

Программирование на языке Python

Алгоритм и его свойства

Простейшие программы

Вычисления

Ветвления

Циклические алгоритмы

Процедуры

Функции

Рекурсия

Программирование на языке Python

Алгоритм и его свойства

Что такое алгоритм?

Алгоритм — это точное описание порядка действий, которые должен выполнить исполнитель для решения задачи за конечное время.

Исполнитель — это устройство или одушевленное существо (человек), способное понять и выполнить команды, составляющие алгоритм.

Формальные исполнители: не понимают (и не могут понять) смысл команд.



Мухаммед ал-Хорезми
(ок. 783—ок. 850 гг.)

Свойства алгоритма

Дискретность — алгоритм состоит из отдельных команд, каждая из которых выполняется за конечное время.

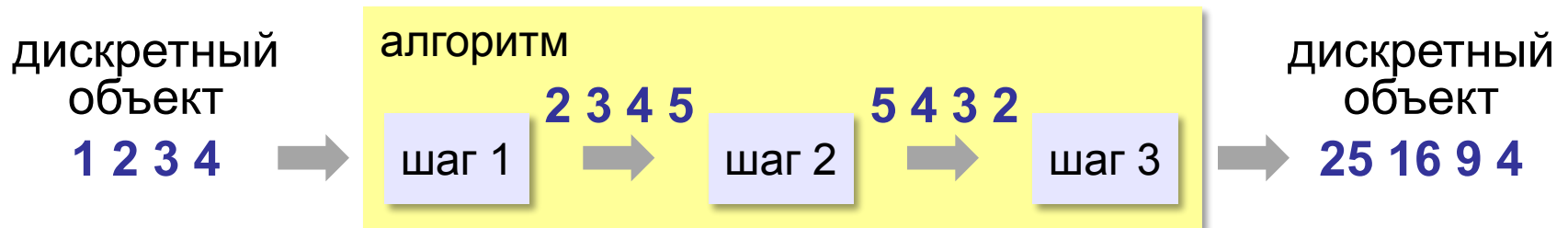
Детерминированность (определённость) — при каждом запуске алгоритма с одними и теми же исходными данными получается один и тот же результат.

Понятность — алгоритм содержит только команды, входящие в **систему команд исполнителя**.

Конечность (результативность) — для корректного набора данных алгоритм должен завершаться через конечное время.

Корректность — для допустимых исходных данных алгоритм должен приводить к правильному результату.

Как работает алгоритм?



- получает на вход дискретный объект
- в результате строит другой дискретный объект (или выдаёт сообщение об ошибке)
- обрабатывает объект по шагам
- на каждом шаге получается новый дискретный объект

Способы записи алгоритмов

- **естественный язык**

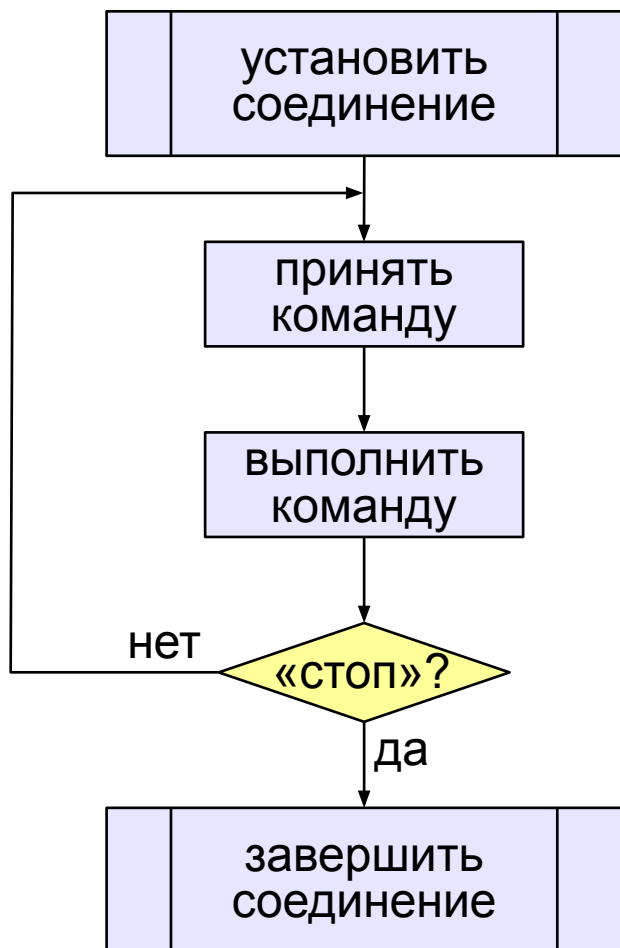
```
установить соединение  
пока не принята команда «стоп»  
    принять команду  
    выполнить команду  
завершить сеанс связи
```

- **псевдокод**

```
установить соединение  
начало цикла  
    принять команду  
    выполнить команду  
конец цикла при команда = 'stop'  
завершить сеанс связи
```

Способы записи алгоритмов

- блок-схема



- программа

установитьСоединение

начало цикла

cmd := получитьКоманду

выполнитьКоманду(cmd)

конец при cmd = 'stop'

закретьСоединение

Программирование на языке Python

Простейшие программы

Простейшая программа

```
# Это пустая программа
```

? Что делает эта программа?

комментарии после **#**
не обрабатываются

кодировка utf-8
по умолчанию)

```
# -*- coding: utf-8 -*-
```

```
# Это пустая программа
```

Windows: cp1251

```
"""
```

```
Это тоже комментарий
```

```
"""
```

Вывод на экран

```
► print ( "2+2=?" )  
► print ( "Ответ: 4" )
```

автоматический
переход на новую
строку

Протокол:

2+2=?

Ответ: 4

```
print ( ' 2+2=? ' )  
print ( ' Ответ: 4 ' )
```

Сложение чисел

Задача. Ввести с клавиатуры два числа и найти их сумму.

Протокол:

Введите два целых числа

компьютер

25 30

пользователь

$25+30=55$

компьютер считает сам!

?

1. Как ввести числа в память?
2. Где хранить введенные числа?
3. Как вычислить?
4. Как вывести результат?

Сумма: псевдокод

ввести два числа

вычислить их сумму

вывести сумму на экран

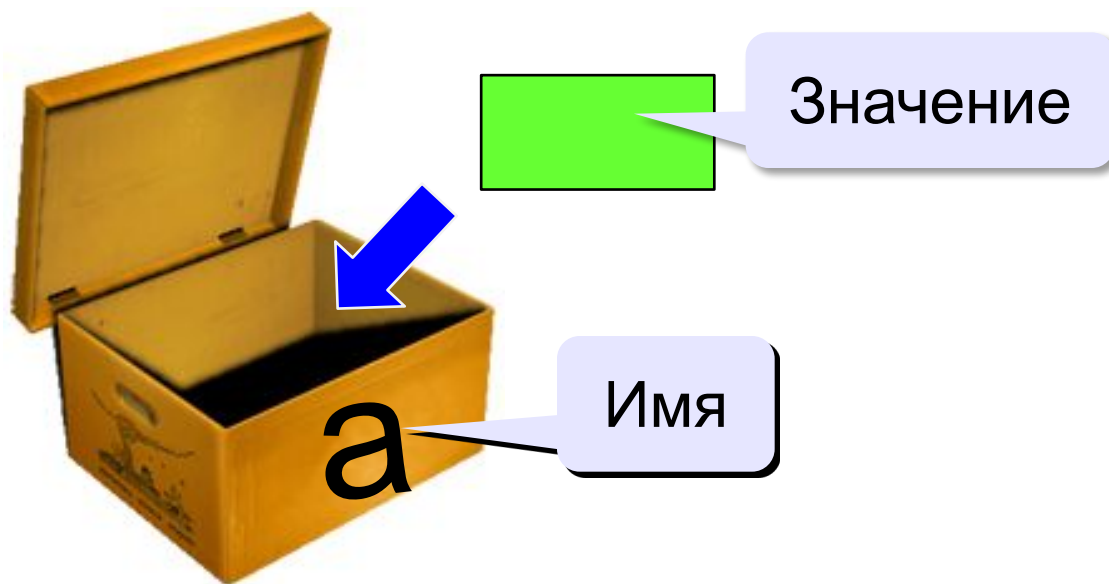
Псевдокод – алгоритм на русском языке с элементами языка программирования.



Компьютер не может исполнить псевдокод!

Переменные

Переменная – это величина, имеющая имя, тип и значение. Значение переменной можно изменять во время работы программы.



Имена переменных

МОЖНО использовать

- латинские буквы (A-Z, a-z)

заглавные и строчные буквы **различаются**

- русские буквы (**не рекомендуется!**)
- цифры

имя не может начинаться с цифры

- знак подчеркивания _

НЕЛЬЗЯ использовать

~~• скобки~~

~~• знаки +, =, !, ? и др.~~

Какие имена правильные?

AXby R&B 4Wheel Вася “PesBarbos”
TU154 [QuQu] _ABBA A+B

Типы переменных

```
a = 4  
print ( type(a) )  
<class 'int'>
```

целое число (*integer*)

```
a = 4.5  
print ( type(a) )  
<class 'float'>
```

вещественное число

```
a = "Вася"  
print ( type(a) )  
<class 'str'>
```

символьная строка

```
a = True  
print ( type(a) )  
<class 'bool'>
```

логическая

Зачем нужен тип переменной?

Тип определяет:

- область допустимых значений
- допустимые операции
- объём памяти
- формат хранения данных

Как записать значение в переменную?

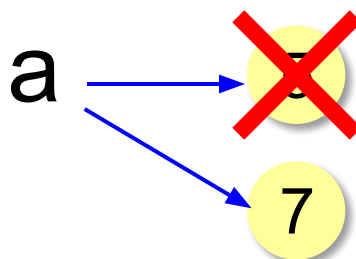
оператор
присваивания



При записи нового значения
старое удаляется из памяти!

a = 5

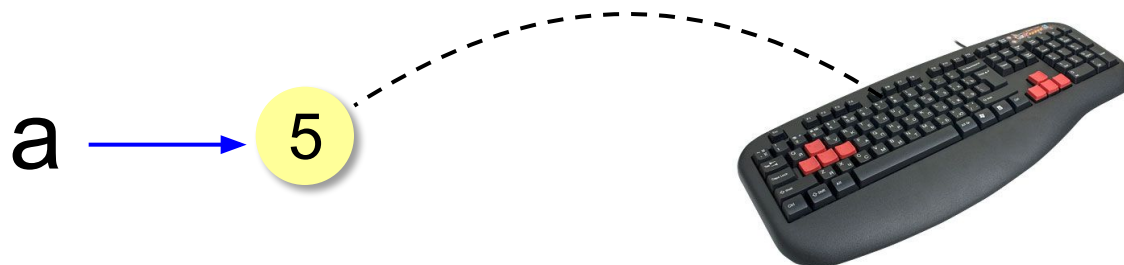
a = 7



Оператор – это команда языка программирования (инструкция).

Оператор присваивания – это команда для записи нового значения переменной.

Ввод значения с клавиатуры



1. Программа ждет, пока пользователь введет значение и нажмет *Enter*.
2. Введенное значение записывается в переменную **a** (связывается с именем **a**)

Ввод значения с клавиатуры

```
a = input ()
```

ввести строку с клавиатуры
и связать с переменной a

```
b = input ()
```

```
c = a + b
```

```
print ( c )
```

Протокол:

21

33

2133



Почему?



Результат функции `input` – строка символов!

преобразовать в
целое число

```
a = int ( input () )
```

```
b = int ( input () )
```

Ввод двух значений в одной строке

```
a, b = map ( int, input().split() )
```



Ввод с подсказкой

```
a = input ( "Введите число: " )
```

Введите число: 26

подсказка



Что не так?

```
a = int( input("Введите число: ") )
```

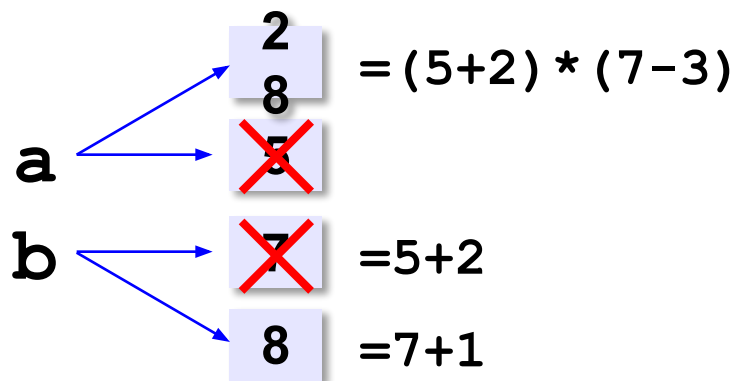
Изменение значений переменной

$a = 5$

$b = a + 2$

$a = (a + 2) * (b - 3)$

$b = b + 1$



Вывод данных

```
print ( a )
```

значение
переменной

```
print ( "Ответ: ", a )
```

значение и
текст

перечисление через запятую

```
print ( "Ответ: ", a+b )
```

вычисление
выражения

```
print ( a, "+", b, "=", c )
```

2 + 3 = 5

через пробелы

```
print ( a, "+", b, "=", c, sep = " " )
```

2+3=5

убрать разделители

Сложение чисел: простое решение

```
a = int ( input () )  
b = int ( input () )  
c = a + b  
print ( c )
```



Что плохо?

Сложение чисел: полное решение

```
print ( "Введите два числа: " )  
a = int ( input() )  
b = int ( input() )  
c = a + b  
print ( a, "+", b, "=", c )
```

подсказка

Протокол:

компьютер

Введите два целых числа

25 30

пользователь

25 + 30 = 55

Форматный вывод

```
a = 123
```

```
print ( "{:5d}".format(a) )
```

целое

__123

5 знаков

```
a = 5
```

```
print ( "{:5d}{:5d}{:5d}".format  
        (a, a*a, a*a*a) )
```

__5__25__125

5 знаков 5 знаков 5 знаков

Программирование на языке Python

Вычисления

Типы данных

- `int` # целое
- `float` # вещественное
- `bool` # логические значения
- `str` # символьная строка

```
a = 5
```

```
print ( type(a) )
```

```
<class 'int'>
```

```
a = 4.5
```

```
print ( type(a) )
```

```
<class 'float'>
```

```
a = True
```

```
print ( type(a) )
```

```
<class 'bool'>
```

```
a = "Вася"
```

```
print ( type(a) )
```

```
<class 'str'>
```

Арифметическое выражения

3 1 2 4 5 6

```
a = (c + b**5*3 - 1) / 2 * d
```

Приоритет (*старшинство*):

- 1) скобки
- 2) возведение в степень **
- 3) умножение и деление
- 4) сложение и вычитание

$$a = \frac{c + b^5 \cdot 3 - 1}{2} \cdot d$$

```
a = (c + b*5*3 - 1) \
      / 2 * d
```

перенос на
следующую строку

```
a = (c + b*5*3
      - 1) / 2 * d
```

перенос внутри
скобок разрешён

Деление

Классическое деление:

```
a = 9; b = 6
x = 3 / 4    # = 0.75
x = a / b    # = 1.5
x = -3 / 4   # = -0.75
x = -a / b   # = -1.5
```

Целочисленное деление (округление «вниз»!):

```
a = 9; b = 6
x = 3 // 4    # = 0
x = a // b    # = 1
x = -3 // 4   # = -1
x = -a // b   # = -2
```

Остаток от деления

% – остаток от деления

```
d = 85
```

```
b = d // 10
```

```
a = d % 10
```

```
d = a % b
```

```
d = b % a
```

Для отрицательных чисел:

```
a = -7
```

```
b = a // 2 # -4
```

```
d = a % 2 # 1
```



Как в математике!

остаток ≥ 0

$$-7 = (-4) * 2 + 1$$

Сокращенная запись операций

$a += b$	#	$a = a + b$
$a -= b$	#	$a = a - b$
$a *= b$	#	$a = a * b$
$a /= b$	#	$a = a / b$
$a // = b$	#	$a = a // b$
$a \% = b$	#	$a = a \% b$

$a += 1$

увеличение на 1

Вещественные числа



Целая и дробная части числа разделяются точкой!

Форматы вывода:

```
x = 123.456
```

```
print( x )
```

```
print( "{:10.2f}".format(x) )
```

123.456

_____ 123.46

всего знаков

в дробной части

```
print( "{:10.2g}".format(x) )
```

___1.2e+02

значащих цифр

$1,2 \cdot 10^2$

Вещественные числа

Экспоненциальный формат:

```
x = 1. / 30000
```

```
print("{:e}".format(x))
```

```
x = 12345678.
```

```
print("{:e}".format(x))
```

$3,333333 \cdot 10^{-5}$

3.333333e-05

$1,234568 \cdot 10^7$

1.234568e+07

```
x = 123.456
```

```
print("{:e}".format(x))
```

```
print("{:10.2e}".format(x))
```

1.23e+02

всего знаков

в дробной части

Стандартные функции

`abs(x)` — модуль числа

`int(x)` — преобразование к целому числу

`round(x)` — округление

`import math`

подключить
математический модуль

`math.pi` — число «пи»

`math.sqrt(x)` — квадратный корень

`math.sin(x)` — синус угла, заданного **в радианах**

`math.cos(x)` — косинус угла, заданного **в радианах**

`math.exp(x)` — экспонента e^x

`math.ln(x)` — натуральный логарифм

`math.floor(x)` — округление «вниз»

`math.ceil(x)` — округление «вверх»

```
x = math.floor(1.6) # 1
```

```
x = math.ceil(1.6) # 2
```

```
x = math.floor(-1.6) #-2
```

```
x = math.ceil(-1.6) #-1
```

Случайные числа

Случайно...

- встретить друга на улице
- разбить тарелку
- найти 10 рублей
- выиграть в лотерею

Случайный выбор:

- жеребьевка на соревнованиях
- выигравшие номера в лотерее

Как получить случайность?



Случайные числа на компьютере

Электронный генератор



- нужно специальное устройство
- нельзя воспроизвести результаты

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число вычисляется по заданной формуле.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

зерно

564321

в квадрате

• малый период
(последовательность
повторяется через 10^6 чисел)

318458191041

209938992481

Линейный конгруэнтный генератор

$X = (a * X + b) \% c$ | интервал от 0 до $c-1$

$X = (X + 3) \% 10$ | интервал от 0 до 9

$X = 0 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 8$

зерно

$8 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow 0$

зацикливание



Важен правильный выбор параметров a , b и c !

Компилятор GCC:

$a = 1103515245$

$b = 12345$

$c = 2^{31}$

Генератор случайных чисел

```
import random
```

англ. *random* – случайный

Целые числа на отрезке [a,b]:

```
X = random.randint(1, 6) # псевдосл. число  
Y = random.randint(1, 6) # уже другое!
```

Генератор на [0,1):

```
X = random.random() # псевдослучайное число  
Y = random.random() # это уже другое число!
```

Генератор случайных чисел

```
from random import *
```

подключить все!

англ. *random* – случайный

Целые числа на отрезке [a,b]:

```
X = randint(10, 60) # псевдослучайное число  
Y = randint(10, 60) # это уже другое число!
```

Генератор на [0,1):

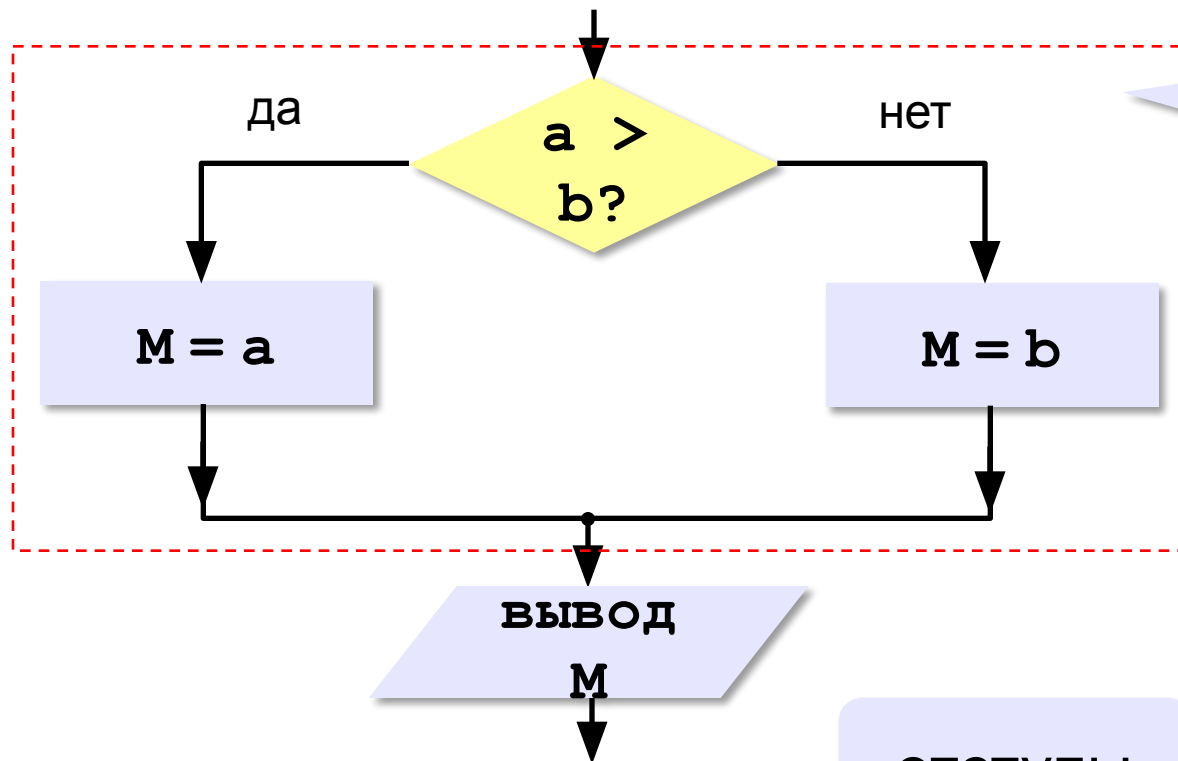
```
X = random() ; # псевдослучайное число  
Y = random()   # это уже другое число!
```


Программирование на языке Python

Ветвления

Условный оператор

Задача: **изменить порядок действий** в зависимости от выполнения некоторого условия.



полная
форма
ветвления

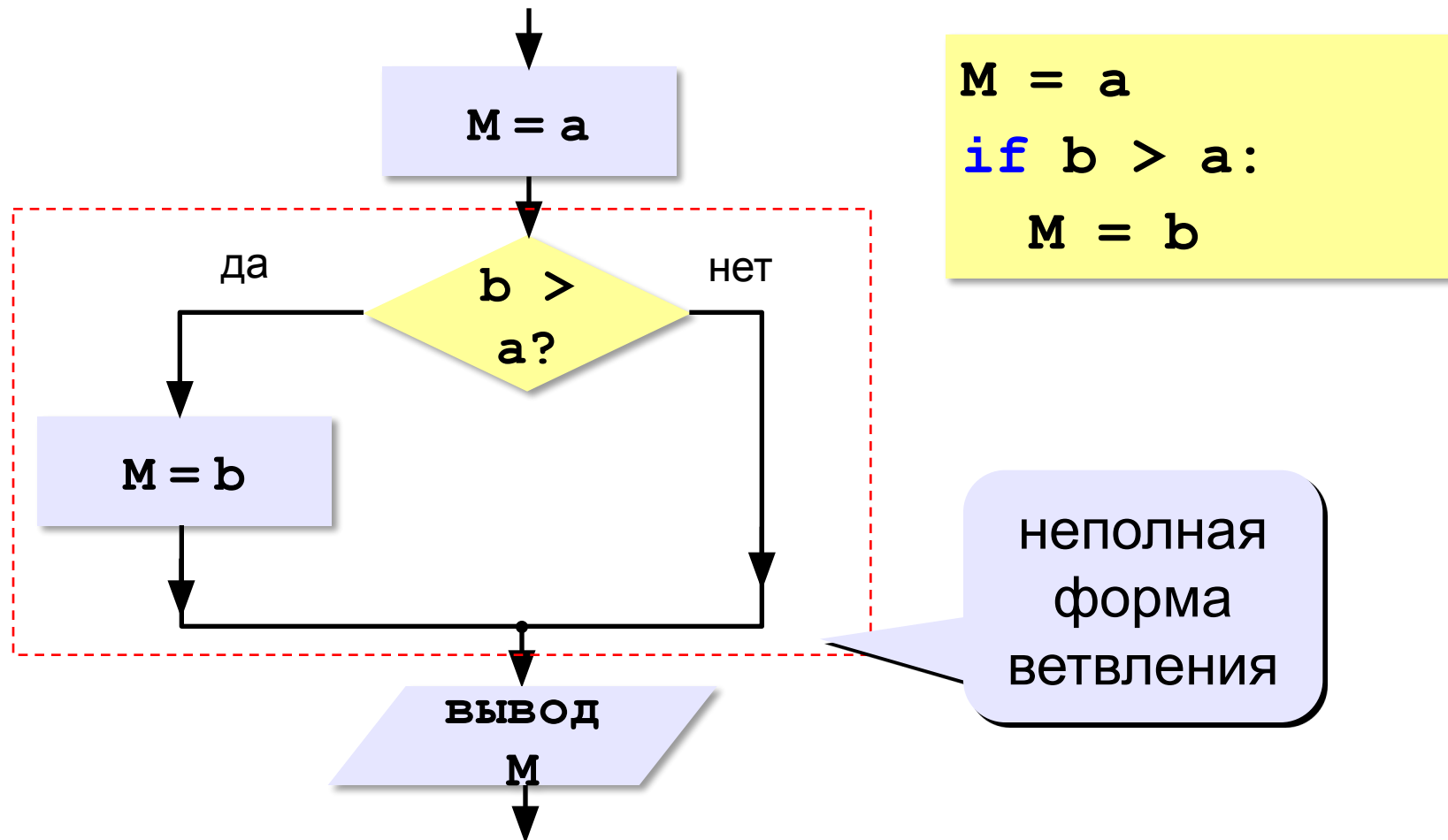


Если $a = b$?

```
if a > b:  
    M = a  
else:  
    M = b
```

отступы

Условный оператор: неполная форма



Решение в стиле Python:

М = **max**(a, b)

М = а **if** a > b **else** b

Условный оператор

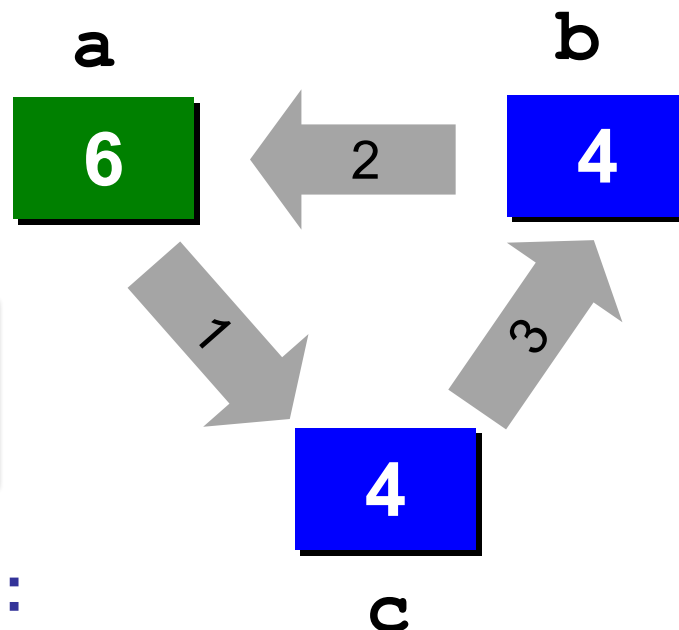
```
if a > b:
```

```
    c = a
```

```
    a = b
```

```
    b = c
```

? Что делает?



? Можно ли обойтись без переменной `c`?

Решение в стиле Python:

```
a, b = b, a
```

Знаки отношений

> **<** больше, меньше

>= больше или равно

<= меньше или равно

== равно

!= не равно

Вложенные условные операторы

Задача: в переменных **a** и **b** записаны возрасты Андрея и Бориса. Кто из них старше?

?

Сколько вариантов?

```
if a > b:  
    print("Андрей старше")  
else:  
    if a == b:  
        print("Одного возраста")  
    else:  
        print("Борис старше")
```

?

Зачем нужен?

вложенный
условный оператор

Каскадное ветвление

```
if a > b:  
    print("Андрей старше")  
elif a == b:  
    print("Одного возраста")  
else:  
    print("Борис старше")
```



elif = else if

Каскадное ветвление

```
cost = 1500
if cost < 1000:
    print ( "Скидок нет." )
elif cost < 2000:
    print ( "Скидка 2%." )
elif cost < 5000:
    print ( "Скидка 5%." )
else:
    print ( "Скидка 10%." )
```

первое сработавшее
условие



Что выведет?

Скидка 2%.

Сложные условия

Задача: набор сотрудников в возрасте **25-40 лет**
(включительно).

сложное условие

```
if v >= 25 and v <= 40 :  
    print ("подходит")  
else:  
    print ("не подходит")
```

and «И»

or «ИЛИ»

not «НЕ»

Приоритет :

- 1) отношения (<, >, <=, >=, ==, !=)
- 2) **not** («НЕ»)
- 3) **and** («И»)
- 4) **or** («ИЛИ»)

Программирование на языке Python

Циклические алгоритмы

Что такое цикл?

Цикл – это многократное выполнение одинаковых действий.

Два вида циклов:

- цикл с **известным** числом шагов (сделать 10 раз)
- цикл с **неизвестным** числом шагов (делать, пока не надоест)

Задача. Вывести на экран 10 раз слово «Привет».



Можно ли решить известными методами?

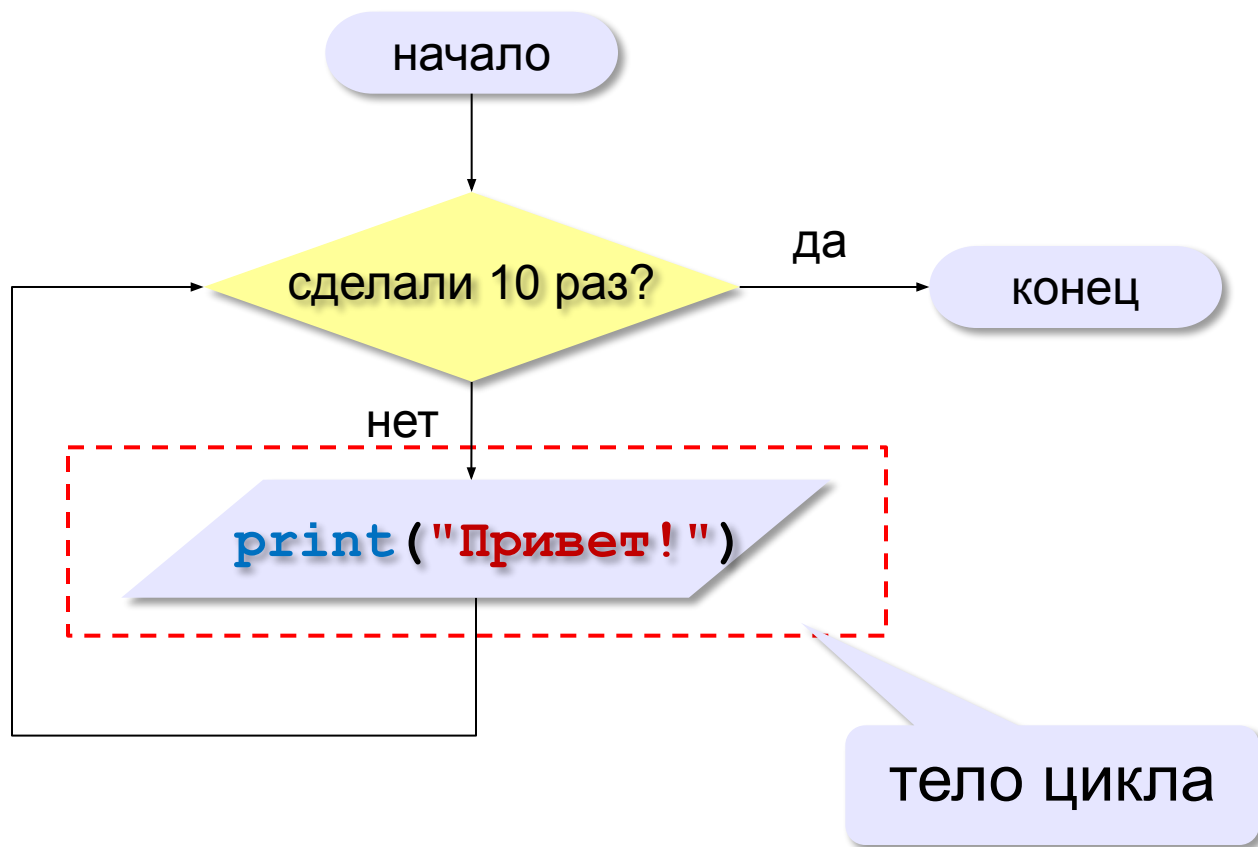
Повторения в программе

```
print ("Привет")  
print ("Привет")  
...  
print ("Привет")
```



Что плохо?

Блок-схема цикла



Как организовать цикл?

```
счётчик = 0
пока счётчик < 10:
    print("Привет")
    увеличить счётчик на 1
```

```
счётчик = 10
пока счётчик > 0:
    print("Привет")
    уменьшить счётчик на 1
```

результат операции
автоматически
сравнивается с нулём!



Какой способ удобнее для процессора?

Цикл с условием

Задача. Определить **количество цифр** в десятичной записи целого положительного числа, записанного в переменную **n**.

```
счётчик = 0
пока n > 0:
    отсечь последнюю цифру n
    увеличить счётчик на 1
```

n	счётчик
1234	0

? Как отсечь последнюю цифру?

```
n = n // 10
```

? Как увеличить счётчик на 1?

```
счётчик = счётчик + 1
```

```
счётчик += 1
```

Цикл с условием

начальное значение
счётчика

условие
продолжения

заголовок
цикла

```
count = 0  
while n > 0 :
```

```
    n = n // 10  
    count += 1
```

тело цикла



Цикл с предусловием – проверка на входе в цикл!

Цикл с условием

При известном количестве шагов:

```
k = 0
while k < 10:
    print ( "привет" )
    k += 1
```

Защипливание:

```
k = 0
while k < 10:
    print ( "привет" )
```

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 4; b = 6  
while a < b: a += 1
```

2 раза
a = 6

```
a = 4; b = 6  
while a < b: a += b
```

1 раз
a = 10

```
a = 4; b = 6  
while a > b: a += 1
```

0 раз
a = 4

```
a = 4; b = 6  
while a < b: b = a - b
```

1 раз
b = -2

```
a = 4; b = 6  
while a < b: a -= 1
```

зацикливание

Цикл с постусловием

Задача. Обеспечить ввод **положительного** числа в переменную `n`.

бесконечный
цикл

```
while True:
    print ( "Введите положительное число:" )
    n = int ( input() )
    if n > 0: break
```

тело цикла


условие
выхода

прервать
цикл

- при входе в цикл условие **не проверяется**
- цикл всегда выполняется **хотя бы один раз**

Цикл с переменной

Задача. Вывести 10 раз слово «Привет!».

 Можно ли сделать с циклом «пока»?

```
i = 0
while i < 10 :
    print("Привет!")
    i += 1
```

Цикл с переменной:

```
for i in range(10) :
    print("Привет!")
```

в диапазоне
[0, **10**)

 Не включая **10**!

`range(10)` → 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Цикл с переменной

Задача. Вывести все степени двойки от 2^1 до 2^{10} .

 Как сделать с циклом «пока»?

```
k = 1
while k <= 10 :
    print ( 2**k )
    k += 1
```

Цикл с переменной:

```
for k in range(1, 11) :
    print ( 2**k )
```

в диапазоне
[1, **11**)

 Не включая **11**!

`range(1, 11)` → 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

Цикл с переменной: другой шаг

10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

шаг

```
for k in range(10, 0, -1)
    print ( k**2 )
```



Что получится?

1, 3, 5, 7, 9

```
for k in range(1, 11, 2) :
    print ( k**2 )
```

100

81

64

49

36

25

16

9

4

1

1

9

25

49

81

Сколько раз выполняется цикл?

```
a = 1  
for i in range(3): a += 1
```

a = 4

```
a = 1  
for i in range(3, 1): a += 1
```

a = 1

```
a = 1  
for i in range(1, 3, -1): a += 1
```

a = 1

```
a = 1  
for i in range(3, 1, -1): a += 1
```

a = 3

Вложенные циклы

Задача. Вывести все простые числа в диапазоне от 2 до 1000.

```
сделать для n от 2 до 1000  
    если число n простое то  
        вывод n
```

нет делителей [2.. n-1]:
проверка в цикле!



Что значит «простое число»?

```
for n in range(2, 1001):  
    if число n простое:  
        print( n )
```


Вложенные циклы

```
for n in range(2, 1001):  
    count = 0  
    for k in range(2, n):  
        if n % k == 0:  
            count += 1  
    if count == 0:  
        print( n )
```

ВЛОЖЕННЫЙ ЦИКЛ

Вложенные циклы

```
for i in range(1,4):  
    for k in range(1,4):  
        print( i, k )
```

1	1
1	2
1	3
2	1
2	2
2	3
3	1
3	2
3	3



Как меняются переменные?



Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

Вложенные циклы

```
for i in range(1,5):  
    for k in range(1,i+1):  
        print( i, k )
```

1	1
2	1
2	2
3	1
3	2
3	3
4	1
4	2
4	3
4	4



Как меняются переменные?



Переменная внутреннего цикла изменяется быстрее!

Поиск простых чисел – как улучшить?

$$n = k \cdot m, \quad k \leq m \Rightarrow k^2 \leq n \Rightarrow k \leq \sqrt{n}$$

```
while k <= math.sqrt(n) :
```

```
...
```



Что плохо?

```
count = 0
```

```
k = 2
```

```
while k*k <= n :
```

```
    if n % k == 0:
```

```
        count += 1
```

```
    k += 1
```



Как ещё улучшить?

ВЫЙТИ ИЗ ЦИКЛА

```
while k*k <= n:
```

```
    if n % k == 0: break
```

```
    k += 1
```

```
if k*k > n:
```

```
    print ( n )
```

если вышли
по условию

Программирование на языке Python

Процедуры

Зачем нужны процедуры?

```
print ( "Ошибка программы" )
```

много раз!

Процедура:

define
определить

```
def Error() :  
    print( "Ошибка программы" )
```

```
n = int ( input() )  
if n < 0:  
    Error()
```

ВЫЗОВ
процедуры

Что такое процедура?

Процедура – вспомогательный алгоритм, который выполняет некоторые действия.

- текст (расшифровка) процедуры записывается **до** её вызова в основной программе
- в программе может быть **много процедур**
- чтобы процедура заработала, нужно **вызвать** её по имени из основной программы или из другой процедуры

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

много раз!

Алгоритм:

$$178 \Rightarrow 10110010_2$$

? Как вывести первую цифру?

разряды

7 6 5 4 3 2 1 0

n := 1 0 1 1 0 0 1 0₂

n // 128

n % 128

? Как вывести вторую цифру?

n1 // 64

Процедура с параметрами

Задача. Вывести на экран запись целого числа (0..255) в 8-битном двоичном коде.

Решение:

```
k = 128
while k > 0:
    print ( n // k,
            end = " " )
    n = n % k
    k = k // 2
```

178 \Rightarrow 10110010



Результат зависит от n !

[illegible]

Процедура с параметрами

Параметры – данные, изменяющие работу процедуры.

локальная
переменная

```
def printBin( n ) :  
    k = 128  
    while k > 0 :  
        print ( n // k, end = "" )  
        n = n % k;  
        k = k // 2
```

```
printBin ( 99 )
```

значение параметра
(**аргумент**)

Несколько параметров:

```
def printSred( a, b ) :  
    print ( (a + b) / 2 )
```

Локальные и глобальные переменные

глобальная
переменная

локальная
переменная

```
a = 5
def qq():
    a = 1
    print ( a )
qq()
print ( a )
```

1

5

```
a = 5
def qq():
    print ( a )
qq()
```

5

```
a = 5
def qq():
    global a
    a = 1
qq()
print ( a )
```

работаем с
глобальной
переменной

1

Неправильная процедура

```
x = 5; y = 10
```

```
xSum()
```



Что плохо?

```
def xSum():  
    print(x+y)
```

- 1) процедура связана с глобальными переменными, нельзя перенести в другую программу
- 2) печатает только сумму x и y , нельзя напечатать сумму других переменных или сумму $x*y$ и $3x$



Как исправить?

передавать
данные через
параметры

Правильная процедура

Глобальные:

x	y
5	10
z	w
17	3

```
x = 5; y = 10
Sum2 ( x, y )
z=17; w=3
Sum2 ( z, w )
Sum2 ( z+x, y*w )
```

```
def Sum2 (a, b) :
    print ( a+b )
```

Локальные:

a	b	
25	30	15
20	30	20
52	30	52



- 1) процедура не зависит от глобальных переменных
- 2) легко перенести в другую программу
- 3) печатает только сумму любых выражений

Программирование на языке Python

Функции

Что такое функция?

Функция – это вспомогательный алгоритм, который возвращает *значение-результат* (число, символ или объект другого типа).

Задача. Написать функцию, которая вычисляет сумму цифр числа.

Алгоритм:

```
сумма = 0
пока n != 0:
    сумма += n % 10
    n = n // 10
```

Сумма цифр числа

```
def sumDigits( n ):  
    sum = 0  
    while n != 0:  
        sum += n % 10  
        n = n // 10  
    return sum
```

передача
результата

```
# основная программа  
print ( sumDigits(12345) )
```


Использование функций

```
x = 2 * sumDigits (n+5)
z = sumDigits (k) + sumDigits (m)
if sumDigits (n) % 2 == 0:
    print ( "Сумма цифр чётная" )
    print ( "Она равна", sumDigits (n) )
```



Функция, возвращающая целое число, может использоваться везде, где и целая величина!

Одна функция вызывает другую:

```
def middle ( a, b, c ) :
    mi = min ( a, b, c )
    ma = max ( a, b, c )
    return a + b + c - mi - ma
```

ВЫЗЫВАЮТСЯ
min И max



Что вычисляет?

Как вернуть несколько значений?

```
def divmod ( x, y ) :  
    d = x // y  
    m = x % y  
    return d, m
```

d – частное,
m – остаток

```
a, b = divmod ( 7, 3 )  
print ( a, b )      # 2 1
```

```
q = divmod ( 7, 3 )  
print ( q )          # (2, 1) (2, 1)
```

кортеж – набор
элементов

Логические функции

Задача. Найти все простые числа в диапазоне от 2 до 100.

```
for i in range(2, 1001):  
    if isPrime(i):  
        print ( i )
```

функция,
возвращающая
логическое значение
(True/False)

Функция: простое число или нет?



Какой алгоритм?

```
def isPrime ( n ) :
```

```
    k = 2
```

```
    while k*k <= n and n % k != 0 :
```

```
        k += 1
```

```
    return (k*k > n)
```

```
if k*k > n:
```

```
    return True
```

```
else:
```

```
    return False
```

Логические функции: использование



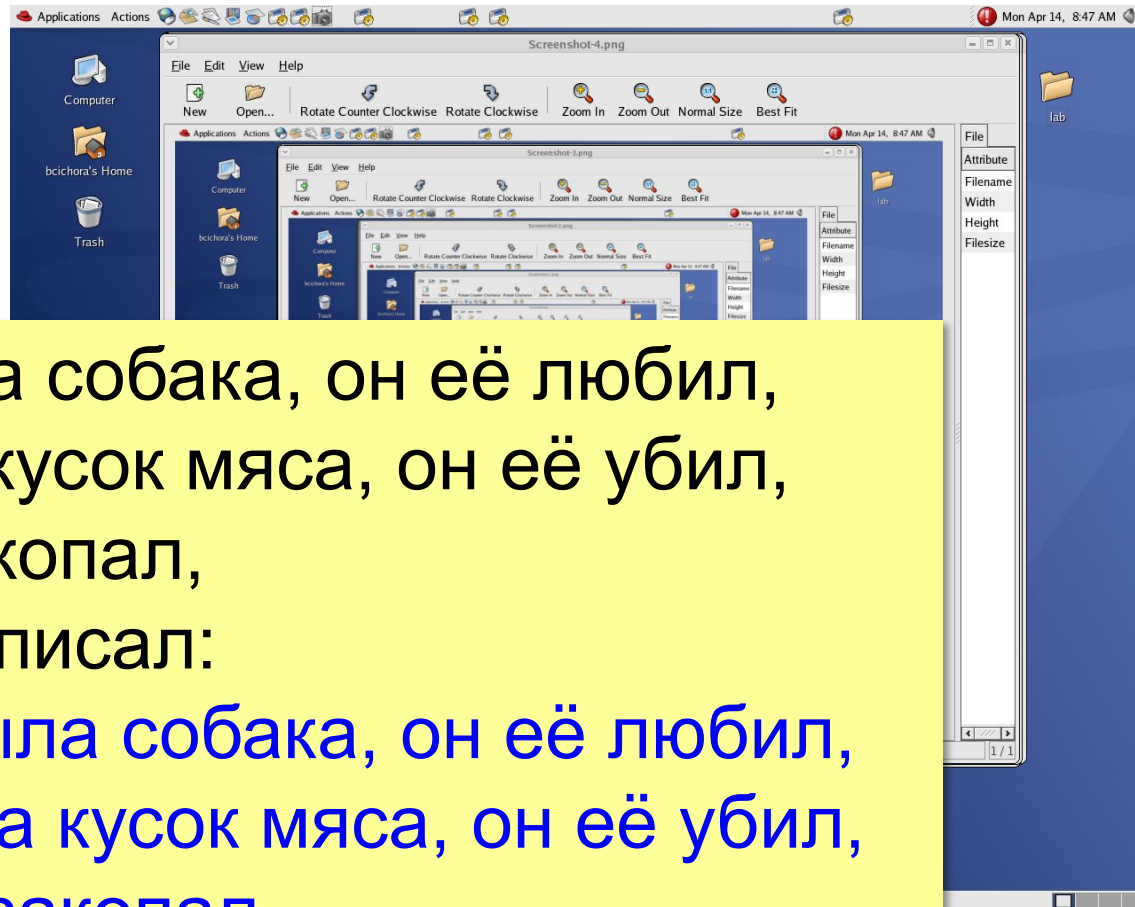
Функция, возвращающая логическое значение, может использоваться везде, где и логическая величина!

```
n = int ( input() )  
while isPrime(n):  
    print ( n, "- простое число" )  
n = int ( input() )
```

Программирование на языке Python

Рекурсия

Что такое рекурсия?



У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:

У попа была собака, он её любил,
Она съела кусок мяса, он её убил,
В землю закопал,
Надпись написал:

...

Что такое рекурсия?

Натуральные числа:

- 1 – натуральное число
- если n – натуральное число, то $n + 1$ – натуральное число

индуктивное
определение

Рекурсия — это способ определения множества объектов через само это множество на основе заданных простых базовых случаев.

Числа Фибоначчи:

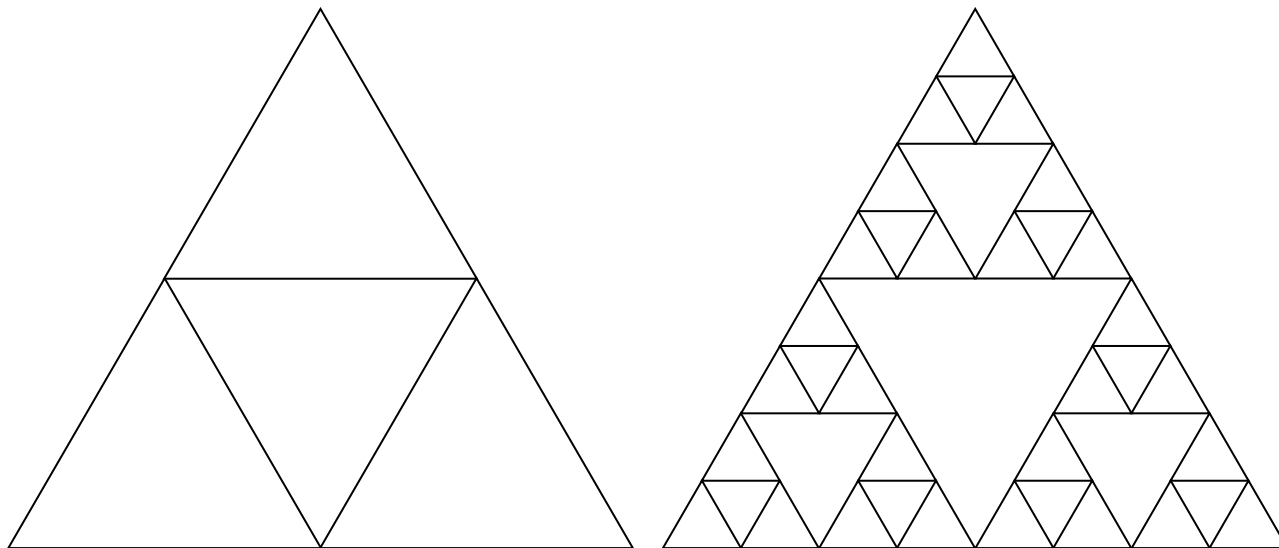
- $F_1 = F_2 = 1$
- $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ при $n > 2$

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

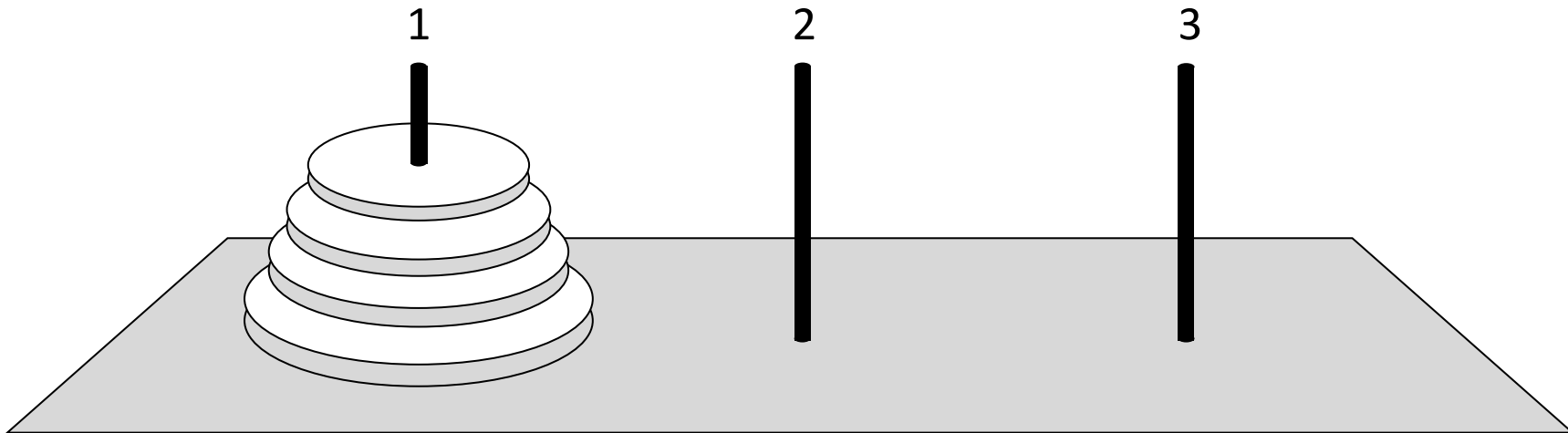
Фракталы

Фракталы – геометрические фигуры, обладающие самоподобием.

Треугольник Серпинского:



Ханойские башни



- за один раз переносится один диск
- класть только меньший диск на больший
- третий стержень вспомогательный

перенести (n, 1, 3)

перенести (n-1, 1, 2)

1 -> 3

перенести (n-1, 2, 3)

Ханойские башни – процедура

сколько

откуда

куда

```
def Hanoi ( n, k, m )
```

рекурсия

```
    p = 6 - k - m
```

номер
вспомогательного
стержня (1+2+3=6!)

```
    Hanoi ( n-1, k, p )
```

```
    print ( k, "->", m )
```

```
    Hanoi ( n-1, p, m )
```

рекурсия

?

Что плохо?

!

Рекурсия никогда не остановится!

Ханойские башни – процедура

Рекурсивная процедура (функция) — это процедура (функция), которая вызывает сама себя напрямую или через другие процедуры и функции.

```
def Hanoi ( n, k, m ):
```

```
    if n == 0: return
```

условие выхода из
рекурсии

```
    p = 6 - k - m
```

```
    Hanoi ( n-1, k, p )
```

```
    print ( k, "->", m )
```

```
    Hanoi ( n-1, p, m )
```

```
# основная программа
```

```
Hanoi ( 4, 1, 3 )
```

Вывод двоичного кода числа

```
def printBin ( n ) :  
    if n == 0 : return  
    printBin ( n // 2 )  
    print ( n % 2 , end = "" )
```

условие выхода из
рекурсии

напечатать все
цифры, кроме
последней

ВЫВЕСТИ
последнюю цифру

```
printBin ( 0 )
```



Как без рекурсии?

Вычисление суммы цифр числа

```
def sumDig ( n ):
```

```
    sum = n % 10
```

последняя цифра

```
    if n >= 10:
```

```
        sum += sumDig ( n // 10 )
```

```
    return sum
```

рекурсивный вызов

?

Где условие окончания рекурсии?

sumDig (1234)

4 + sumDig (123)

4 + 3 + sumDig (12)

4 + 3 + 2 + sumDig (1)

4 + 3 + 2 + 1

Алгоритм Евклида

Алгоритм Евклида. Чтобы найти НОД двух натуральных чисел, нужно вычитать из большего числа меньшее до тех пор, пока меньшее не станет равно нулю. Тогда второе число и есть НОД исходных чисел.

```
def NOD ( a, b ) :  
    if a == 0 or b == 0 :  
        return a + b ;  
    if a > b :  
        return NOD ( a - b, b )  
    else :  
        return NOD ( a, b - a )
```

условие окончания
рекурсии

рекурсивные вызовы

Как работает рекурсия?

Факториал:

$$N! = \begin{cases} 1, & N = 1 \\ N \cdot (N-1)!, & N > 1 \end{cases}$$

```
def Fact(N) :
    print ( "->", N )
    if N <= 1: F = 1
    else:
        F = N * Fact ( N - 1 )
    print ( "<- ", N )
    return F
```

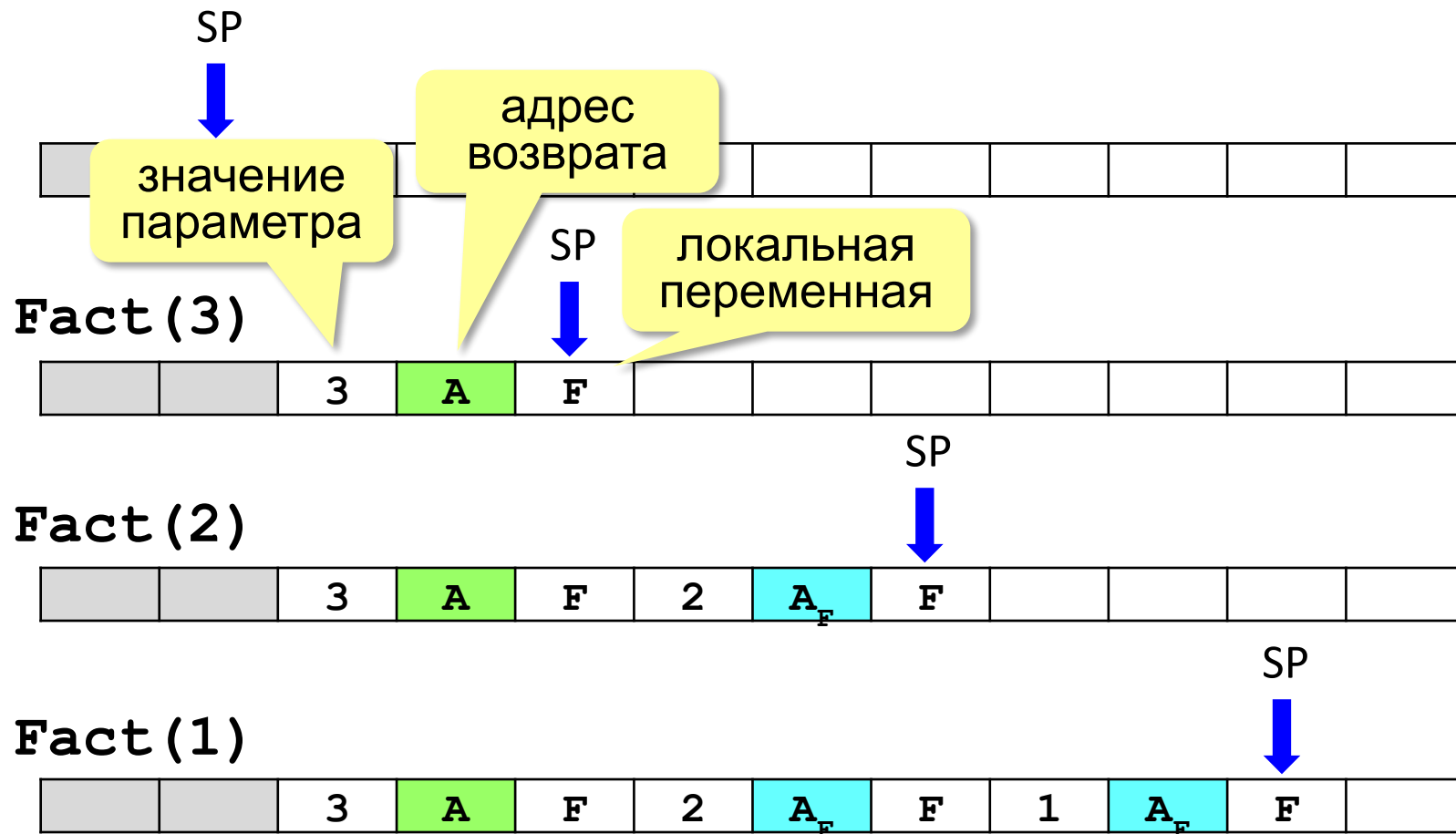
```
-> N = 3
    -> N = 2
        -> N = 1
            <- N = 1
        <- N = 2
    <- N = 3
```



Как сохранить состояние функции перед рекурсивным вызовом?

Стек

Стек – область памяти, в которой хранятся локальные переменные и адреса возврата.



Рекурсия – «за» и «против»

- с каждым новым вызовом расходуется память в стеке (возможно переполнение стека)
- затраты на выполнение служебных операций при рекурсивном вызове



▪ программа становится более короткой и понятной



- возможно переполнение стека
- замедление работы



Любой рекурсивный алгоритм можно заменить итерационным!

итерационный
алгоритм

```
def Fact ( n ) :  
    f = 1  
    for i in range (2 , n+1) :  
        f *= i  
    return f
```