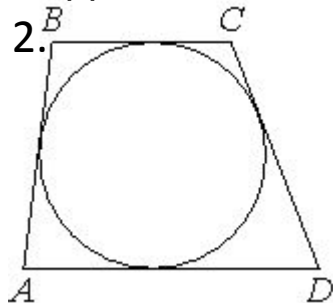
$$AD + BC = AB + CD$$

$$AD = (14 + 7) - 10 = 11$$

Ответ: 11



Задача

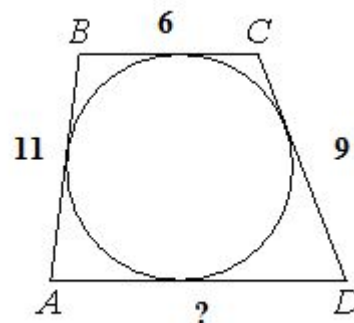


Трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC описана около окружности, $AB = 11$, $BC = 6$, $CD = 9$.

Найдите AD .

Здесь то же
самое!

В любом описанном четырёхугольнике суммы
противоположных сторон равны.

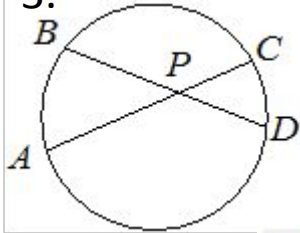


Ответ:

14

Задача

3.



Хорды AC и BD окружности пересекаются в точке P , $BP = 15$, $CP = 6$, $DP = 10$. Найдите AP .

А здесь свойство отрезков

хорд:

Теорема

Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$$BP \cdot DP = AP \cdot CP$$

$$15 \cdot 10 = AP \cdot 6$$

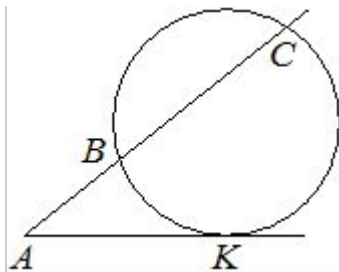
$$AP = 25$$

Ответ:

25

Задача

4.



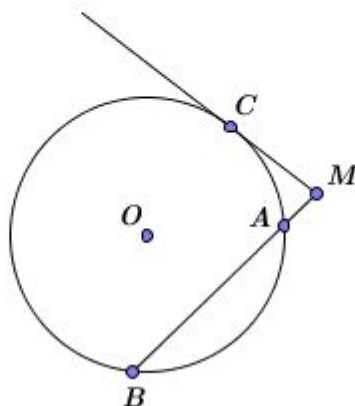
Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB = 2$, $AC = 8$. Найдите AK .

Здесь свойство, подробно которого я не касалась. Разберите его и решите задачу

Теорема о касательной и секущей

Если из точки, лежащей вне окружности, проведены касательная и секущая, то квадрат длины касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть:

$$MC^2 = MA \cdot MB.$$

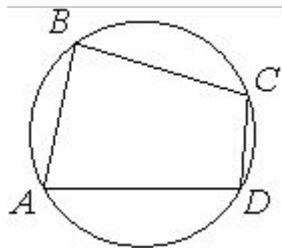


Ответ:

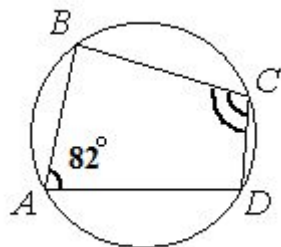
4

Задача

5.



Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 82° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



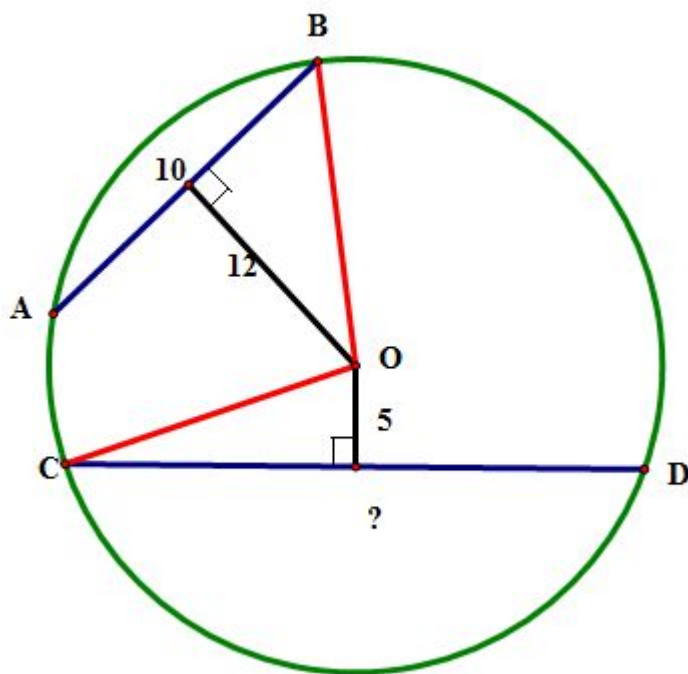
Решите в одно действие.

В любом вписанном четырёхугольнике сумма противоположных углов равна 180° .

Ответ:

98

Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD , если $AB = 10$, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны соответственно 12 и 5.



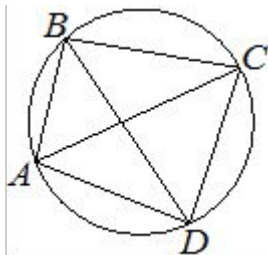
Примените два раза теорему Пифагора.

Один раз найдите радиус BO .

А второй раз, зная радиус, найдите половину CD .

А узнаете половину – найдёте и весь отрезок CD .

Ответ:2



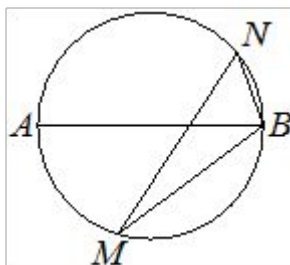
Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 39° , угол CAD равен 55° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

Ответ:

94



На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 69^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, — прямой.

Ответ:

21