

Лекция 16.

Колебательные процессы.

Гармонические колебания.

Колебаниями называются движения или процессы, которые обладают повторяемостью во времени. Они сопровождаются превращением энергии одного вида в энергию другого вида.

Гармоническими колебаниями называются колебания, при которых колеблющаяся физическая величина изменяется по закону синуса (или косинуса).

$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

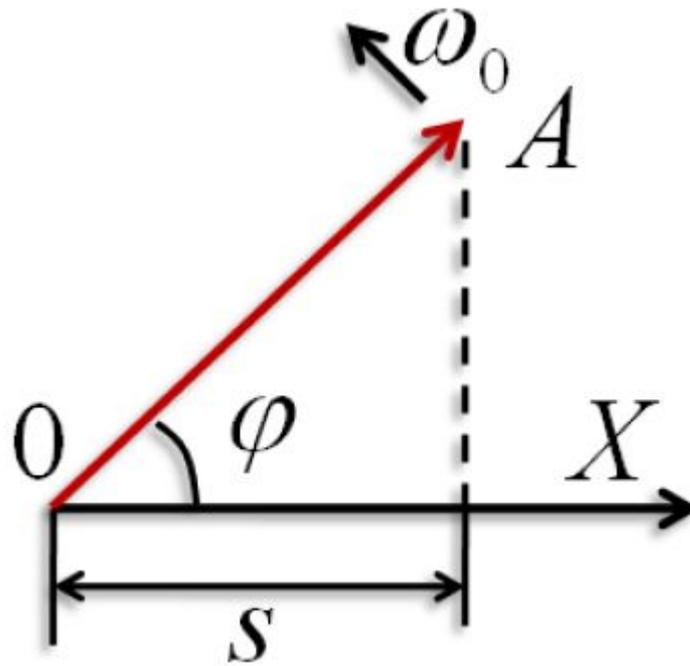
A — амплитуда колебаний, ω — круговая частота

$\omega t + \varphi$ — фаза

Период колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Векторная диаграмма гармонического колебания



Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \omega^2 s = 0$$

Механические гармонические колебания

Смещение:

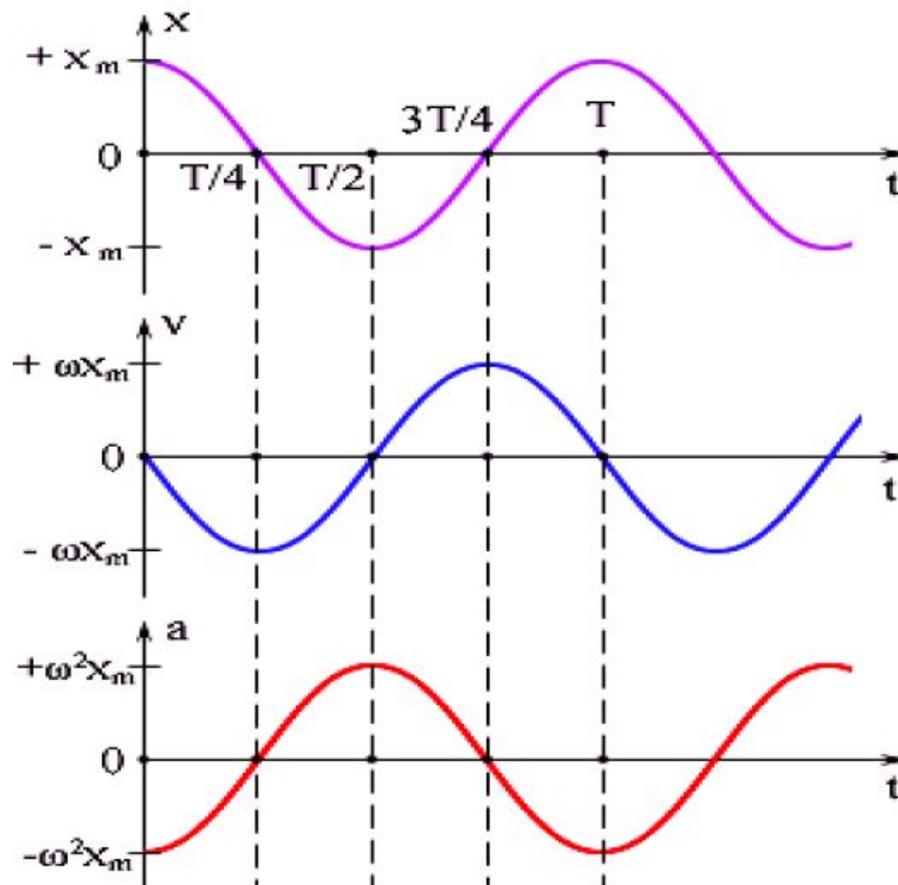
$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Скорость:

$$v = \dot{x} = -A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

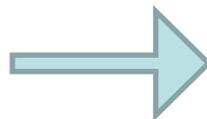
Ускорение:

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$



Сила, действующая на тело

$$\begin{aligned} F = ma &= mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = \\ &= -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 x \end{aligned}$$



Упругие
колебания

Энергия гармонических колебаний

Кинетическая энергия материальной точки:

$$K = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{mA^2\omega^2}{4} (1 - \cos 2(\omega t + \varphi))$$

Потенциальная энергия

$$U = -\int_0^x F dx = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{mA^2\omega^2}{4} (1 + \cos 2(\omega t + \varphi))$$

Полная энергия

$$W = K + U = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

Пружинный маятник

Сила, действующая на пружину:

$$F = -kx$$

Уравнение движения (2-й закон Ньютона)

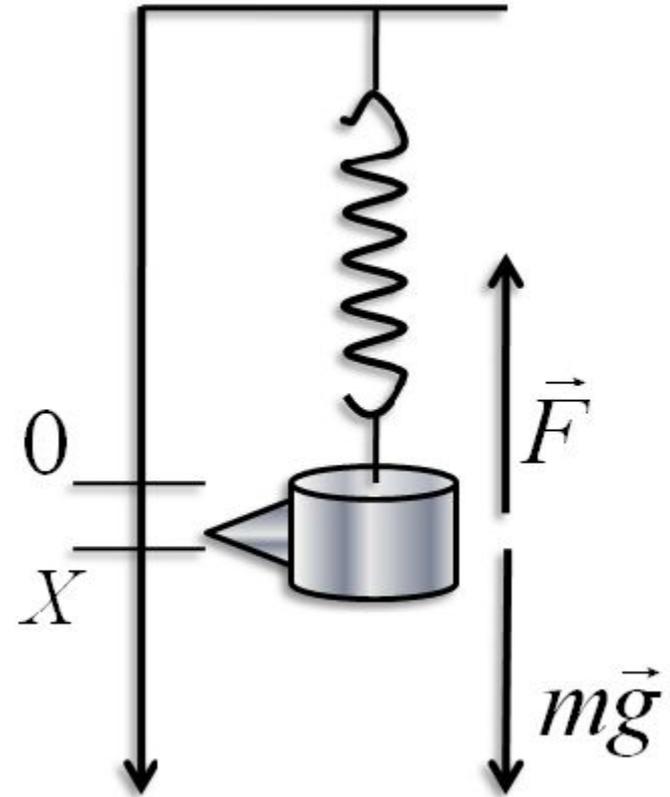
$$m\ddot{x} = -kx$$

Круговая частота и период колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Полная энергия маятника

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$



Математический маятник

Возвращающая сила

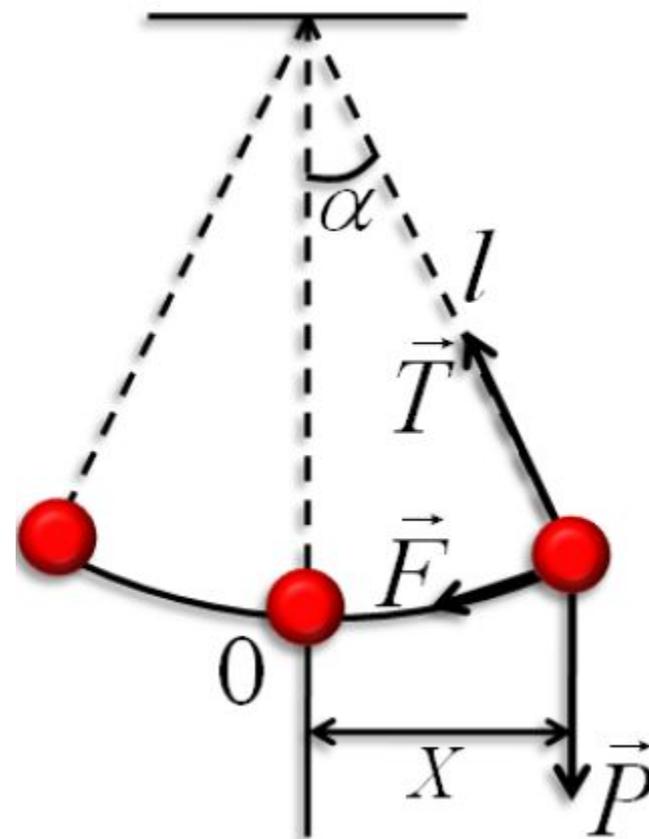
$$F = P \sin \alpha \approx mg \alpha = mg \frac{x}{l}$$

Уравнение движения

$$m\ddot{x} = -F = -mg \frac{x}{l}$$

Круговая частота и период колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Физический маятник

Момент возвращающей силы

$$M = J\beta = J\ddot{\alpha}$$

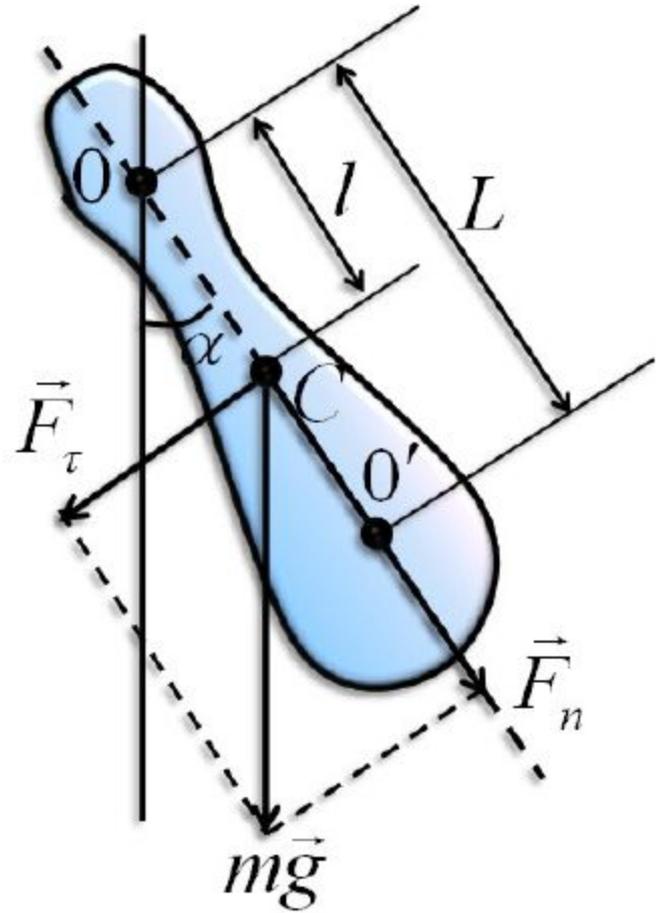
$$M = F_{\tau}l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha$$

Уравнение движения

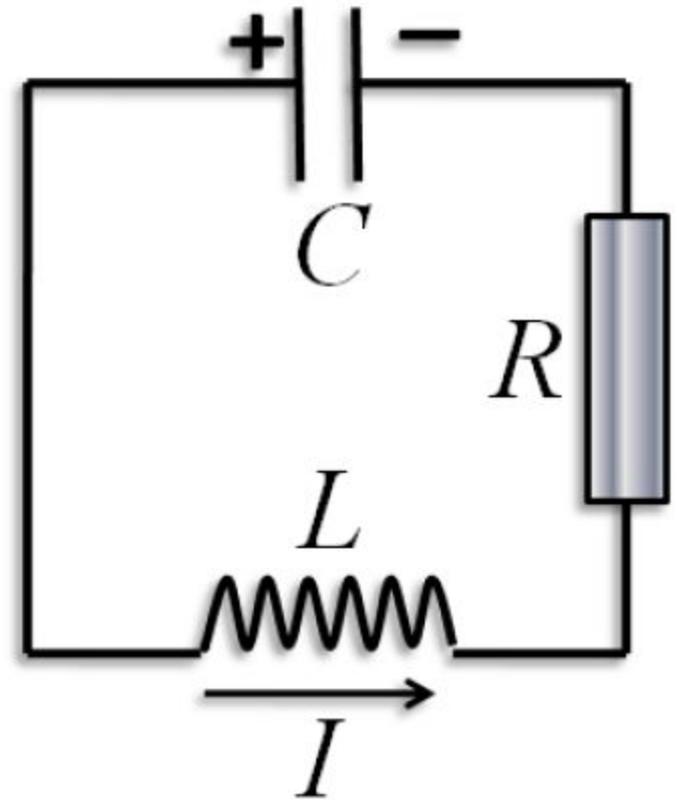
$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0$$

Круговая частота и период колебаний

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}}$$



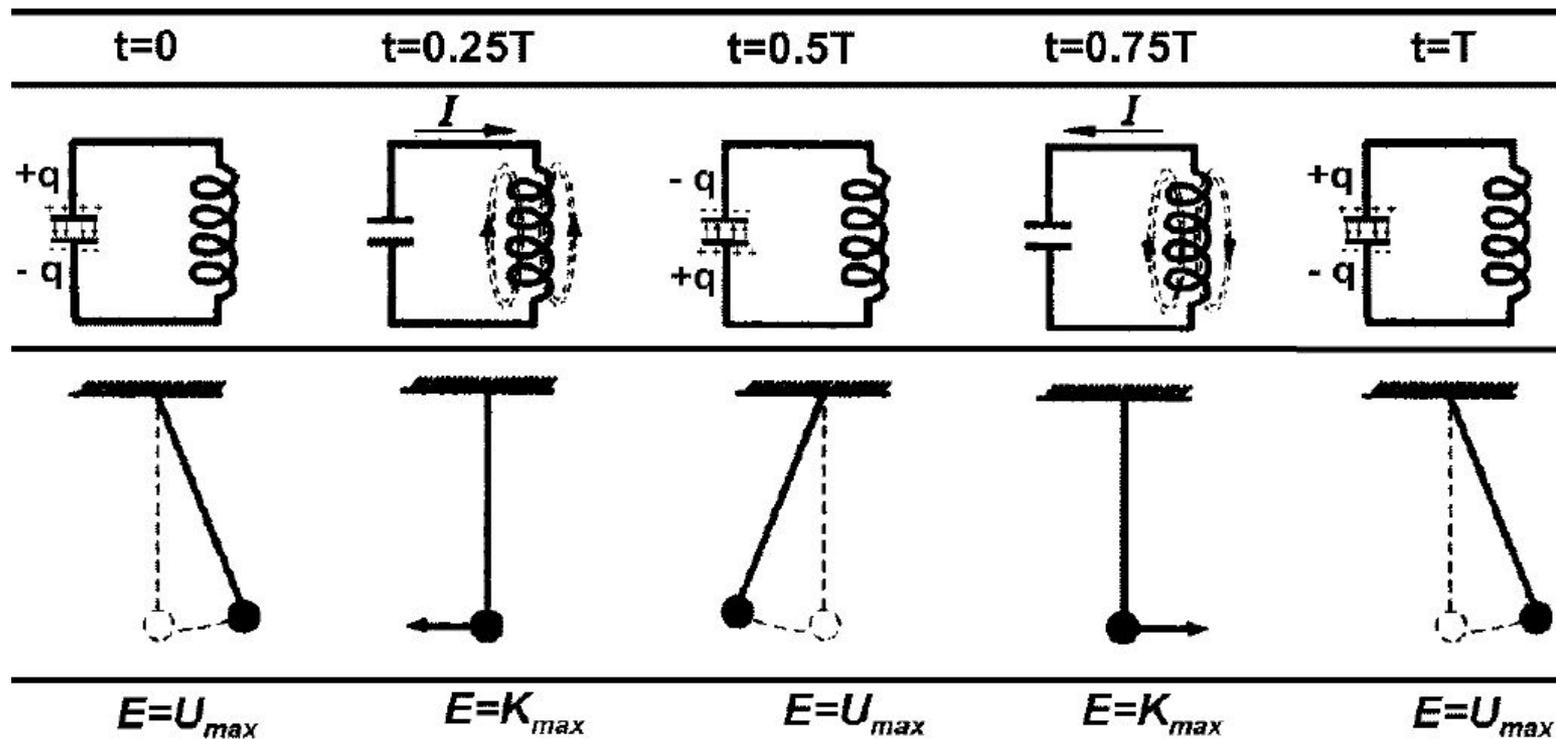
Электрический колебательный контур



Уравнение колебаний

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

Этапы колебаний



Аналогии между электрическими и механическими величинами:

Электрические величины		Механические величины	
Заряд конденсатора	$q(t)$	Координата	$x(t)$
Ток в цепи	$i = \frac{dq}{dt}$	Скорость	$v = \frac{dx}{dt}$
Индуктивность	L	Масса	m
Величина, обратная емкости	$\frac{1}{C}$	Жесткость	k
Напряжение на конденсаторе	$U = \frac{q}{C}$	Упругая сила	kx
Энергия электрического поля конденсатора	$\frac{q^2}{2C}$	Потенциальная энергия пружины	$\frac{kx^2}{2}$
Магнитная энергия катушки	$\frac{LI^2}{2}$	Кинетическая энергия	$\frac{mv^2}{2}$
Магнитный поток	LI	Импульс	mv