

# Повторение курса геометрии 8 класса



# Содержание

## 1. Четырехугольники

- Многоугольники
- Параллелограмм и трапеция
- Прямоугольник, ромб, квадрат

## 2. Площадь

- Площадь многоугольника
- Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции
- Теорема Пифагора

# Содержание

## 3. Подобные треугольники

- Определение подобных треугольников
- Признаки подобия треугольников
- Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника

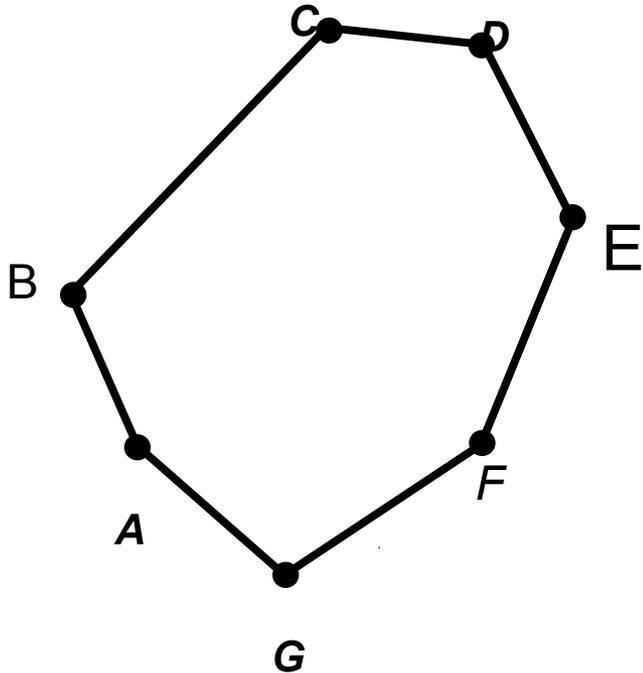
## 4. Окружность

- Касательная к окружности
- Центральные и вписанные углы
- *Вписанная и описанная окружности*

# 1. Четырехугольники

- Многоугольники
- Параллелограмм и трапеция
- Прямоугольник, ромб, квадрат

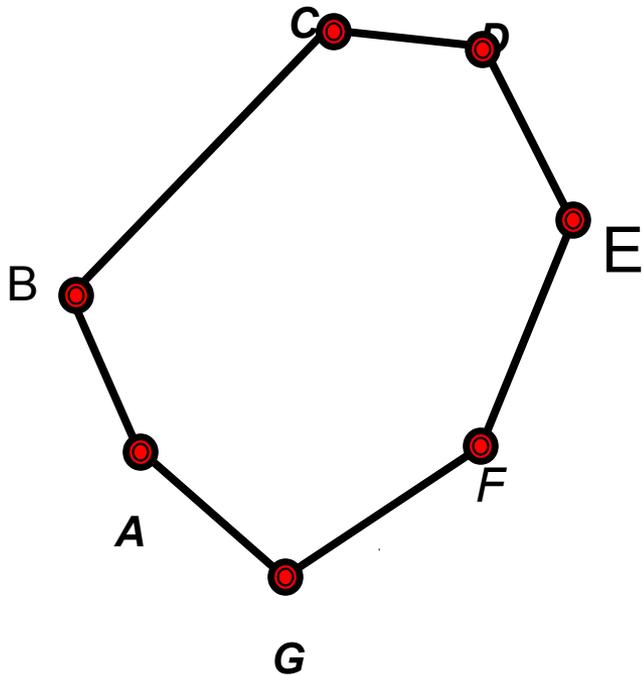
# Многоугольник



***ABCDEFGG-***  
***многоугольник.***

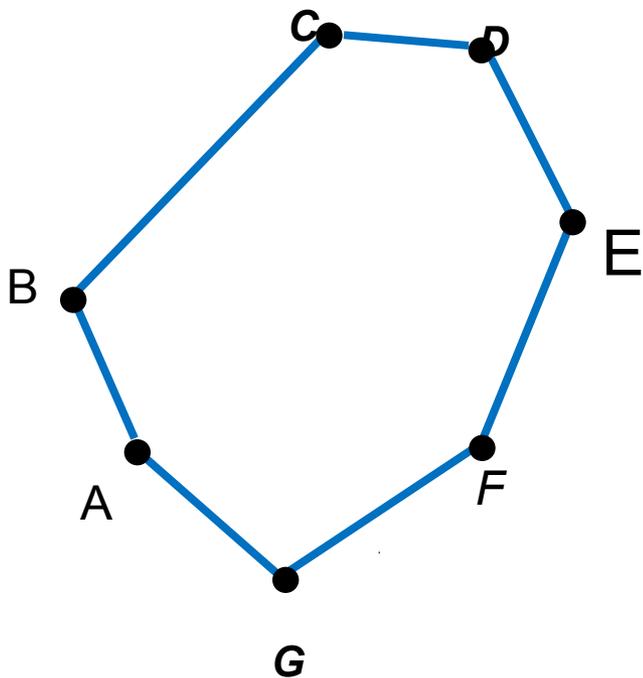
***Отрезки***  
***AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA***  
***-смежные не лежат на***  
***одной прямой.***  
***Отрезки несмежные не***  
***имеют общих точек.***

# Многоугольник



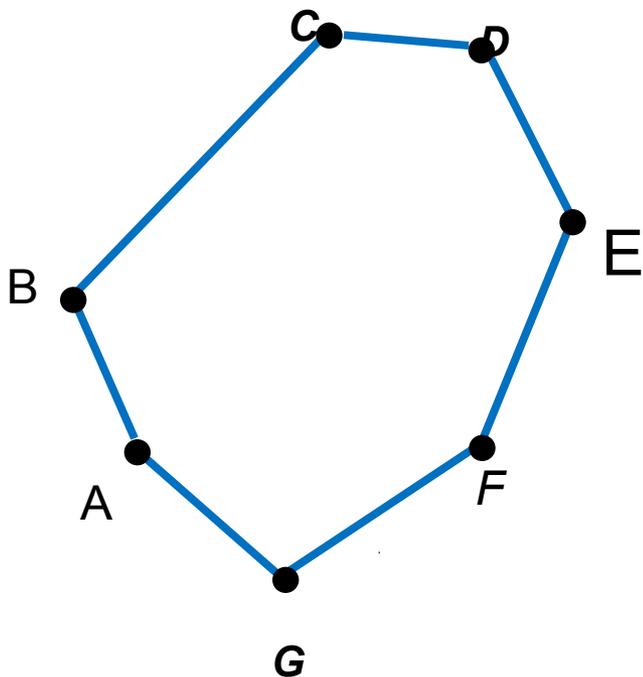
***A, B, C, D, E, F, G-***  
***вершины***  
***многоугольника.***

# Многоугольник



***AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA***  
***-стороны***  
***многоугольника***

# Многоугольник



*Сумма длин сторон  
AB, BC, CD, DE, EF, FG, GA  
-называется*

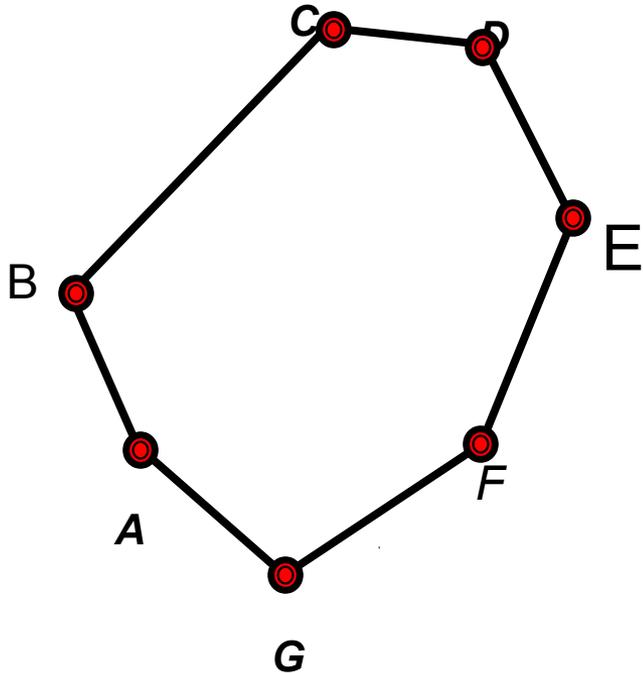
**периметром многоугольника**

$$P = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GA$$

# Многоугольник

- Многоугольник, имеющий  $n$  углов называется  $n$ -угольником.

# Многоугольник



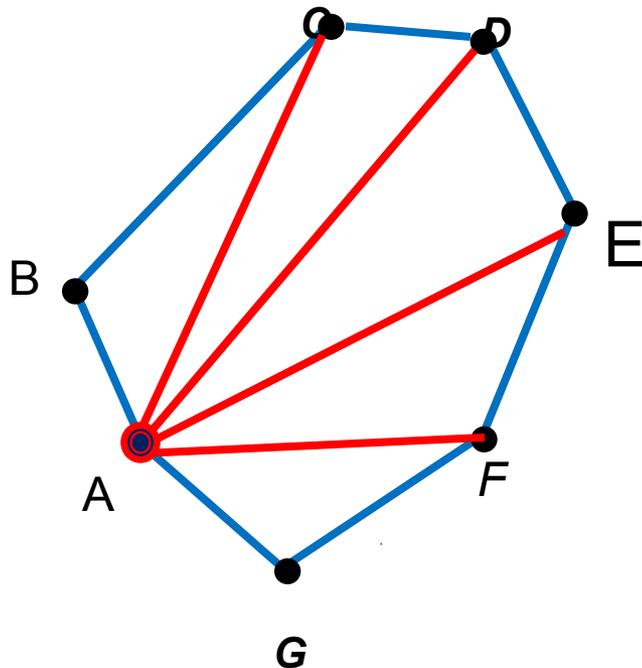
***соседние вершины***

***-две вершины ,  
принадлежащие  
одной стороне***

# Многоугольник

**Определение:**

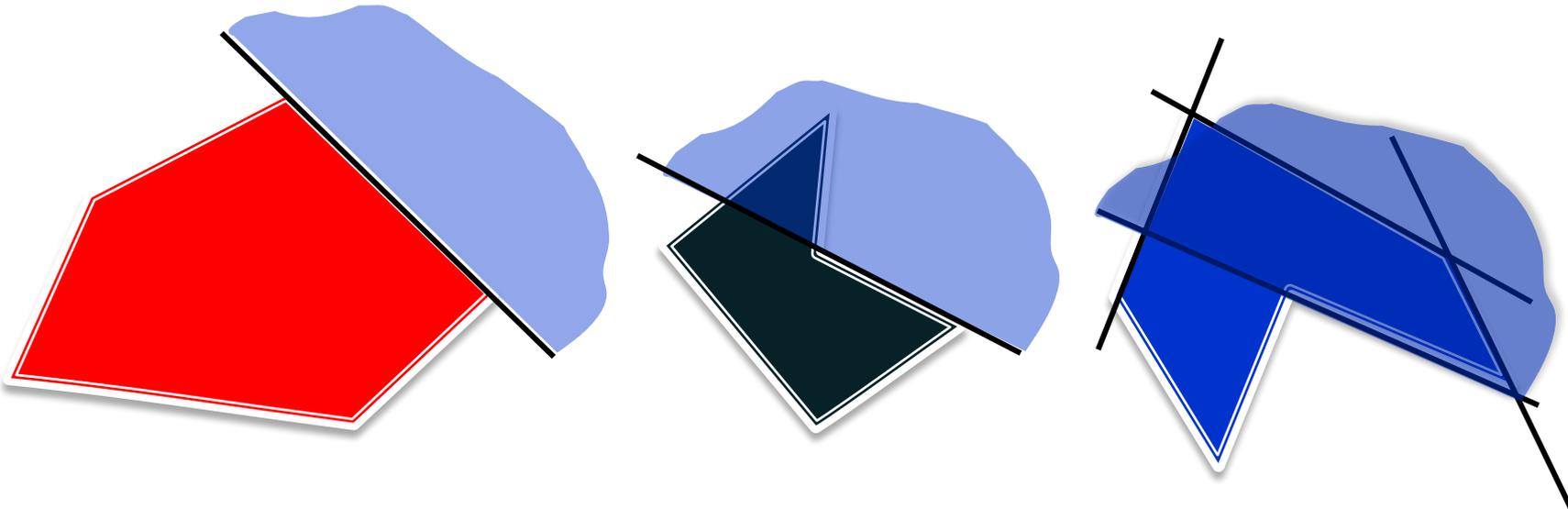
Отрезок, соединяющий две несоседние вершины называется диагональю.



**AC, AD, AE, AF -  
диагонали  
многоугольника,  
проведённые из  
вершины A.**



# Выпуклые многоугольники



## Определение:

Многоугольник называется **выпуклым**, если он лежит в одной полуплоскости относительно **любой** прямой, содержащей его сторону.

**Внешняя  
область**

**Внутренняя  
область**



**Задача** Сумма углов выпуклого многоугольника  $(n - 2) \cdot 180^\circ$

Сколько сторон имеет многоугольник, если каждый угол которого равен  $120^\circ$ .

**Решение**

Обозначим  $n$  – количество вершин многоугольника.

Так как сумма углов выпуклого многоугольника  $(n - 2) \cdot 180^\circ$ .

$$\text{То следовательно } (n - 2) \cdot 180^\circ = 120^\circ \cdot n$$

$$180^\circ \cdot n - 360^\circ = 120^\circ \cdot n$$

$$60^\circ \cdot n = 360^\circ$$

$$n = 360^\circ : 60^\circ$$

$$n = 6$$

**Ответ: 6 сторон.**

# Четырехугольники

Параллелограмм

Прямоугольник

Ромб

Квадрат

Трапеция

# *Параллелограмм*

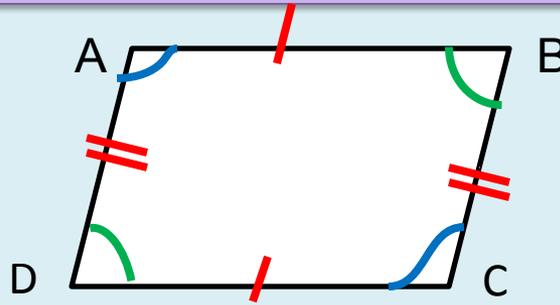
# Определение



**Параллелограмм-  
это  
четыреугольник,  
у которого  
противоположные  
стороны попарно  
параллельны.**

*Если в четырехугольнике  
ABCD и DCBA, то  
ABCD – параллелограмм.*

# Свойства параллелограмма

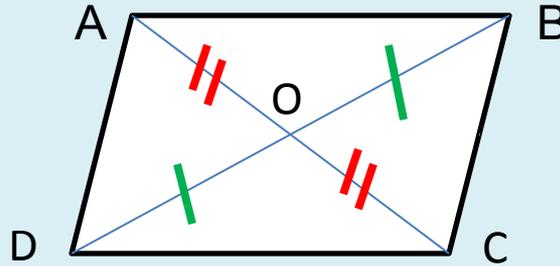


1. В параллелограмме противоположные стороны равны и противоположные углы равны.

*Если  $ABCD$ - параллелограмм, то*

$$AD=BC, AB=CD, \angle A=\angle C, \\ \angle B=\angle D.$$

# Свойства параллелограмма

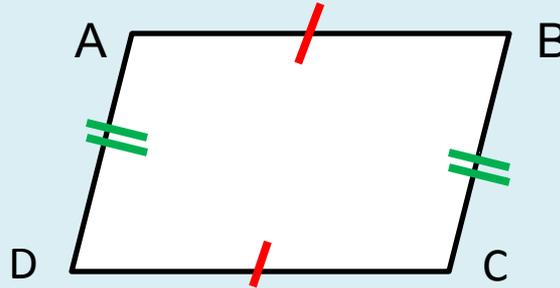


2. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

*Если  $ABCD$ - параллелограмм, то  
 $AO=OC$ ,  $BO=OD$ .*

*Если в задаче дано, что  
четырехугольник —  
параллелограмм,  
то можно использовать  
свойства параллелограмма.*

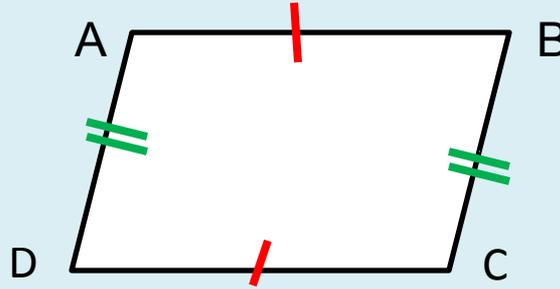
# Признаки параллелограмма



1. Если в четырехугольнике } противоположные стороны  
равны и параллельны, то это - параллелограмм.

*Если  $AB \parallel CD$  и  $AB = CD$*   
*Если  $AD \parallel BC$  и  $AD = BC$*  }  $\Rightarrow$   *$ABCD$  - параллелограмм*

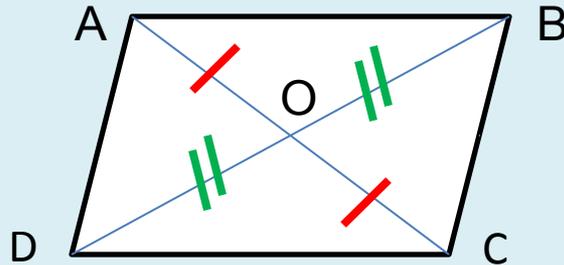
# Признаки параллелограмма



2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то это - параллелограмм.

*Если  $AB=CD$  и  $AD=BC$ , то  $ABCD$  -параллелограмм.*

# Признаки параллелограмма



3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то это - параллелограмм.

*Если  $AO=OC$  и  $DO=OB$ , то  $ABCD$*

-

*параллелограмм.*

*Если в задаче нужно доказать,  
что четырёхугольник является  
параллелограммом,  
то применяют один из признаков  
параллелограмма.*

# Прямоугольник, его свойства и признаки

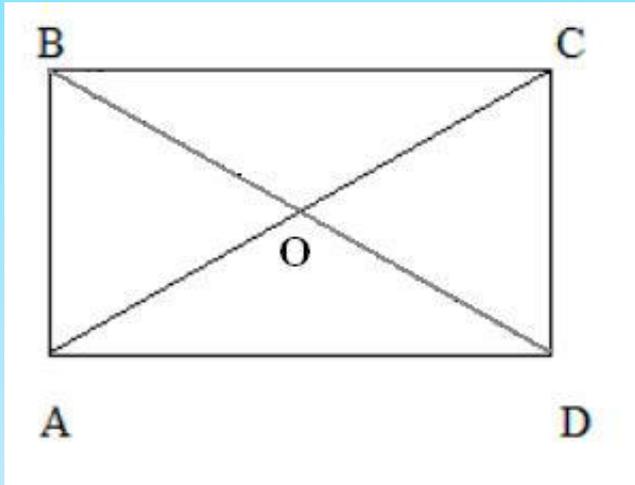
## 2. Свойства

- Диагонали равны  
 $BD = AC$ .

*Обратное утверждение*

## 3. Признаки

- Если в параллелограмме диагонали равны, то он прямоугольник.

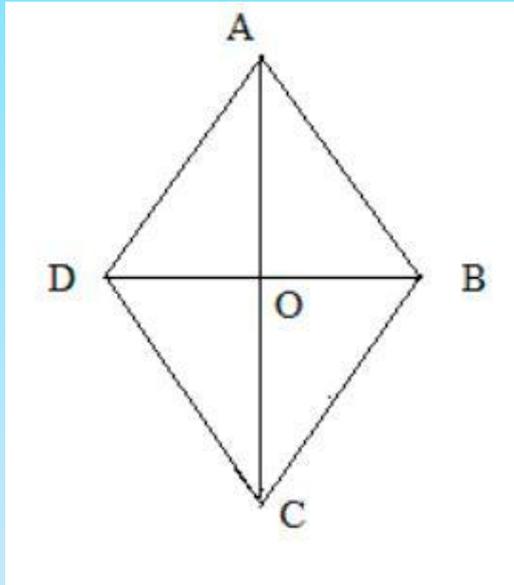


## 1. Определение

Параллелограмм, у которого все углы прямые.

$$\begin{aligned}\angle A &= 90^\circ; & \angle B &= 90^\circ; \\ \angle C &= 90^\circ; & \angle D &= 90^\circ.\end{aligned}$$

# Ромб, его свойства и признаки



## *Определение*

Параллелограмм, у которого все стороны равны.

$$AB = BC = CD = AD$$

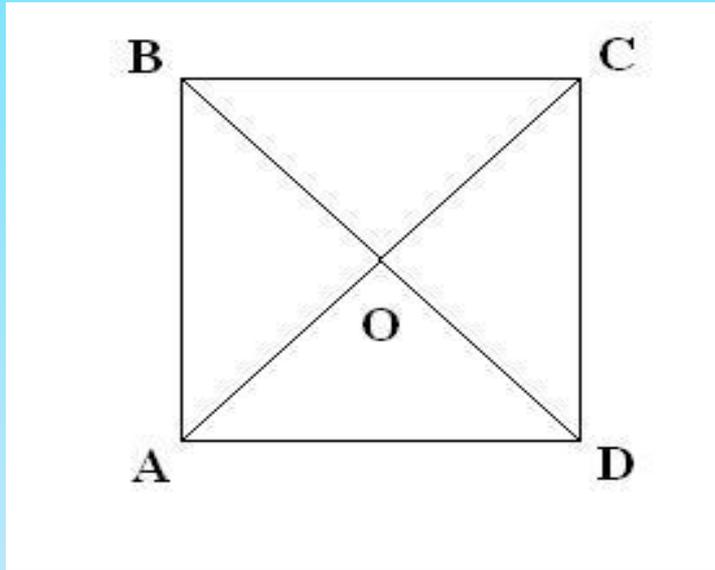
## *Свойства*

- Диагонали взаимно перпендикулярны и делят углы пополам.

# Квадрат, его свойства и признаки

## Свойства

- Диагонали равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.



## Определение

Прямоугольник, у которого все стороны равны.

$$\angle A = 90^\circ; \quad \angle B = 90^\circ; \quad \angle C = 90^\circ; \quad \angle D = 90^\circ.$$

$$AB = BC = CD = AD.$$

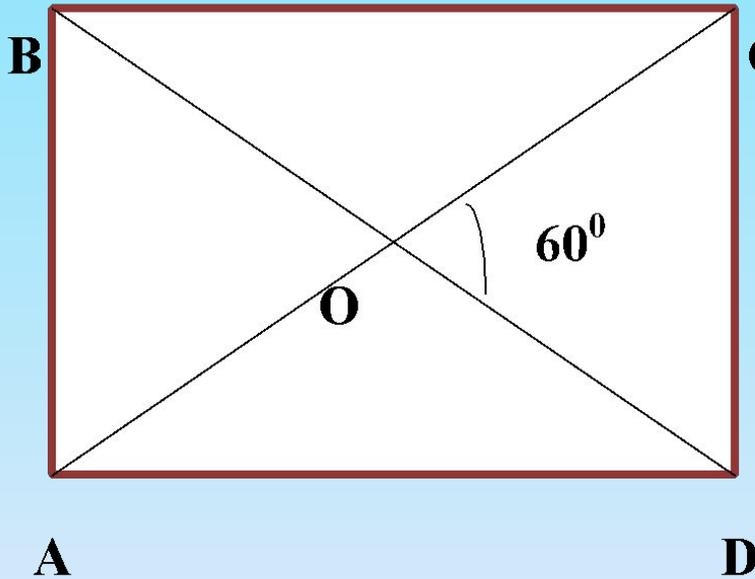
- Признаки
- Если в ромбе все углы равны, то он квадрат.
- Если в ромбе диагонали равны, то он квадрат.

$$AC \perp BD, \quad AC = BD;$$

$$\angle BAO = \angle DAO; \quad \angle BCO = \angle DCO;$$

$$\angle ABO = \angle CBO; \quad \angle ADO = \angle CDO.$$

# Задача



С Дано: ABCD – прямо-  
угольник;  $\angle COD = 60^\circ$ .

Найти:  $\angle AOB$ ,  $\angle BOC$ .

Ответ:  $\angle AOB = 60^\circ$ ,  $\angle BOC = 120^\circ$ .

# Задача

**Дано:** ABCD – прямоугольник;

$\angle ABD$  больше  $\angle CBD$  на  $20^\circ$ .

**Найти:** углы треугольника AOD.

**Ответ:**  $\angle A = 35^\circ$ ,  $\angle O = 110^\circ$ ,  $\angle D = 35^\circ$

◦

# Задача

В ромбе угол между диагональю и стороной равен  $25^\circ$ . Найдите углы ромба.

Ответ:  $50^\circ$ ;  $130^\circ$

# Свойства площадей

1. Равные многоугольники имеют равные площади.
2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.
3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

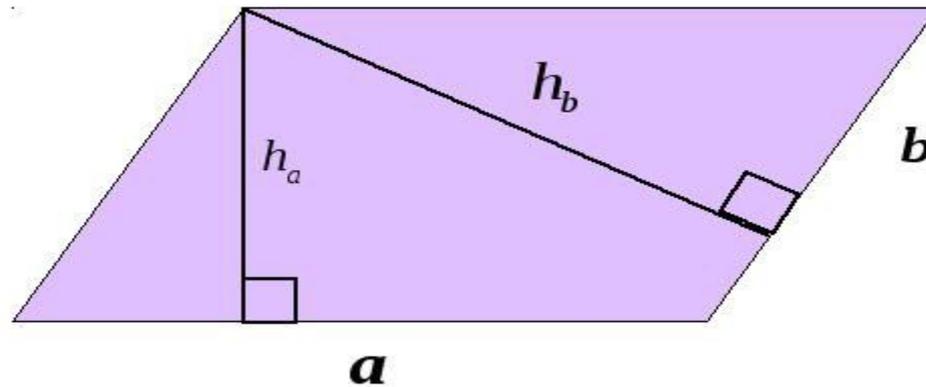
# Площадь прямоугольника



# Площадь параллелограмма

## *Площадь параллелограмма.*

Теорема. Площадь параллелограмма равна произведению стороны на высоту, проведенную к данной стороне.

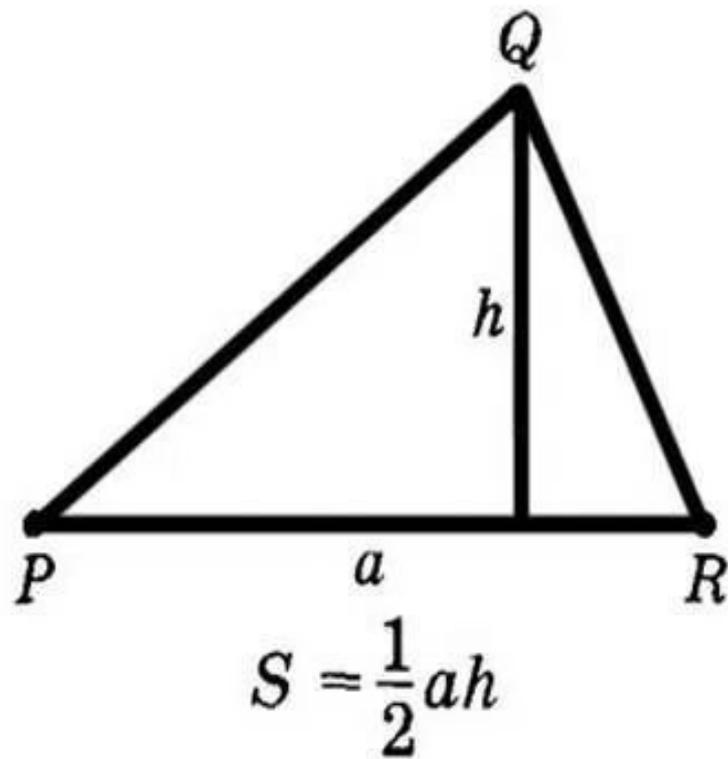
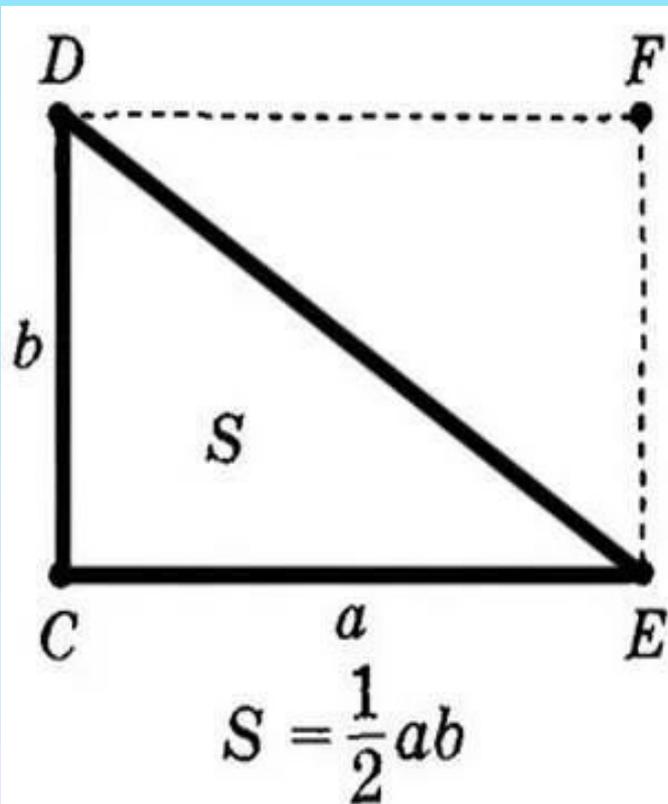


$$S = a \cdot h_a$$

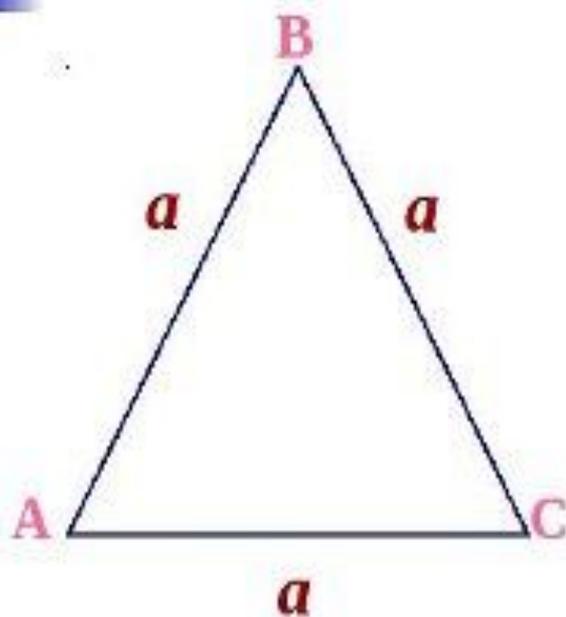
$$S = b \cdot h_b$$

Скажи  
Совет

# Площадь треугольника



## Площадь треугольника



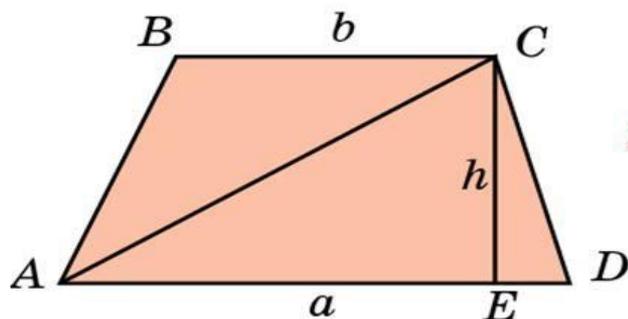
Площадь  
равностороннего  
треугольника  
вычисляется по  
формуле

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

# Площадь трапеции

## Площадь трапеции

**Теорема.** Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.



$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

**Следствие 1.** Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту.

1. Найти площадь прямоугольника ABCD,  
если  $BC=24$ ,  $P=72$

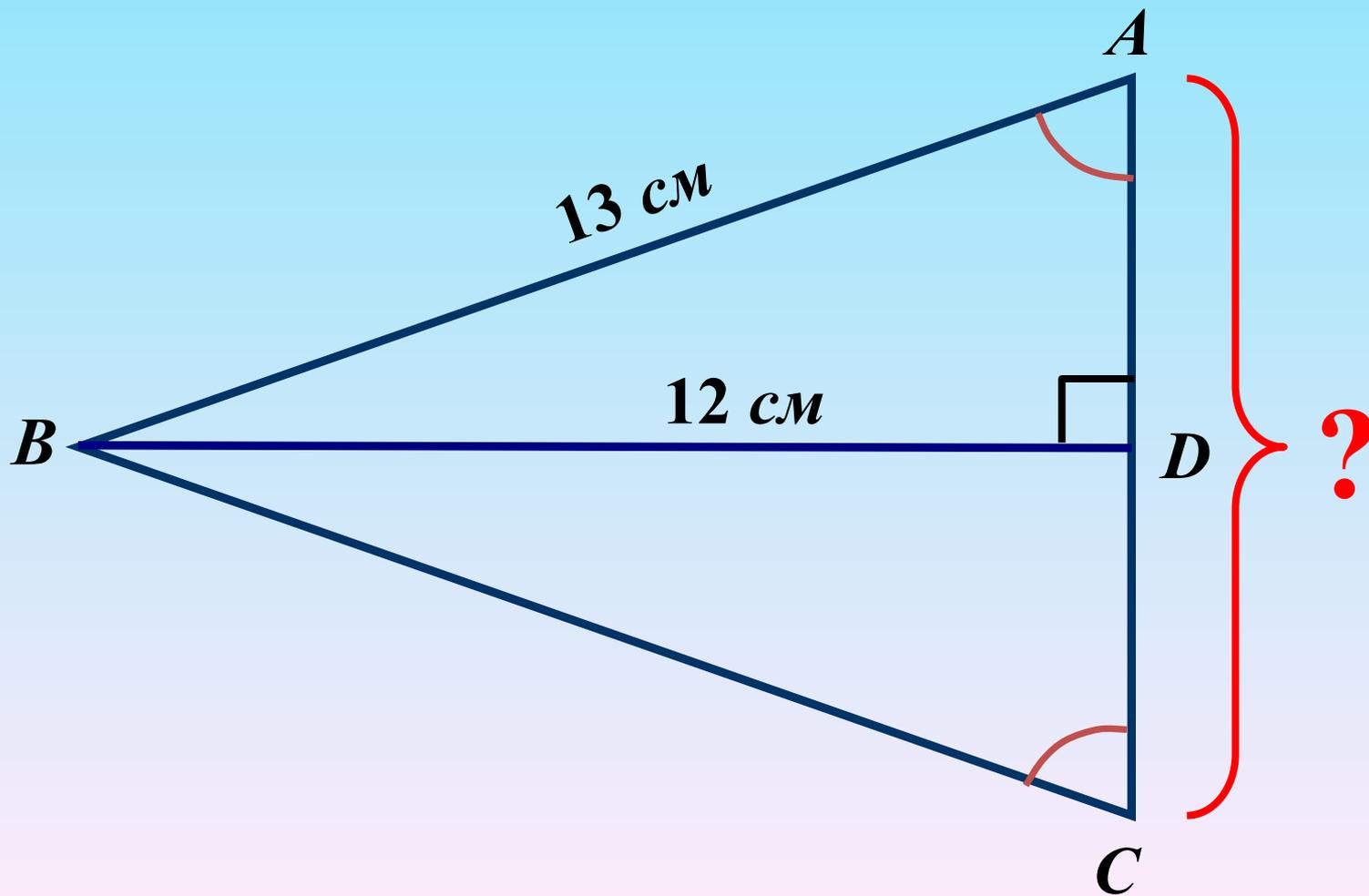
# Теорема Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

**Дано:**  $\triangle ABC$

**Найти:**  $AC$

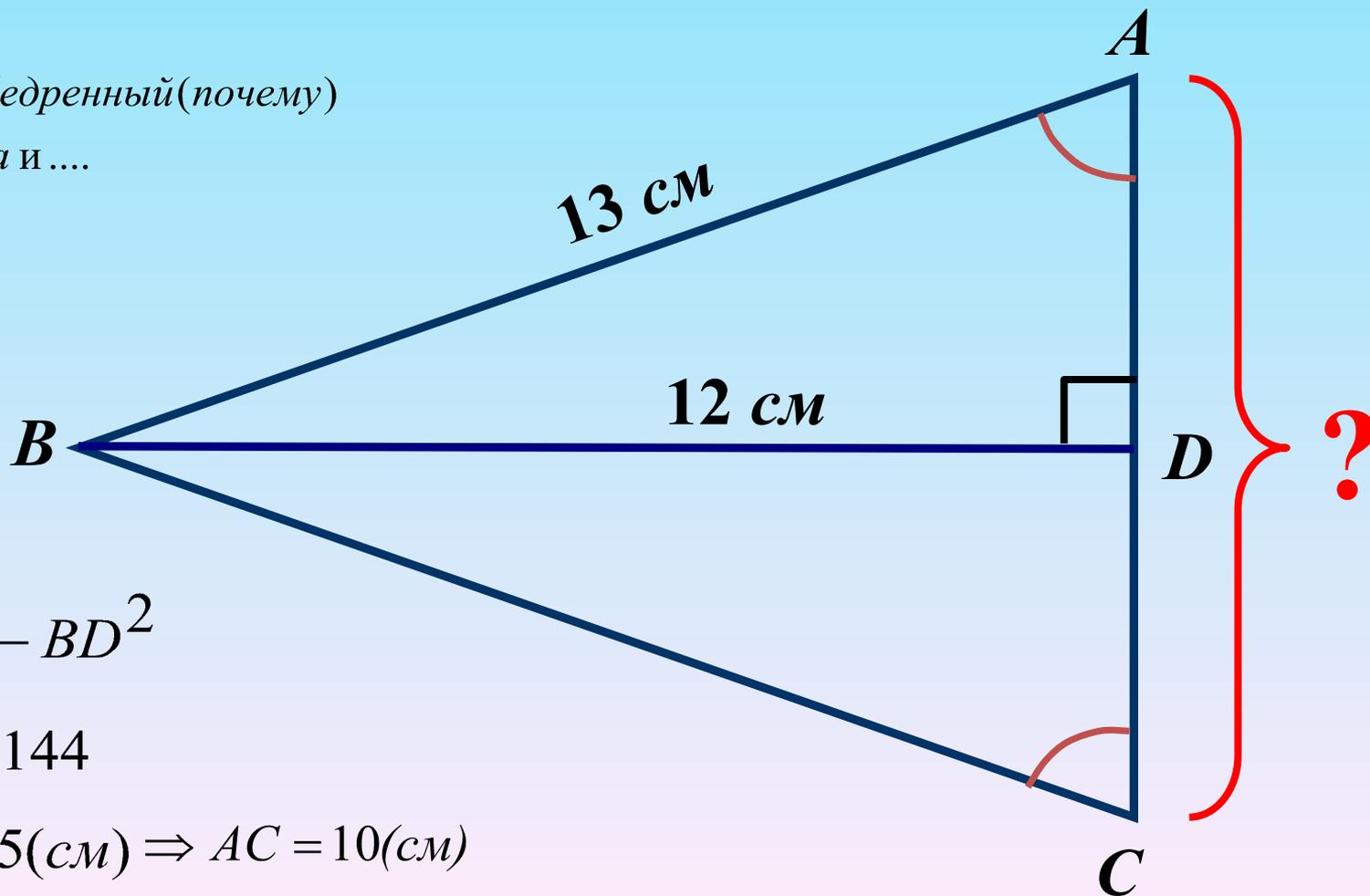


**Дано:**  $\triangle ABC$

**Найти:**  $AC$

$\triangle ABC$  – равнобедренный (почему)

$\Rightarrow BD$  – высота и ....



$$AC = 2AD$$

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$AD^2 = 169 - 144$$

$$AD = \sqrt{25} = 5(\text{см}) \Rightarrow AC = 10(\text{см})$$

**Дано:**

$ABCD$  – ромб

**Найти:**  $BC$

**Решение:**

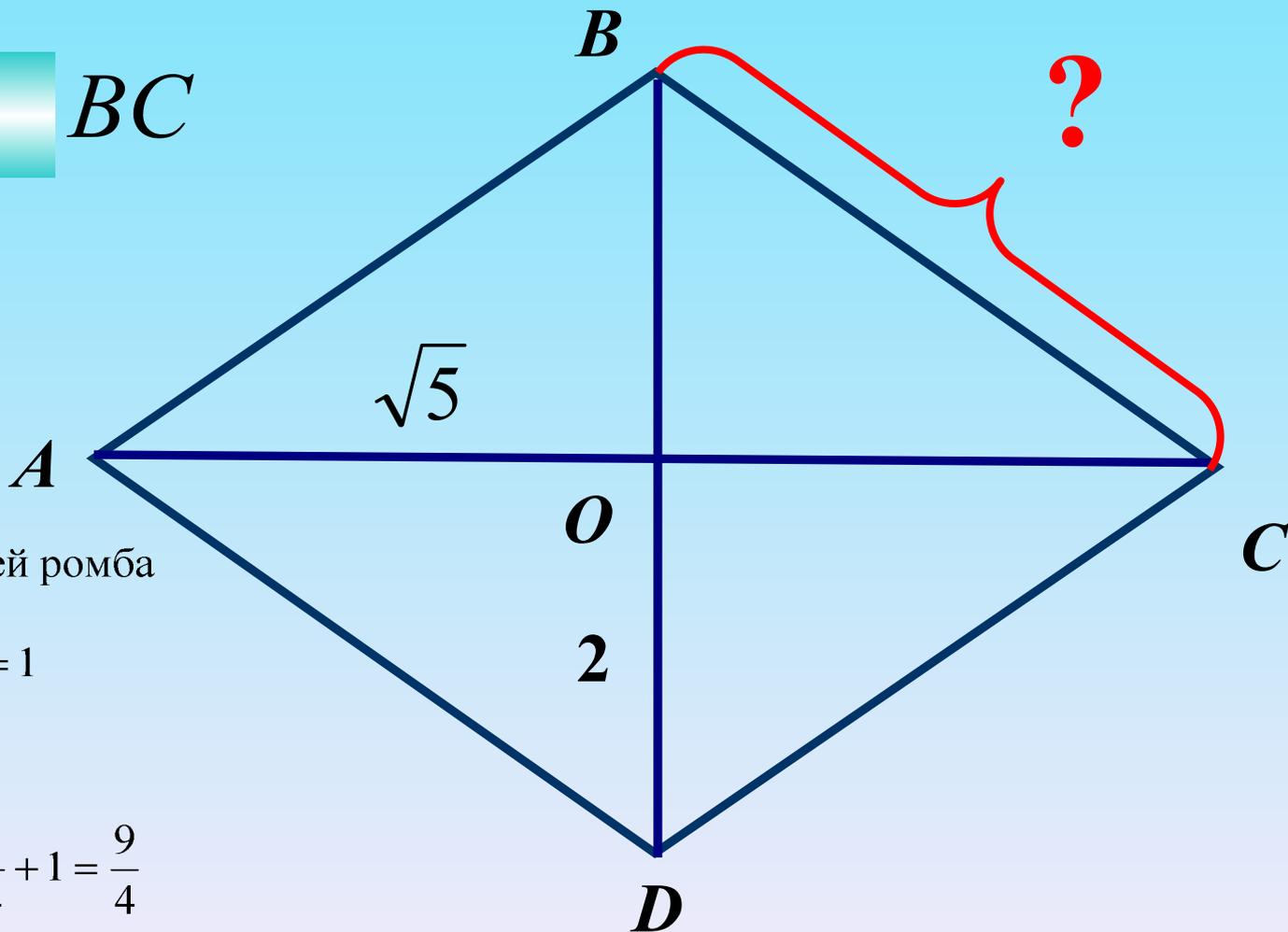
1. Свойство диагоналей ромба

$$2. OC = \frac{\sqrt{5}}{2}, OB = \frac{2}{2} = 1$$

$$3. BC^2 = OB^2 + OC^2$$

$$BC^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1^2 = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$$

$$BC = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

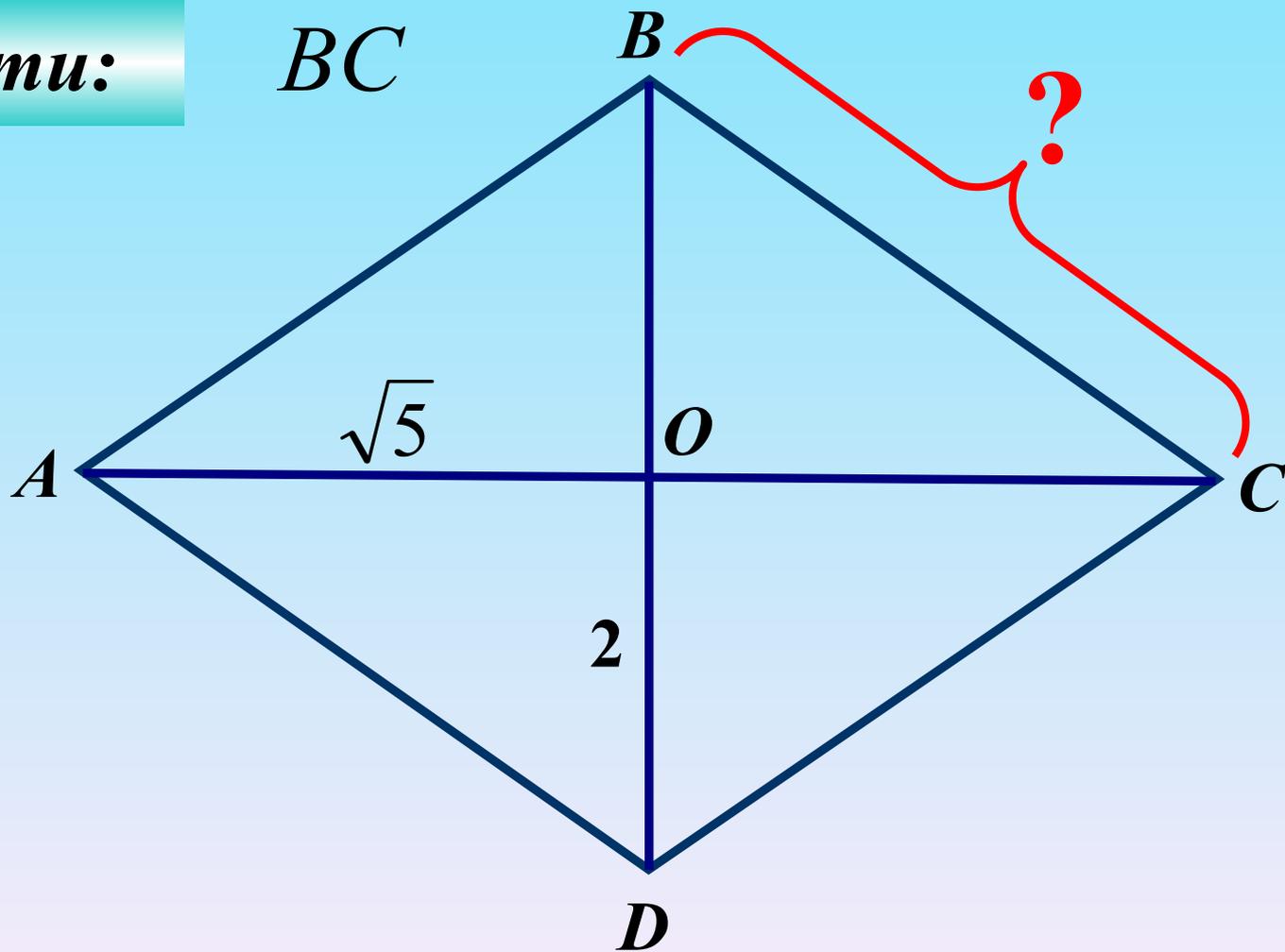


**Дано:**

$ABCD$  – ромб

**Найти:**

$BC$

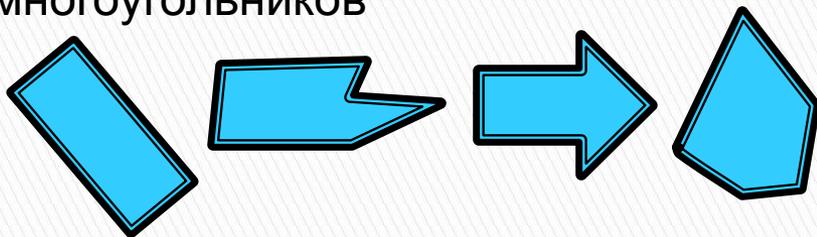


# Самостоятельная работа



## Вариант 1

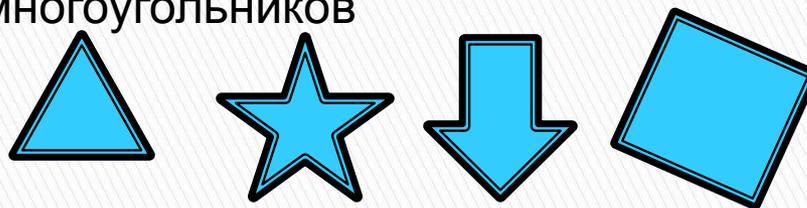
1. Найти количество диагоналей прямоугольника
2. Вычисли сумму всех углов прямоугольника
3. Найти сумму углов выпуклого 12-угольника
4. Укажи номера невыпуклых многоугольников



- 1                    2                    3                    4
5. Найти периметр прямоугольника со сторонами 4 см и 7 см

## Вариант 2

1. Найти количество диагоналей квадрата
2. Вычисли сумму всех углов квадрата
3. Найти сумму углов выпуклого 8-угольника
4. Укажи номера выпуклых многоугольников



- 1                    2                    3                    4
5. Найти периметр квадрата со стороной 12 см

## Самостоятельная работа 2 (на чертежах)

вариант  
**1**

1. На рис. 1  $ABCD$  — параллелограмм,  $\angle ADB = 38^\circ$ ,  $\angle BDC = 72^\circ$ . Найдите углы параллелограмма.

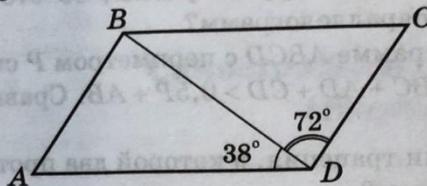


Рис. 1

2. На рис. 2  $ABCD$  — параллелограмм,  $BE = 4$  см,  $AD = 8$  см,  $\angle AED = \angle ADE$ . Найдите периметр параллелограмма.

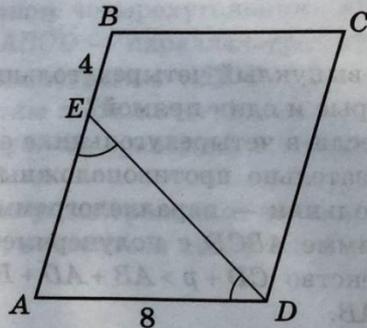


Рис. 2

3. На рис. 3  $ABCD$  — трапеция,  $\angle A = 24^\circ$ ,  $\angle C = 87^\circ$ . Найдите углы  $B$  и  $D$ .

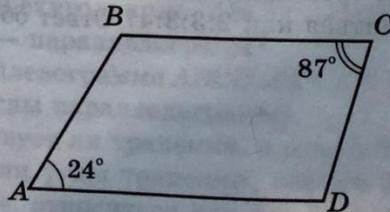


Рис. 3

## Самостоятельная работа (на чертежах) 5

вариант

1

1. На рис. 21  $ABCD$  — прямоугольник,  $\angle ADB = 20^\circ$ . Найдите углы  $x$  и  $y$ .

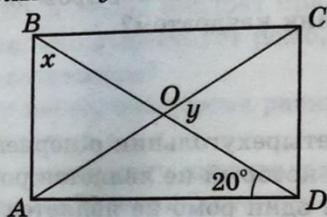


Рис. 21

2. На рис. 22  $ABCD$  — ромб,  $\angle BAE = 150^\circ$ . Найдите углы  $x$  и  $y$ .

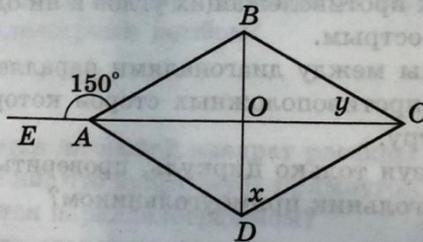


Рис. 22

3. На рис. 23  $ABCD$  — прямоугольник,  $AM = MD$ . Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 42 см.

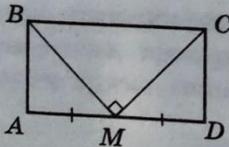


Рис. 23

4. На рис. 24  $ABCD$  — ромб,  $\angle BAM = \angle DAN$ . Докажите, что  $CM = CN$ .

## Самостоятельная работа (на чертежах) 8

вариант  
**1**

1. На рис. 41  $ABCD$  — квадрат,  $CD = 5\sqrt{3}$  см. Найдите

$S_{ABCD}$ .

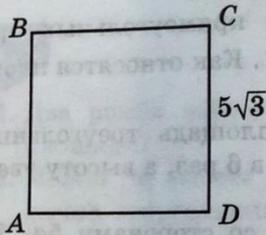


Рис. 41

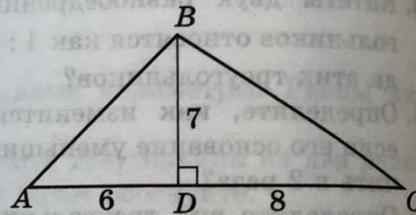


Рис. 42

2. На рис. 42  $BD \perp AC$ ,  $BD = 7$  см,  $AD = 6$  см,  $CD = 8$  см. Найдите  $S_{ABC}$ .

3. На рис. 43  $ABCD$  — прямоугольник,  $BC = 20$  см,  $AC = 25$  см. Найдите  $x$ .

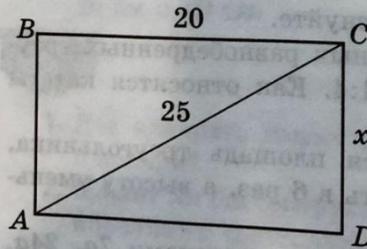


Рис. 43

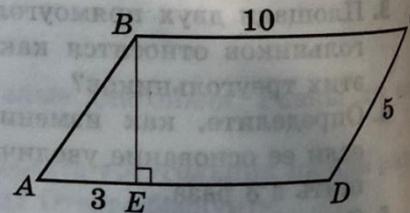


Рис. 44

4. На рис. 44  $ABCD$  — параллелограмм,  $BE \perp AD$ ,  $AE = 3$  см,  $CD = 5$  см,  $BC = 10$  см. Найдите  $S_{ABCD}$ .