

Методы оптимизации

Методы последовательного
поиска

Метод золотого сечения

Пример 2.4. Найти минимум функции $f(x) = 2x^2 - 12x$ на интервале $[0; 10]$ с точностью $\Delta = 1$ методом золотого сечения.

1⁰. Задать начальный интервал неопределенности $L_0 = [0; 10]$, точность расчета $\Delta = 1$.

2⁰. Положить $k = 0$.

3⁰. Вычислить внутренние точки y_0 и z_0 . Учитывая, что: $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \cong 0,382$, получим

$$y_0 = a_0 + 0,382(b_0 - a_0) = 0 + 0,382 \cdot 10 = 3,82,$$

$$z_0 = a_0 + b_0 - y_0 = 0 + 10 - 3,82 = 6,18.$$

4⁰. Вычислить значения функции во внутренних точках y_0 и z_0 . $f(y_0) = -16,65$, $f(z_0) = 2,22$.

5⁰. Сравнить значения функции $f(y_0)$ и $f(z_0)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_0) < f(z_0)$, то $a_1 = a_0 = 0$, $b_1 = z_0 = 6,18$, $y_1 = a_1 + b_1 - y_0 = 0 + 6,18 - 3,82 = 2,36$, $z_1 = y_0 = 3,82$.

6⁰. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_1 = [a_1; b_1]$: $\Delta L = |a_1 - b_1| = |0 - 6,18| = 6,18$, $\Delta L = 6,18 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2¹. Положить $k = 1$. Перейти к шагу 4.

4¹. Вычислить значения функции во внутренних точках y_1 и z_1 : $f(y_1) = -17,18$, $f(z_1) = -16,65$.

5¹. Сравнить значения функций $f(y_1)$ и $f(z_1)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_1) < f(z_1)$, то $a_2 = a_1 = 0$, $b_2 = z_1 = 3,82$, $y_2 = a_2 + b_2 - y_1 = 0 + 3,82 - 2,36 = 1,46$, $z_2 = y_1 = 2,36$.

6¹. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_2 = [a_2; b_2]$: $\Delta L = |a_2 - b_2| = |0 - 3,82| = 3,82$, $\Delta L = 3,82 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2². Положить $k = 2$. Перейти к шагу 4.

4². Вычислить значения функции во внутренних точках y_2 и z_2 : $f(y_2) = -13,25$, $f(z_2) = -17,18$.

5². Сравнить значения функций $f(y_2)$ и $f(z_2)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_2) > f(z_2)$, то $a_3 = y_2 = 1,46$, $b_3 = b_2 = 3,82$, $y_3 = z_2 = 2,36$, $z_3 = a_3 + b_3 - z_2 = 2,92$.

6². Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_3 = [a_3; b_3]$: $\Delta L = |a_3 - b_3| = |1,46 - 3,82| = 2,36$, $\Delta L = 2,36 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2³. Положить $k = 3$. Перейти к шагу 4.

4³. Вычислить значения функции во внутренних точках y_3 и z_3 : $f(y_3) = -17,18$, $f(z_3) = -17,99$.

5³. Сравнить значения функций $f(y_3)$ и $f(z_3)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_3) > f(z_3)$, то $a_4 = y_3 = 2,36$, $b_4 = b_3 = 3,82$, $y_4 = z_3 = 2,92$, $z_4 = a_4 + b_4 - z_3 = 2,36 + 3,82 - 2,92 = 3,26$.

6³. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_4 = [a_4; b_4]$: $\Delta L = |a_4 - b_4| = |2,66 - 3,82| = 1,46$, $\Delta L = 1,46 > \Delta = 1$. Условие окончания расчета не выполняется. Продолжить расчет.

2⁴. Положить $k = 4$. Перейти к шагу 4.

4⁴. Вычислить значения функции во внутренних точках y_4 и z_4 : $f(y_4) = -17,99$, $f(z_4) = -17,86$.

5⁴. Сравнить значения функций $f(y_4)$ и $f(z_4)$, рассчитать точки для нового интервала. Так как $f(y_4) < f(z_4)$, то $a_5 = a_4 = 2,36$, $b_5 = z_4 = 3,26$, $y_5 = a_5 + b_5 - y_4 = 2,36 + 3,26 - 2,92 = 2,7$, $z_5 = y_4 = 2,92$.

6⁴. Проверить условие окончания расчета. Рассчитать величину нового интервала $L_5 = [a_5; b_5]$: $\Delta L = |a_5 - b_5| = |2,36 - 3,26| = 0,9$, $\Delta L = 0,9 < \Delta = 1$. Условие окончания расчета выполнено. Расчет завершен.

Общее количество вычисленных точек $N = 6$, точка минимума

$$x^* \in L_5, \quad x^* = \frac{a_5 + b_5}{2} = 2,81.$$