



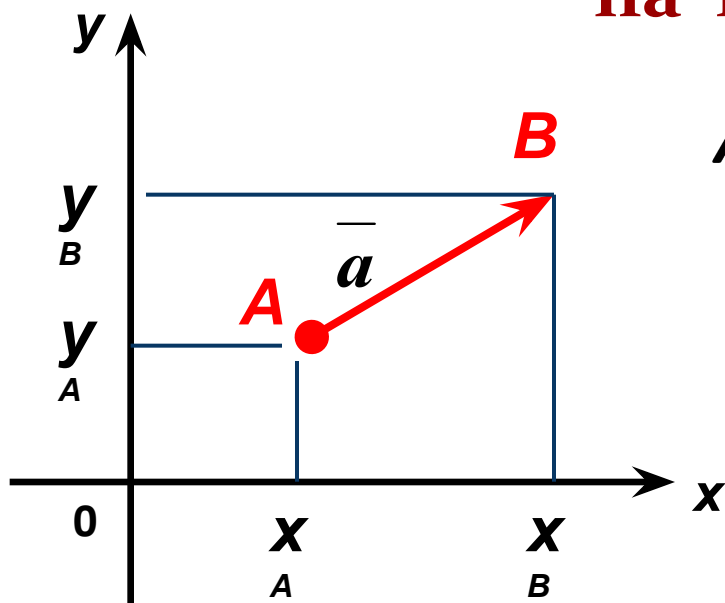
Вектори у просторі

План

1. Координати вектора у просторі.
2. Дії над векторами.
3. Скалярний добуток векторів



Координати вектора, модуль вектора на площині



$$A(x_A; y_A), \quad B(x_B; y_B), \quad \overline{AB} = \overline{a}$$

$$\overline{a}(a_x; a_y)$$

$$a_x = x_B - x_A$$

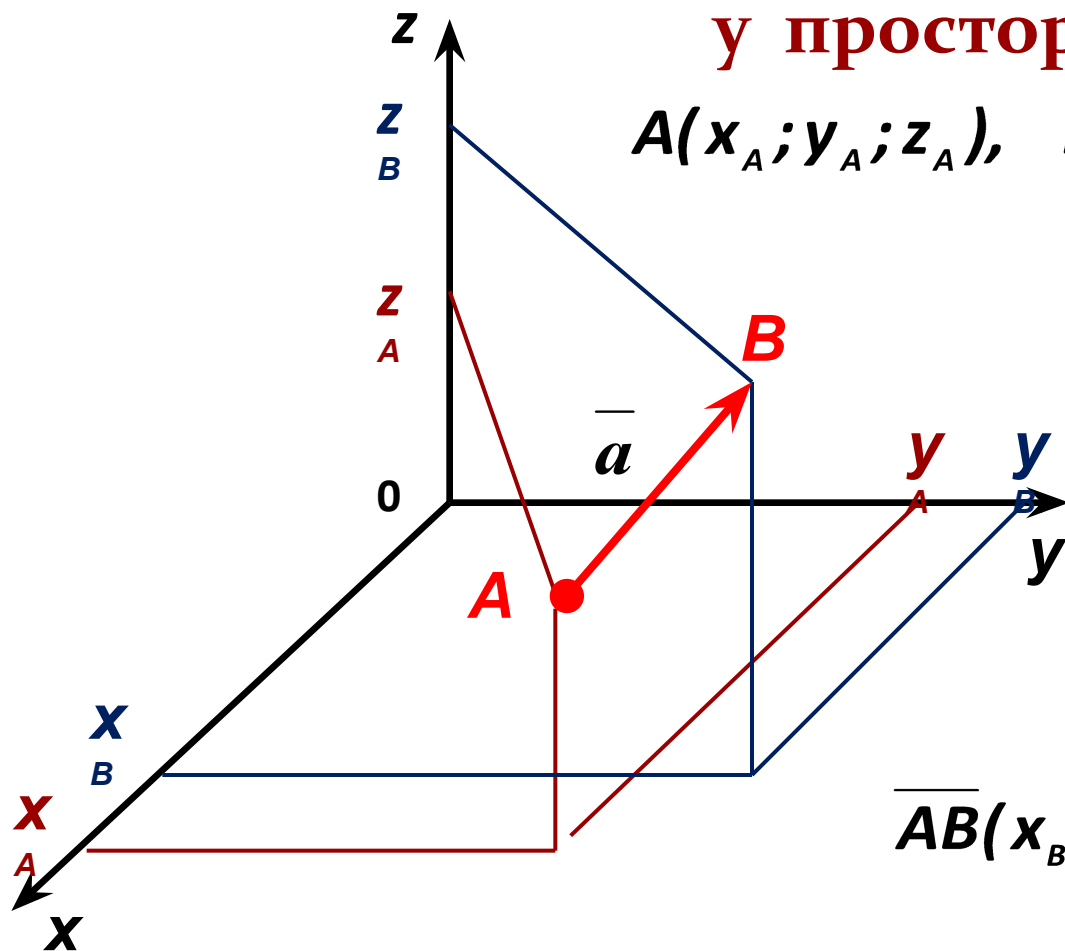
$$a_y = y_B - y_A$$

$$\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$|\overline{a}| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2},$$

$$|\overline{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Координати вектора, модуль вектора у просторі



$$A(x_A; y_A; z_A), \quad B(x_B; y_B; z_B), \quad \overline{AB} = \overline{a}$$

$$\overline{a}(a_x; a_y; a_z)$$

$$a_x = x_B - x_A$$

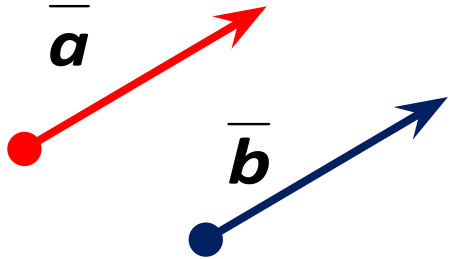
$$a_y = y_B - y_A$$

$$a_z = z_B - z_A$$

$$\overline{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}, \quad |\overline{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Рівні вектори



$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b} \end{cases}$$

у координатах

$$\vec{a}(a_x; a_y; a_z) = \vec{b}(b_x; b_y; b_z) \Leftrightarrow \begin{cases} a_x = b_x \\ a_y = b_y \\ a_z = b_z \end{cases}$$

№ 1. Знайти координати вектора $\overline{MF}$, якщо $M(-5; -9; 4)$ і $F(-2; 1; -3)$.

Відповідь $\overline{MF}(3; 10; -7)$.

ь:

№ 2. Дано точки $M(-3; 2; z)$, $N(4; -6; 3)$, $K(x; 1; -10)$, $E(2; y; -15)$. Знайти x, y, z , якщо $\overline{MN} = \overline{EK}$.

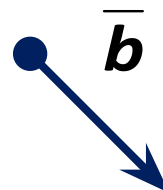
Відповідь: $x = 9, y = 9, z = -2$.

№ 3. Серед векторів $\overline{a}(5; -3; 4)$, $\overline{b}(-2; 1; -7)$, $\overline{c}(-3; 6; 3)$, $\overline{m}(-5; 5; -2)$, $\overline{n}(2; -6; \sqrt{10})$ знайти такі, що мають однаковий модуль.

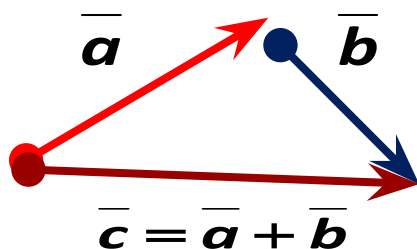
Відповідь $|\overline{a}| = |\overline{n}| = \sqrt{50}, |\overline{b}| = |\overline{c}| = |\overline{m}| = \sqrt{54}$.

ь:

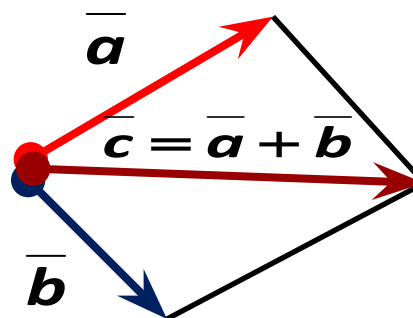
Сума векторів



правило трикутника



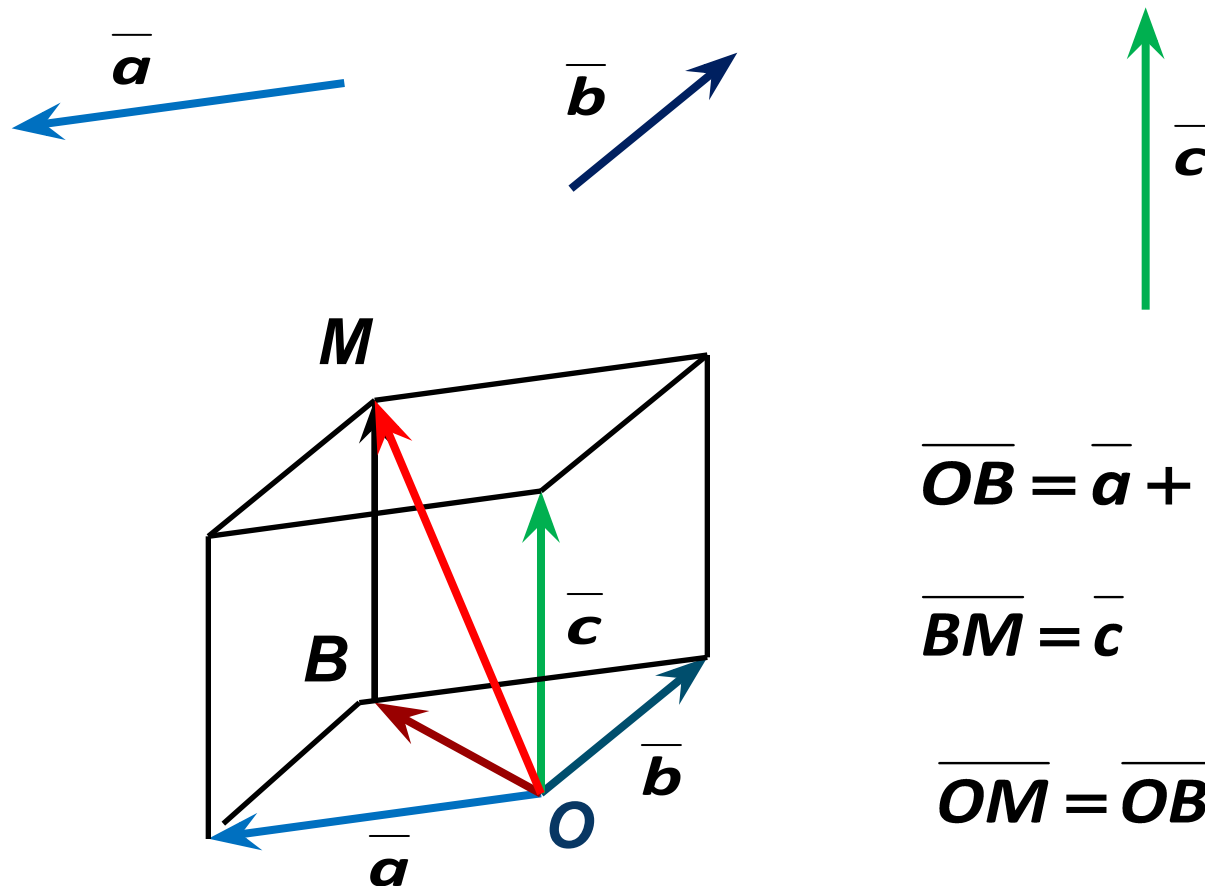
правило паралелограма



у координатах

$$\vec{a}(a_x; a_y; a_z) + \vec{b}(b_x; b_y; b_z) = \vec{c}(a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z)$$

Правило паралелепіпеда



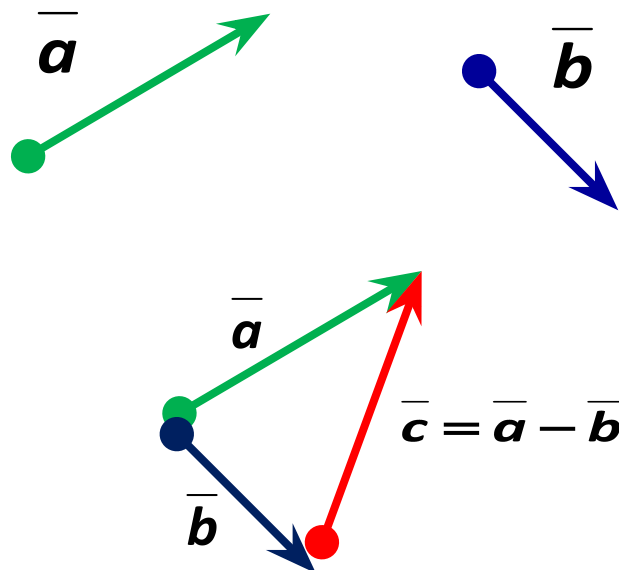
$$\vec{OB} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{BM} = \vec{c}$$

$$\vec{OM} = \vec{OB} + \vec{BM}$$

$$\vec{OM} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

Різниця векторів



у координатах

$$\vec{a}(a_x; a_y; a_z) - \vec{b}(b_x; b_y; b_z) = \vec{c}(a_x - b_x; a_y - b_y; a_z - b_z)$$

№ 4. Дано вектори $\bar{a}(-3;1;2)$ і $\bar{b}(5;-6;7)$.
Знайти:

1) $\bar{a} + \bar{b}$;

3) $|\bar{a} + \bar{b}|$;

2) $\bar{a} - \bar{b}$;

4) $|\bar{a} - \bar{b}|$.

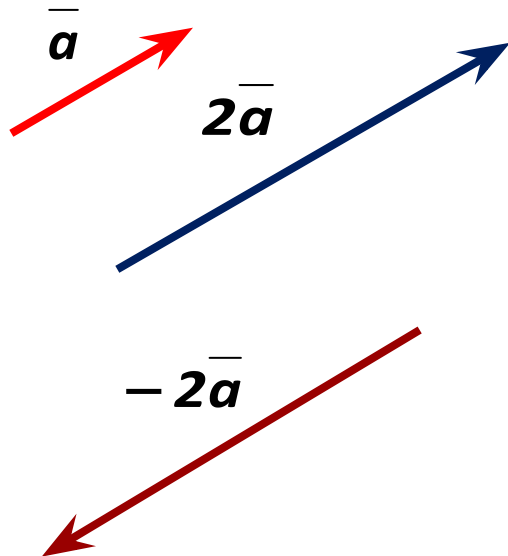
Відповідь: 1) $(2;-5;9)$;

2) $(-8;7;-5)$;

3) $\sqrt{110}$;

4) $\sqrt{138}$.

Множення вектора на число



$$\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$$

$$\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda a_x; \lambda a_y; \lambda a_z)$$

якщо $\lambda > 0$, то $\lambda \cdot \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{a}$

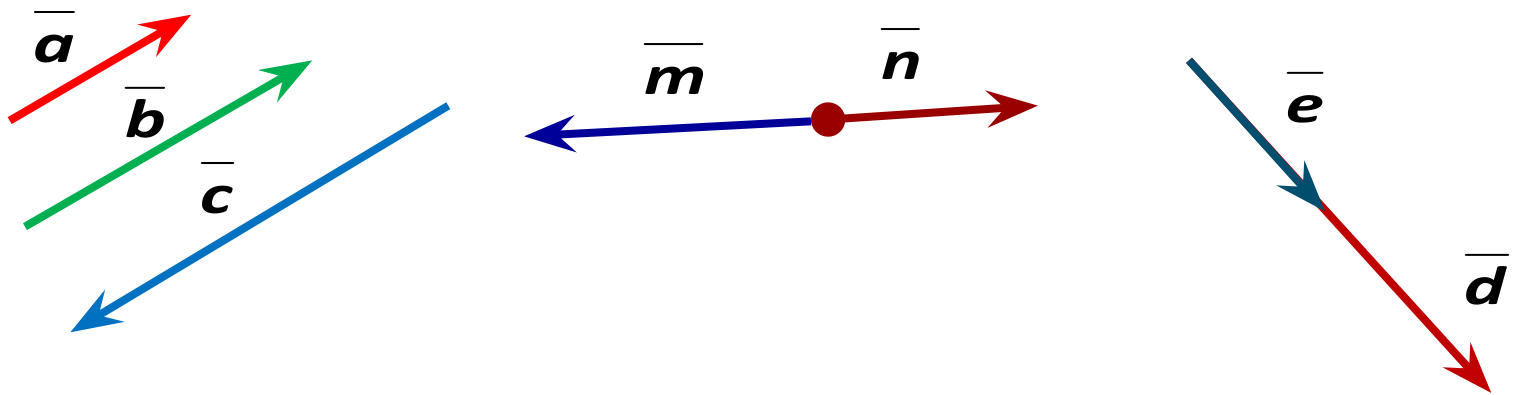
якщо $\lambda < 0$, то $\lambda \cdot \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{a}$

№ 5. Побудувати вектори $2\vec{a}$; $1,5\vec{a}$; $-0,5\vec{a}$.



Колінеарні вектори

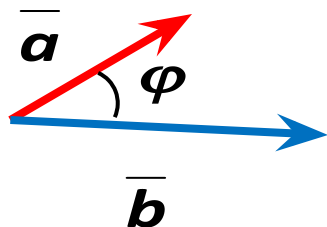
Означення. Вектори називаються колінеарними, якщо вони лежать на одній прямій або на паралельних прямих.



$\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$ і $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$ колінеарні, то

$$\vec{b} = \lambda \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \frac{b_x}{a_x} = \frac{b_y}{a_y} = \frac{b_z}{a_z} = \lambda$$

Скалярний добуток векторів



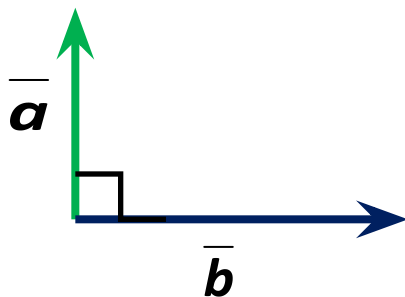
$$\bar{a} \cdot \bar{b} = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \cos$$

у координатах

$$\bar{a}(a_x; a_y; a_z), \quad \bar{b}(b_x; b_y; b_z)$$

$$\bar{a} \cdot \bar{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z$$

умова перпендикулярності векторів



$$\bar{a} \perp \bar{b} \Leftrightarrow \bar{a} \cdot \bar{b} = 0$$

Розв'язування задач

№ 1. Модуль вектора $\vec{a}(x; -10; 8)$ дорівнює 13.

Знайти x .

№ 2. Дано вектори $\vec{a}(4; -7; -3)$ і $\vec{b}(-3; 6; -2)$.

Знайти:

$$1) \vec{c} = 3 \cdot \vec{b} - 2 \cdot \vec{a}; \quad 2) |\vec{c}|.$$

№ 3. Чи колінеарні вектори $\vec{AB}$ і $\vec{CD}$, якщо $A(2; -5; 4)$,
 $B(1; 4; 6)$, $C(-4; -6; 8)$, $D(-2; 0; 12)$?

№ 4. Знайти значення x і y , при яких вектори $\vec{a}(x; -8; 12)$
і $\vec{b}(24; y; -36)$ колінеарні.

№ 5. Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$,
якщо $\vec{a}(1; -3; 8)$, $\vec{b}(4; -2; -6)$.

№ 6. Знайти скалярний добуток векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$,
якщо $|\vec{a}| = 8$, $|\vec{b}| = 7$, $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

№ 7. Дано вектори $\vec{a}(4; -2; p)$ і $\vec{b}(5; p; -3)$. При
якому $\vec{a} \cdot \vec{b} = 8$?

значенні p
№ 8. Дано вектори $\vec{a}(4; -7; -2)$ і $\vec{b}(3; 6; -1)$. При
якому

значенні y вектори перпендикулярні.

№ 9. Довести, що чотирикутник ABCD з вершинами
 $A(6; -4; 2)$, $B(3; 2; 3)$, $C(0; 1; 0)$, $D(3; -5; -1)$ -
прямокутник.

№ 10. Знайти косинус кута між векторами
і $\vec{b}(2; 6; -3)$.