

РАДИОАВТОМАТИКА

Лекция 6

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

КАЧЕСТВО РЕГУЛИРОВАНИЯ

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

Алгебраические критерии задают требования к коэффициентам характеристического полинома, при которых система является устойчивой.

Необходимое условие устойчивости: **Все коэффициенты характеристического полинома должны быть одного знака**

$$\begin{aligned}\text{Док-во: } a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 &= a_n \prod_{i=1}^n (p - p_i) \Big|_{\substack{p_i = -\alpha_i, \\ p_i = -\alpha_i \pm j\beta_i}} = \\ &= a_n \prod_i (p + \alpha_i) \prod_i (p + \alpha_i - j\beta_i) \prod_i (p + \alpha_i + j\beta_i) = \\ &= a_n \prod_i (p + \alpha_i) \prod_i [(p + \alpha_i)^2 + \beta_i^2].\end{aligned}$$

Знака «-» в этом выражении нет, поэтому все коэффициенты будут того же знака, что и a_n

Критерий Гурвица: **Линейная система устойчива, если при положительном a_n все определители Гурвица положительны.**

Матрица Гурвица:

$$\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 & \boxtimes & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} & \boxtimes & \boxtimes \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} & \boxtimes & \boxtimes \\ \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes & \boxtimes \\ 0 & 0 & 0 & \boxtimes & a_0 \end{vmatrix}$$

Определители Гурвица
 k -го порядка
 получаются
 отчеркиванием k
 строк и k столбцов
 в матрице Гурвица:

Система неравенств:

$$a_n > 0,$$

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0,$$

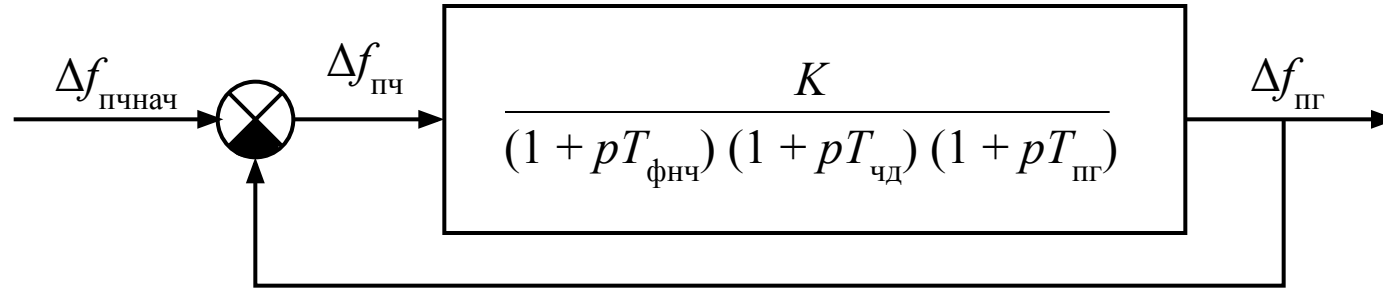
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n \\ a_{n-3} & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_n & 0 \\ a_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \\ a_{n-5} & a_{n-4} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0,$$

...

$$\Delta_n > 0,$$

Найдем условия устойчивости системы АПЧГ



$$\begin{aligned}
 K_3(p) &= \frac{K_p(p)}{1 + K_p(p)} = \frac{\frac{K}{(1 + pT_{\text{фнч}})(1 + pT_{\text{чд}})(1 + pT_{\text{пг}})}}{1 + \frac{K}{(1 + pT_{\text{фнч}})(1 + pT_{\text{чд}})(1 + pT_{\text{пг}})}} = \\
 &= \frac{K}{(1 + pT_{\text{фнч}})(1 + pT_{\text{чд}})(1 + pT_{\text{пг}}) + K} = \\
 &= \frac{K}{\underbrace{T_{\text{фнч}} T_{\text{чд}} T_{\text{пг}}}_{a_3} p^3 + \underbrace{(T_{\text{фнч}} T_{\text{чд}} + T_{\text{чд}} T_{\text{пг}} + T_{\text{пг}} T_{\text{фнч}})}_{a_2} p^2 + \underbrace{(T_{\text{фнч}} + T_{\text{чд}} + T_{\text{пг}})}_{a_1} p + \underbrace{(1 + K)}_{a_0}}
 \end{aligned}$$

Матрица Гурвица: $\begin{vmatrix} a_2 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix}$

Система неравенств:

$$1) a_3 = T_{\text{фнч}} T_{\text{чд}} T_{\text{пг}} > 0 \quad \text{выполняется всегда.}$$

$$2) \Delta_1 = a_2 = T_{\text{фнч}} T_{\text{чд}} + T_{\text{чд}} T_{\text{пг}} + T_{\text{пг}} T_{\text{фнч}} > 0 \quad \text{выполняется всегда.}$$

$$3) \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ a_0 & a_1 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

$$(T_{\text{фнч}} + T_{\text{чд}} + T_{\text{пг}}) (T_{\text{фнч}} T_{\text{чд}} + T_{\text{чд}} T_{\text{пг}} + T_{\text{пг}} T_{\text{фнч}}) - (1+K) T_{\text{фнч}} T_{\text{чд}} T_{\text{пг}} > 0.$$

$$(T_{\text{фнч}} + T_{\text{чд}} + T_{\text{пг}}) \left(\frac{1}{T_{\text{пг}}} + \frac{1}{T_{\text{фнч}}} + \frac{1}{T_{\text{чд}}} \right) - (1+K) > 0.$$

$$K < (T_{\text{фнч}} + T_{\text{чд}} + T_{\text{пг}}) \left(\frac{1}{T_{\text{пг}}} + \frac{1}{T_{\text{фнч}}} + \frac{1}{T_{\text{чд}}} \right) - 1.$$

Запишем это соотношение для двух крайних случаев

$$\text{а) } T_{\text{фнч}} = T_{\text{чд}} = T_{\text{пг}} = T \quad K < 3T \frac{3}{T} - 1 = 8.$$

$$\text{б) } T_{\text{фнч}} \gg T_{\text{чд}} \gg T_{\text{пг}} \quad K < T_{\text{фнч}} \frac{1}{T_{\text{пг}}} - 1 \approx \frac{T_{\text{фнч}}}{T_{\text{пг}}}.$$

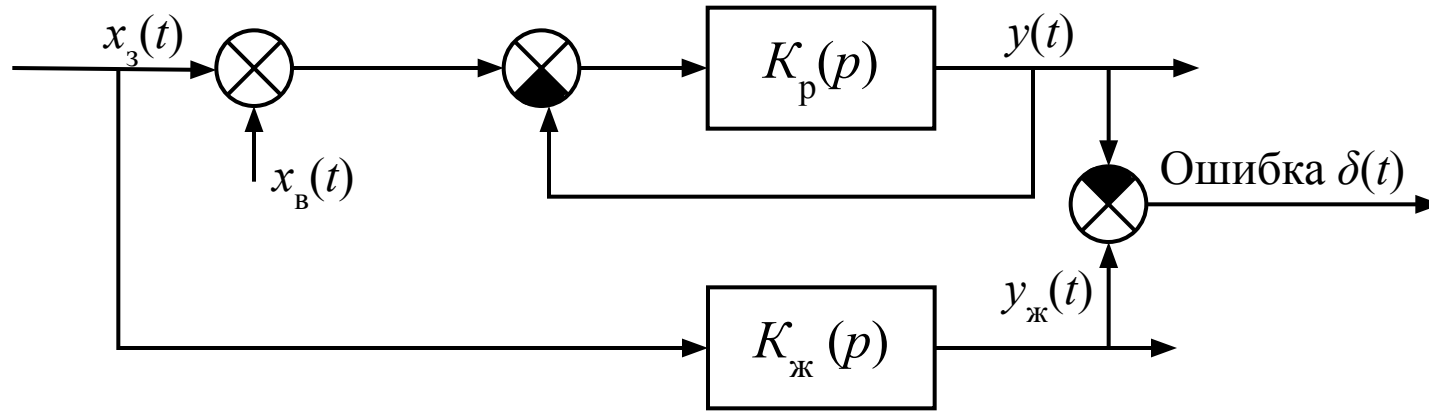
$$4) \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_1 & a_2 \\ 0 & 0 & a_0 \end{vmatrix} = a_0 \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ a_0 & a_1 \end{vmatrix} > 0 \rightarrow a_0 > 0$$

$1 + K > 0,$ Это требование означает, что обратная связь должна
 быть отрицательной ($K > 0$) или положительной с
 $K > -1.$ коэффициентом передачи, меньшим 1 ($0 > K > -1$)

$$\text{Итак: } -1 < K < (T_{\text{фнч}} + T_{\text{чд}} + T_{\text{пг}}) \left(\frac{1}{T_{\text{пг}}} + \frac{1}{T_{\text{фнч}}} + \frac{1}{T_{\text{чд}}} \right) - 1.$$

КАЧЕСТВО РЕГУЛИРОВАНИЯ

Качество регулирования определяет, как работает САУ, хорошо или плохо. Мерой качества является ошибка регулирования.



$$\delta(t) = y_{\text{ж}}(t) - y(t) \Big|_{x_3(t), x_B(t), K_{\text{ж}}(p)}$$

Ограничимся классом следящих систем: $K_{\text{ж}}(p) = 1$ и типовыми воздействиями: 1) скачкообразным, 2) гармоническим, 3) полиномиальным и 4) стационарным нормальным случайным процессом.

1) Качество отработки быстро изменяющихся воздействий.

$$x_3(t) = 1(t), x_B(t) = 0.$$

$$\delta(t) = 1(t) - h_3(t).$$

Обычно мерой качества является сама переходная характеристика замкнутой системы $h_3(t)$.

2) Качество отработки периодических воздействий.

$$x_3(t) = A \sin \omega t, x_B(t) = 0.$$

$$\delta(t) = A \sin \omega t - A K_3(\omega) \sin(\omega t + \varphi_3(\omega)).$$

Мерой качества является комплексная частотная характеристика замкнутой системы.

Ошибка равна нулю, если $K_3(\omega) = 1$ и $\varphi_3(\omega) = 0$.

3) Качество отработки медленно изменяющихся воздействий.

$$x_3(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots, x_B(t) = 0.$$

Ошибки определяются для первых трех слагаемых полинома и соответственно называются: статической, скоростной и по ускорению.

3) Качество отработки случайных воздействий.

$x_3(t)$ и $x_B(t)$ – стационарные нормальные случайные процессы..

Мерой качества является дисперсия ошибки.