

## § 8 Равновесие тела при наличии сил трения

### 8.1 Трение скольжения

$$\operatorname{tg} \alpha^{\max} = \frac{F_T^{\max}}{N} = f$$

$f$  – коэффициент

трения скольжения

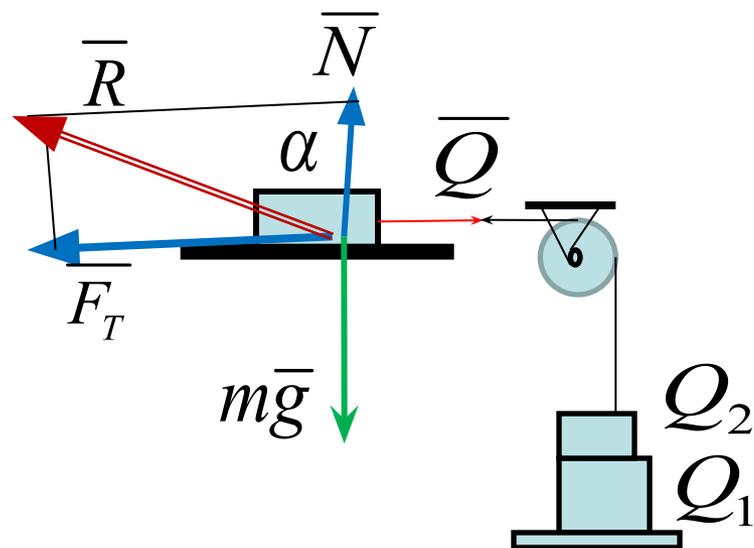
$$Q^{\max} = F_T^{\max}$$

$$F_T^{\max} = f \cdot N$$

$F_T \leq f \cdot N$  – условие равновесия

при наличии трения скольжения

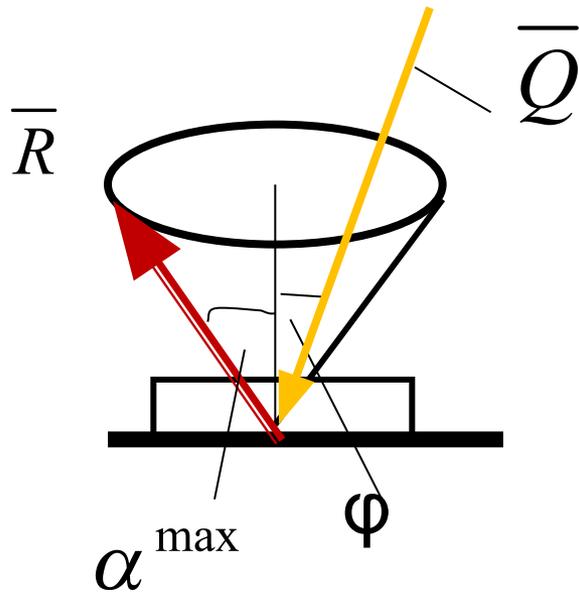
Трибометр



## 8.2 Законы трения

1.  $\overline{F}_T$  Противоположна направлению вектора скорости;
2.  $\overline{F}_T$  Не зависит от площади соприкасающихся поверхностей;
3.  $F_T^{\max} = f \cdot N$
4. Коэффициент трения скольжения зависит от физических свойств соприкасающихся поверхностей

## 8.3 Угол и конус трения



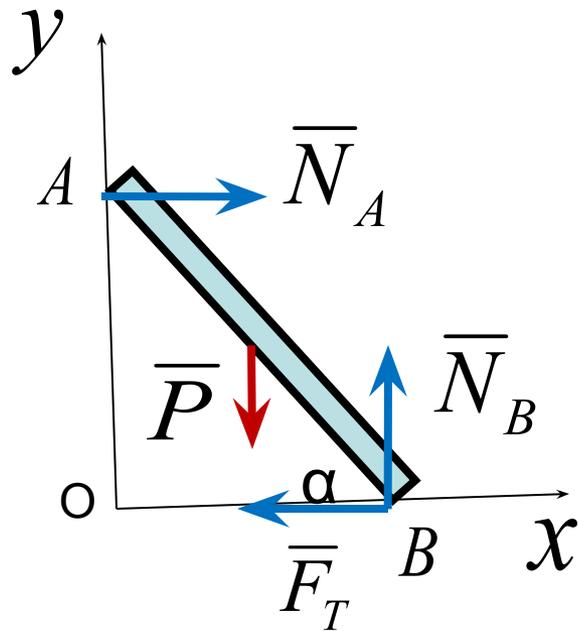
$$\operatorname{tg} \alpha^{\max} = f$$

*равновесие*

*Равнодействующая  
активных сил  $\bar{Q}$   
внутри конуса трения*

*Вывод :  $\alpha^{\max} \geq \varphi$  – равновесие*

**Пример 1.** Брус АВ весом  $P$  опирается на гладкую стену и шероховатый пол.  $f=0,15$ .  
 Определить угол  $\alpha$  при равновесии бруса.



Обозначим  $OB = a$

Уравнения равновесия

$$\sum F_{ky} = N_B - P = 0$$

$$N_B = P$$

$$\sum m_A = N_B \cdot a - P \cdot \frac{a}{2} - F_T \cdot a \cdot \operatorname{tg}\alpha = 0$$

$$N_B = \frac{P}{2} + F_T \cdot \operatorname{tg}\alpha \qquad F_T = \frac{P}{2 \operatorname{tg}\alpha}$$

Условие равновесия при

наличии трения скольжения

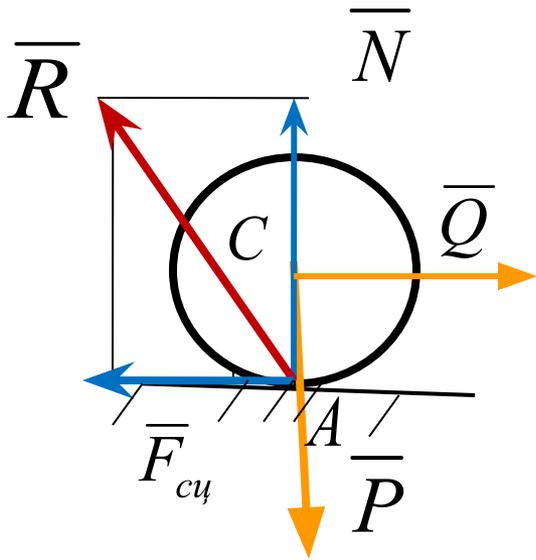
$$F_T \leq f \cdot N$$

$$\frac{P}{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha} \leq f \cdot P$$

$$\operatorname{tg}\alpha \geq \frac{1}{2f}$$

$$\operatorname{tg}\alpha \geq 3,3; \text{ ответ: } \alpha \geq 73^\circ$$

## 8.4 Равновесие при наличии трения качения



$$F_{сц} = f \cdot N$$

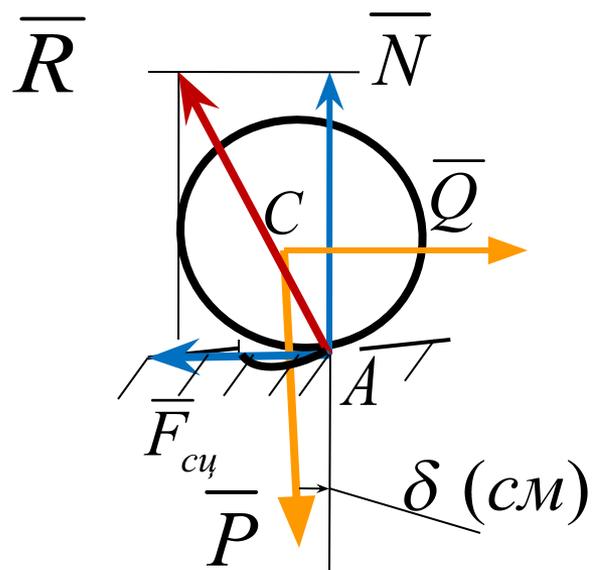
Уравнения равновесия

$$\sum F_{kx} = Q - F_{сц} = 0$$

$$\sum F_{ky} = N - P = 0$$

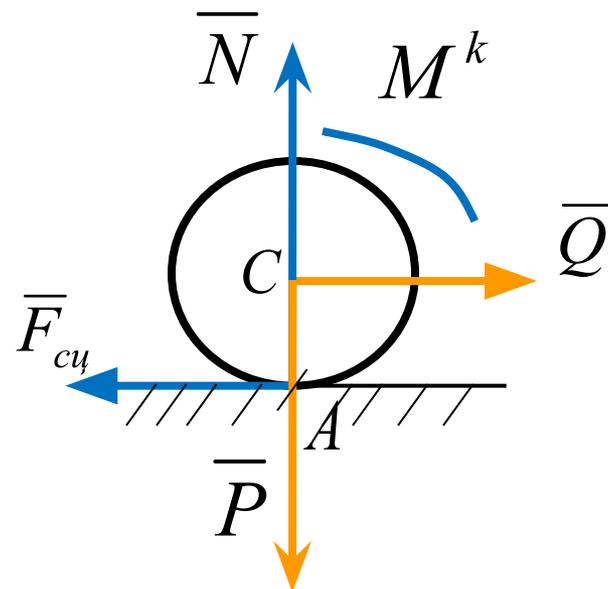
$$\sum m_A = -Q \cdot r \neq 0$$

## 8.4 Равновесие при наличии трения качения



$$M^k = \delta \cdot N$$

$$F_{cy} = f \cdot N$$



Уравнения равновесия

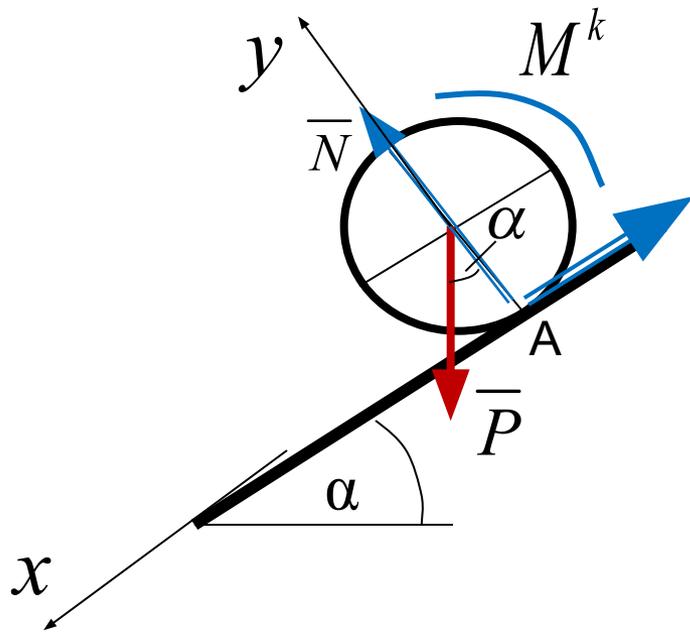
$$\sum F_{kx} = Q - F_{cy} = 0$$

$$\sum F_{ky} = N - P = 0$$

$$\sum m_A = -Q \cdot r + M^k = 0$$

**Пример 2.** Каток радиуса  $r = 1\text{ м}$  скатывается по наклонной шероховатой поверхности под действием силы тяжести  $P$ . Определить угол  $\alpha$  при равновесии катка.

$$f = 0,2; \delta = 2\text{ см}$$



$$\sum F_{kx} = P \sin \alpha - F_{cy} = 0$$

$$\sum F_{ky} \equiv N - P \cos \alpha = 0;$$

$$\sum m_A = P \sin \alpha \cdot r - M^k = 0$$

$$P \sin \alpha - F_{cy} = 0 \quad N - P \cos \alpha = 0$$

$$P \sin \alpha \cdot r - M^k = 0 \quad F_{cy} \leq fN \quad M^k \leq \delta N$$

$$F_{cy} = P \sin \alpha$$

$$N = P \cos \alpha;$$

$$M^k = P \sin \alpha \cdot r$$

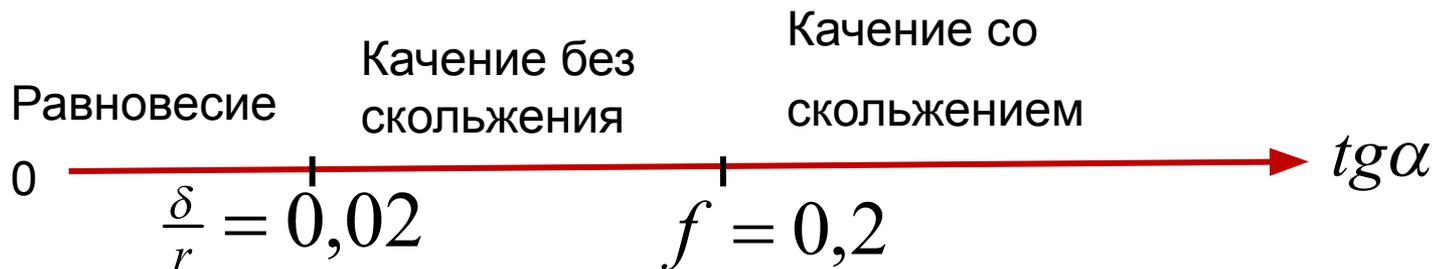
$$P \sin \alpha \leq fP \cos \alpha$$

$$P \sin \alpha \cdot r \leq \delta P \cos \alpha$$

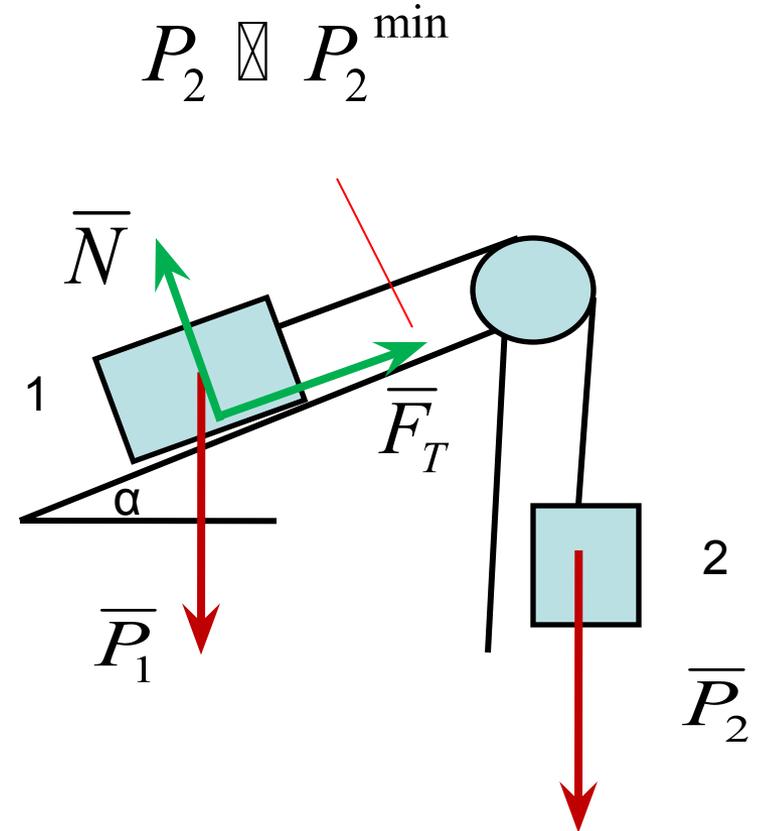
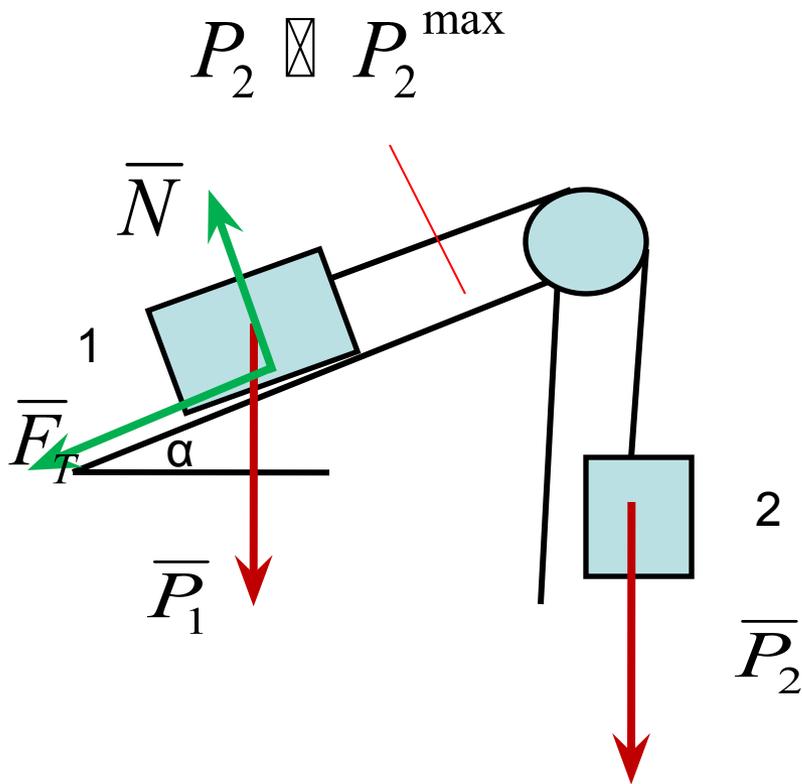
$$\operatorname{tg} \alpha \leq f; \quad f = 0,2$$

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \frac{\delta}{r} \quad \frac{\delta}{r} = 0,02$$

*Различные состояния колеса в зависимости от угла  $\alpha$*



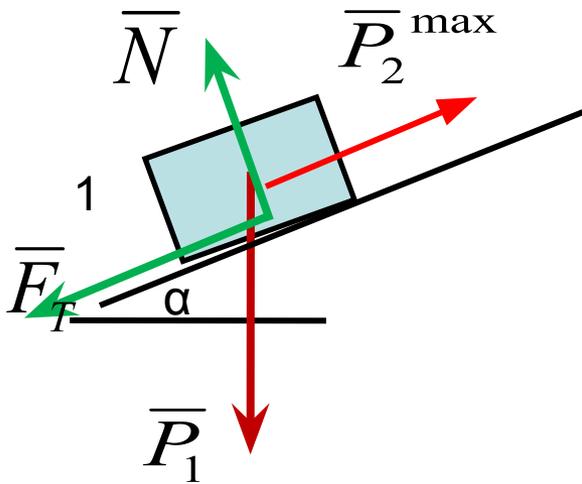
**Пример 3** При каком весе тела 2 система будет находиться в равновесии, если  $P_1=10\text{н}$ ;  $\alpha=30^\circ$ ;  $f=0,1$



*Рассмотрим равновесие груза 1.*

*Освободимся от связи, заменив её силой натяжения равной весу груза 2*

$$P_2 \leq P_2^{\max}$$



*Уравнения равновесия*

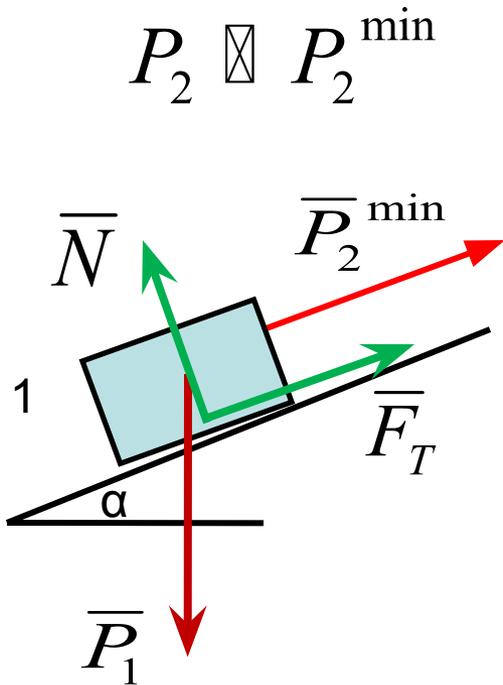
$$\sum F_{kx} = P_2^{\max} - P_1 \sin \alpha - F_T = 0$$

$$\sum F_{ky} = N - P_1 \cos \alpha = 0$$

$$F_T \leq fN$$

$$P_2^{\max} - P_1 \sin \alpha \leq fP_1 \cos \alpha$$

$$P_2^{\max} \leq P_1 (\sin \alpha + f \cos \alpha)$$



$$P_2 \boxtimes P_2^{\min}$$

*Уравнения равновесия*

$$\sum F_{kx} = P_2^{\min} - P_1 \sin \alpha + F_T = 0$$

$$\sum F_{ky} = N - P_1 \cos \alpha = 0$$

$$F_T \leq fN$$

$$-P_2^{\min} + P_1 \sin \alpha \leq fP_1 \cos \alpha$$

$$P_2^{\min} \geq P_1(\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

*Ответ*

$$P_1(\sin \alpha + f \cos \alpha) \geq P_2 \geq P_1(\sin \alpha - f \cos \alpha)$$