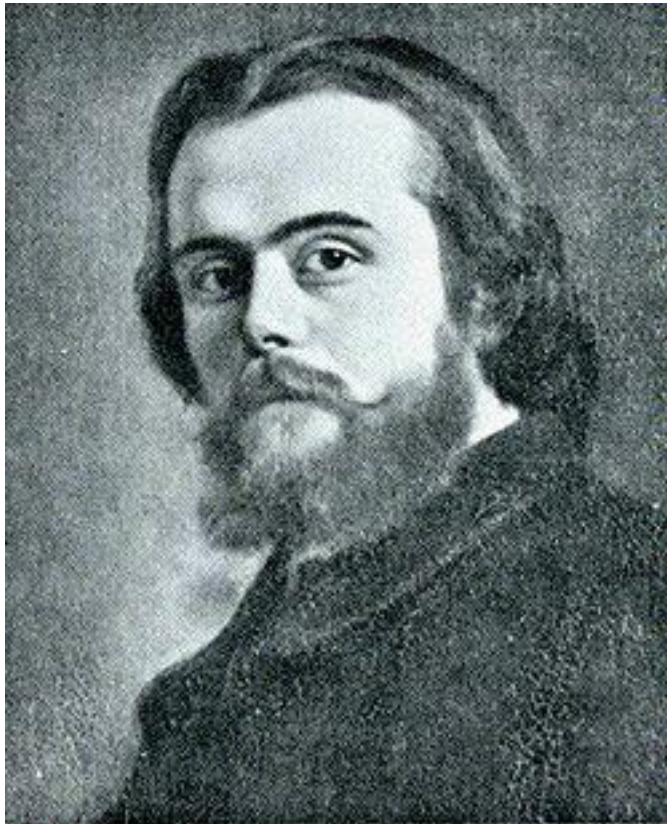


Тема 16. Общее равновесие и экономическая эффективность

1. Роль цен в национальной экономике.
2. Цены частичного и общего равновесия.
3. **Модель общего экономического равновесия.**
4. **Экономическая эффективность и социальная справедливость.**

Модель общего равновесия Л. Вальраса



- *Walras L. Elements d'economie politique pure. 1874-1877.*

Модель общего экономического равновесия

Потребители: $i = 1, 2, \dots, I$.

$$U_i = U(Q_{i1}, Q_{i2}, \dots, Q_{in}, F_i) \rightarrow \max.$$

$j = 1, 2, \dots, n$ – потребительские блага.

F_i – свободное (нерабочее) время.

Бюджетное ограничение потребителей: $M_i = wL_i^S + \sum_{z=1}^Z r_z K_{z,i}^S$.

$K_{z,i}$ – объем z -го вида капитала потребителя.

Оптимальное поведение потребителя на рынках:

$$Q_{ij}^D = f(P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_z);$$

$$L_i^S = \varphi(P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_z).$$

Модель общего экономического

равновесия

Отраслевой спрос на блага:

$$Q_j^D = \sum_{i=1}^I Q_{ij}^D.$$

Отраслевое предложение труда:

$$L_j^S = \sum_{i=1}^I L_{ij}^S.$$

Отраслевое предложение разновидностей капитала:

$$K_{z,j}^S = \sum_{i=1}^I K_{z,i,j}^S.$$

Модель общего экономического

равновесия

Фирмы, продающие j -е благо; $v = 1, 2, \dots, V$.

$$\pi_{v,j} = f(Q_{v,j}) \rightarrow \max; \text{ при } Q_{v,j} = \phi(L_{v,j}, K_{v,j}).$$

Оптимальное поведение фирмы на рынках:

$$Q_{v,j}^S = f(P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z);$$

$$L_{v,j}^D = \psi(P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z);$$

$$K_{v,j}^D = \phi(P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z).$$

Отраслевое предложение благ: $Q_j^S = \sum_{v=1}^V Q_{vj}^S;$

Отраслевой спрос на труд: $L_j^D = \sum_{v=1}^V L_{vj}^D;$

Отраслевой спрос на капитал: $K_{z,j}^D = \sum_{v=1}^V K_{z,v,j}^D.$

Модель общего экономического равновесия

Условие равновесия на рынках благ (n уравнений):

$$Q_j^D (P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z) = Q_j^S (P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z)$$

Условие равновесия на рынках капитала (Z уравнений):

$$\sum_j^n K_{z,j}^D (P_1, P_2, \dots, P_n, r_1, r_2, \dots, r_Z) = \sum_{j=1}^n K_{z,j}^S;$$

Условие равновесия на рынке труда:

$$\sum_{j=1}^n L_j^D (P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z) = \sum_{j=1}^n L_j^S (P_1, P_2, \dots, P_n, w, r_1, r_2, \dots, r_Z)$$

Условие долгосрочного равновесия (n уравнений):

$$P_j Q_j^S = w L_j^D + \sum_{z=1}^Z r_z K_{z,j}^D;$$

Число уравнений: **$2n + Z + 1$** . Число неизвестных **Q_j, P_j, w, r_z** : **$2n + Z + 1$** .

Модель общего экономического равновесия

Закон Вальраса

Бюджетное уравнение потребителя при двух благах:

$$P_A Q_{A,i}^D + P_B Q_{B,i}^D + wL_i^D + rK_i^D = P_A Q_{A,i}^S + P_B Q_{B,i}^S + wL_i^S + rK_i^S$$

Бюджетное уравнение всех потребителей:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^I P_A Q_{A,i}^D + \sum_{i=1}^I P_B Q_{B,i}^D + \sum_{i=1}^I wL_i^D + \sum_{i=1}^I rK_i^D &= \\ &= \sum_{i=1}^I P_A Q_{A,i}^S + \sum_{i=1}^I P_B Q_{B,i}^S + \sum_{i=1}^I wL_i^S + \sum_{i=1}^I rK_i^S; \end{aligned}$$

$$P_A \sum_{i=1}^I (Q_{A,i}^D - Q_{A,i}^S) + P_B \sum_{i=1}^I (Q_{B,i}^D - Q_{B,i}^S) + w \sum_{i=1}^I (L_i^D - L_i^S) + r \sum_{i=1}^I (K_i^D - K_i^S) = 0$$

Модель общего экономического равновесия

Закон Вальраса: «Если в экономике, состоящей из n числа взаимосвязанных рынков, на $(n - 1)$ рынках установилось равновесие, то и на n -м рынке будет равновесие».

Следствие 1. При отсутствии общего равновесия сумма избытков на одних рынках равна сумме дефицитов на других.

Следствие 2. В модели ОЭР Вальраса число неизвестных на 1 больше числа независимых уравнений.

Решение проблемы:

в микроэкономике — одна из цен принимается за единицу;

в макроэкономике — добавление в систему уравнения равновесия на рынке денег.

Модель общего экономического равновесия

Алгебраическая модель

Поведение потребителя (спрос на блага и предложение труда):

Из

$$U = (Q_A - a)^\alpha (Q_B - b)^\beta (T - L)^\mu; \quad wL + rK_0 = P_A Q_A + P_B Q_B.$$

Получаем:

$$Q_A^D = a + \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \mu} \cdot \frac{wT + rK_0 - aP_A - bP_B}{P_A}$$

$$Q_B^D = b + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \mu} \cdot \frac{wT + rK_0 - aP_A - bP_B}{P_B}$$

$$L^S = T - \frac{\mu}{\alpha + \beta + \mu} \cdot \frac{wT + rK_0 - aP_A - bP_B}{w}$$

Модель общего экономического равновесия

Алгебраическая модель

Поведение фирмы при технологии с постоянной отдачей от масштаба (спрос на факторы и предложение блага):

$$Q = L^{\gamma} K^{1-\gamma}. \quad L^D = Q \left(\frac{w}{r} \cdot \frac{1-\gamma}{\gamma} \right)^{\gamma-1}; \quad K^D = Q \left(\frac{w}{r} \cdot \frac{1-\gamma}{\gamma} \right)^{\gamma}.$$

(См. вывод формулы LTC в теме №6).

Из-за технологии с постоянной отдачей предложение блага совершенно эластично

$$P = LAC = \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \right)^{1-\gamma} w^{\gamma} r^{1-\gamma}.$$

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Два потребителя:

$$U_1 = (Q_{A,1} - 5)^{0,6} (Q_{B,1} - 10)^{0,3} (280 - L_1)^{0,1}; \quad K_1 = 40.$$

$$U_2 = (Q_{A,2} - 15)^{0,5} (Q_{B,2} - 7)^{0,25} (280 - L_2)^{0,25}; \quad K_2 = 60.$$

Две фирмы:

$$Q_A = L_A^{0,75} K_A^{0,25}; \quad Q_B = L_B^{0,5} K_B^{0,5}.$$

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Поведение 1-го потребителя:

$$Q_{A,1}^D = 5 + 0,6 \cdot \frac{280w + 40r - 5P_A - 10P_B}{P_A};$$

$$Q_{B,1}^D = 10 + 0,3 \cdot \frac{280w + 40r - 5P_A - 10P_B}{P_B};$$

$$L_1^S = 280 - 0,1 \cdot \frac{280w + 40r - 5P_A - 10P_B}{w}.$$

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Поведение 2-го потребителя:

$$Q_{A,2}^D = 15 + 0,5 \cdot \frac{280w + 60r - 15P_A - 7P_B}{P_A};$$

$$Q_{B,2}^D = 7 + 0,25 \cdot \frac{280w + 60r - 15P_A - 7P_B}{P_B};$$

$$L_2^S = 280 - 0,25 \cdot \frac{280w + 60r - 15P_A - 7P_B}{w}.$$

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Поведение фирм:

$$L_A^D = Q_A \left(\frac{3r}{w} \right)^{0,25} ; \quad K_A^D = Q_A \left(\frac{w}{3r} \right)^{0,75} .$$

$$L_B^D = Q_B \left(\frac{r}{w} \right)^{0,5} ; \quad K_B^D = Q_B \left(\frac{w}{r} \right)^{0,5} .$$

Условие долгосрочного равновесия фирм – $LAC = P$:

$$P_A = \frac{4}{3} \cdot 3^{0,25} w^{0,75} r^{0,25} = 1,755 w^{0,75} r^{0,25} \quad (1)$$

$$P_B = 2\sqrt{wr} \quad (2)$$

Модель общего экономического равновесия: числовой

пример

Условие равновесия на рынке капитала:

$$Q_A \left(\frac{w}{3r} \right)^{0,75} + Q_B \left(\frac{w}{r} \right)^{0,5} = 100 \quad (3)$$

Условие равновесия на рынке труда:

$$Q_A \left(\frac{3r}{w} \right)^{0,25} + Q_B \left(\frac{r}{w} \right)^{0,5} = 280 - 0,1 \cdot \frac{280w + 40r - 5P_A - 10P_B}{w} + \\ 280 - 0,25 \cdot \frac{280w + 60r - 15P_A - 7P_B}{w} \quad (4)$$

Условие равновесия на рынке блага A:

$$5 + 0,6 \cdot \frac{280w + 40r - 5P_A - 10P_B}{P_A} + 15 + 0,5 \cdot \frac{280w + 60r - 15P_A - 7P_B}{P_A} = Q_A. \quad (5)$$

Модель общего экономического равновесия: числовой

пример

Примем $w = 1$. Тогда $P_A = 1,755r^{0,25}$; $P_B = 2r^{0,5}$.

Условие равновесия на рынке капитала:

$$Q_A \left(\frac{1}{3r} \right)^{0,75} + Q_B \left(\frac{1}{r} \right)^{0,5} = 100$$

Условие равновесия на рынке труда:

$$\begin{aligned} Q_A (3r)^{0,25} + Q_B r^{0,5} &= \\ &= 280 - 0,1(280 + 40r - 5P_A - 10P_B) + 280 - 0,25 \cdot (280 + 60r - 15P_A - 7P_B). \end{aligned}$$

Условие равновесия на рынке блага A:

$$5 + 0,6 \cdot \frac{280 + 40r - 5P_A - 10P_B}{P_A} + 15 + 0,5 \cdot \frac{280 + 60r - 15P_A - 7P_B}{P_A} = Q_A.$$

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Результаты решения.

Равновесные цены: $w = 1$; $r = 2,26$; $P_A = 2,15$; $P_B = 3$.

Предложение благ: $Q_A = 196$; $Q_B = 80$.

Спрос на блага:

$$Q_{A,1} + Q_{A,2} = 97 + 99 = 196;$$

$$Q_{B,1} + Q_{B,2} = 43 + 37 = 80.$$

Спрос на труд: $L_A + L_B = 316 + 120 = 436$.

Предложение труда: $L_1 + L_2 = 247 + 189 = 436$.

Спрос на капитал: $K_A + K_B = 47 + 53 = 100$.

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Результаты решения.

Доход домашних хозяйств: $y_1 = 247 + 2,26 \cdot 40 = 337$;
 $y_2 = 189 + 2,26 \cdot 60 = 324$. $y_1 + y_2 = 661$.

Ценность национального дохода:

$$P_A Q_A + P_B Q_B = 2,15 \cdot 196 + 3 \cdot 80 = 661.$$

Расходы 1-го домохозяйства: $2,15 \cdot 97 + 3 \cdot 43 = 337$.

Расходы 2-го домохозяйства: $2,15 \cdot 99 + 3 \cdot 37 = 324$.

Равновесные цены: $w = 1$; $r = 2,26$; $P_A = 2,15$; $P_B = 3$.

Рынок блага A		
Предложение	Спрос	
Q_A	$Q_{A,1}$	$Q_{A,2}$
196	97	99

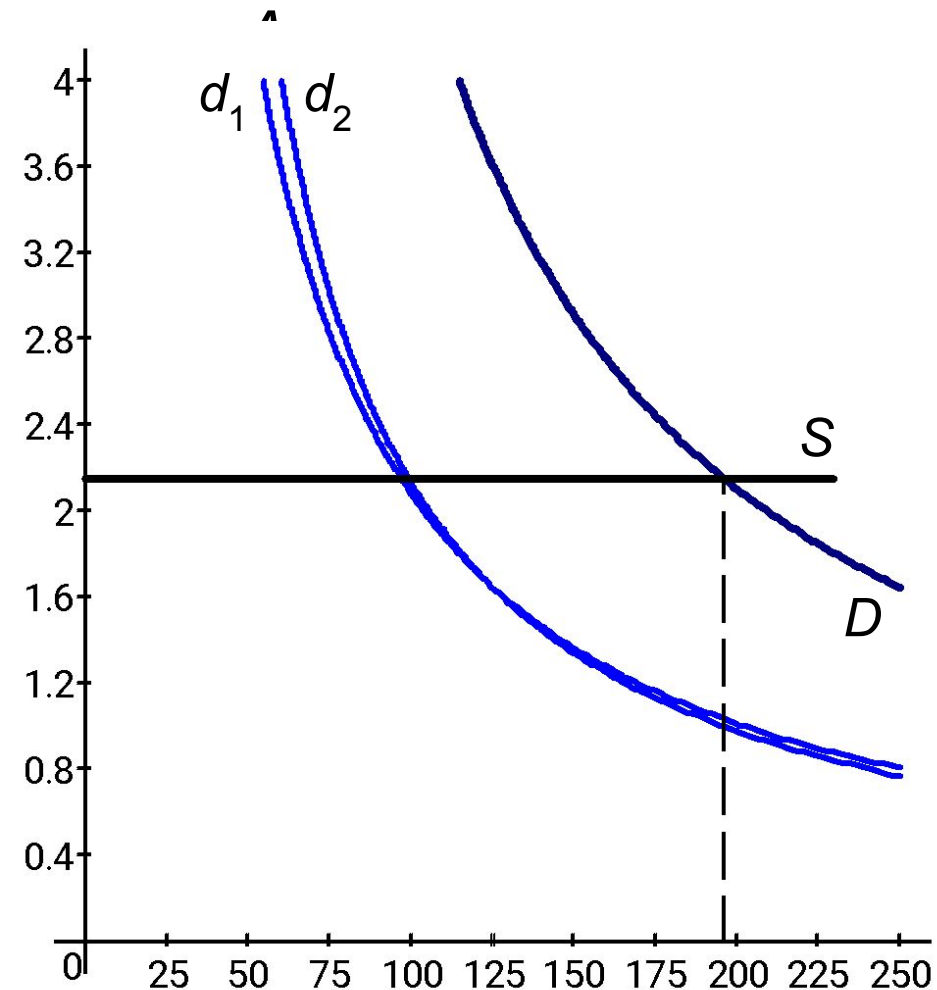
Рынок блага B		
Предложение	Спрос	
Q_B	$Q_{B,1}$	$Q_{B,2}$
80	43	37

Рынок труда					
Предложение			Спрос		
L_1	L_2	всего	L_A	L_B	всего
247	189	436	316	120	436

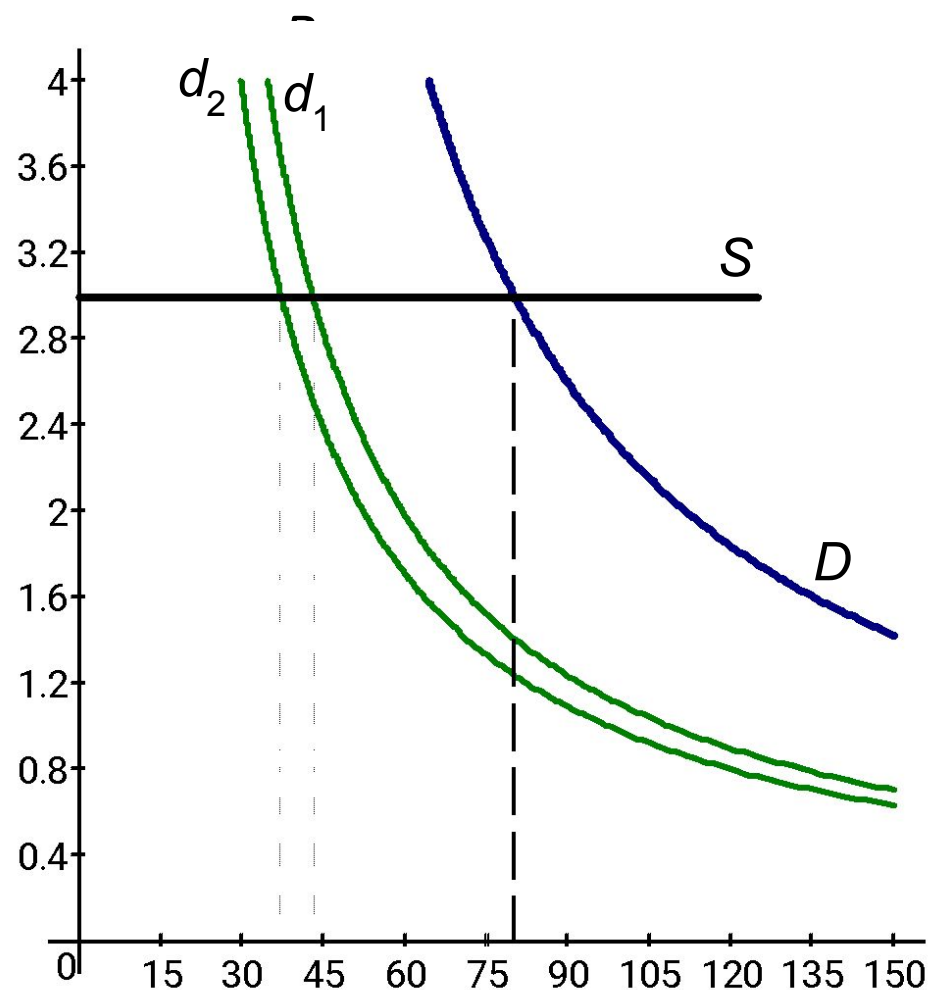
Рынок капитала					
Предложение			Спрос		
K_1	K_2	всего	K_A	K_B	всего
40	60	100	47	53	100

Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Рынок товара

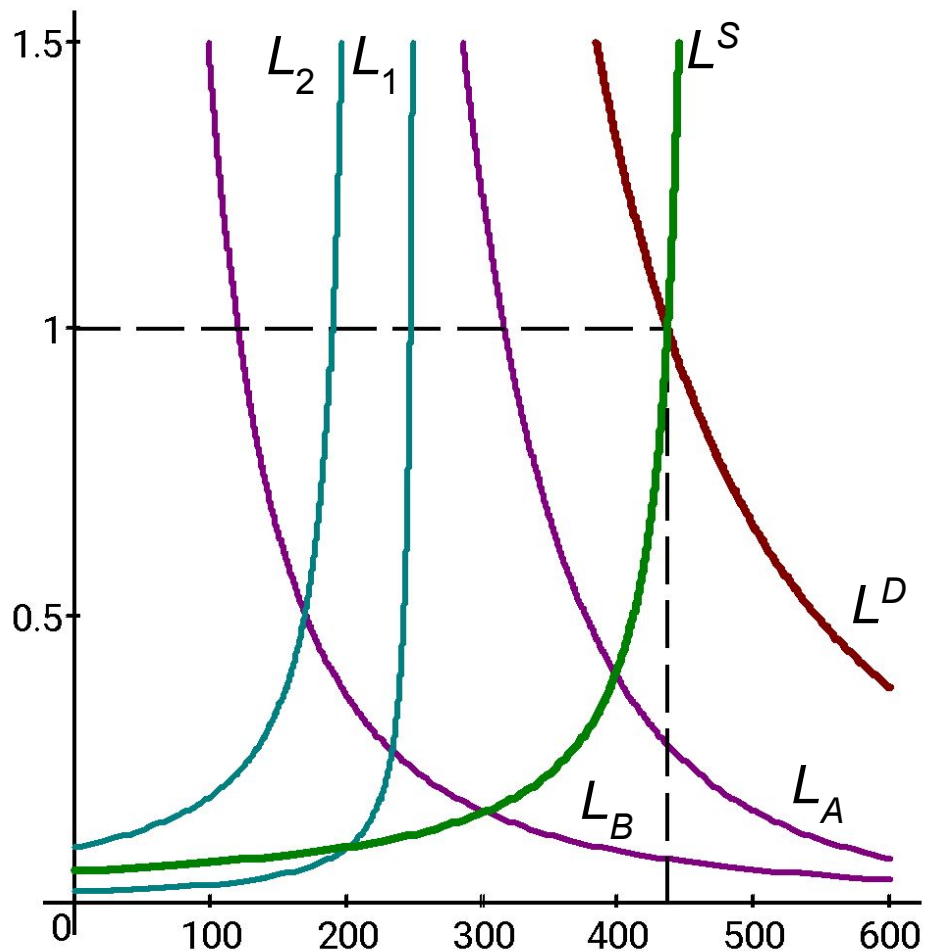


Рынок товара

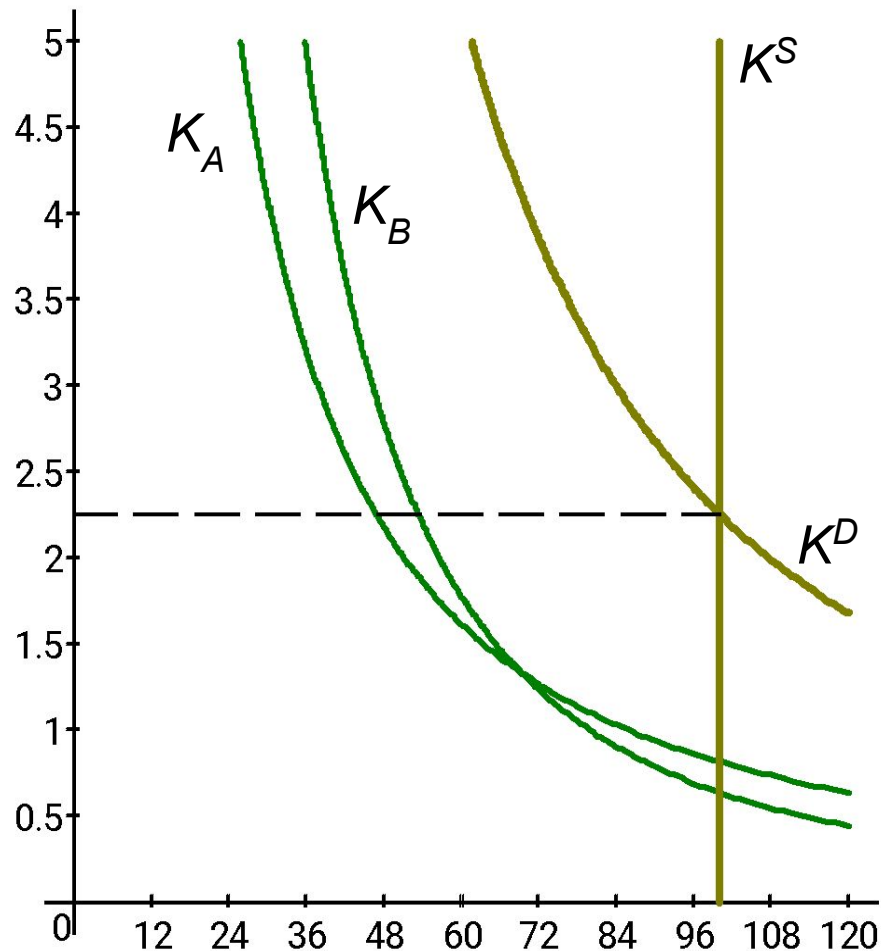


Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Рынок труда

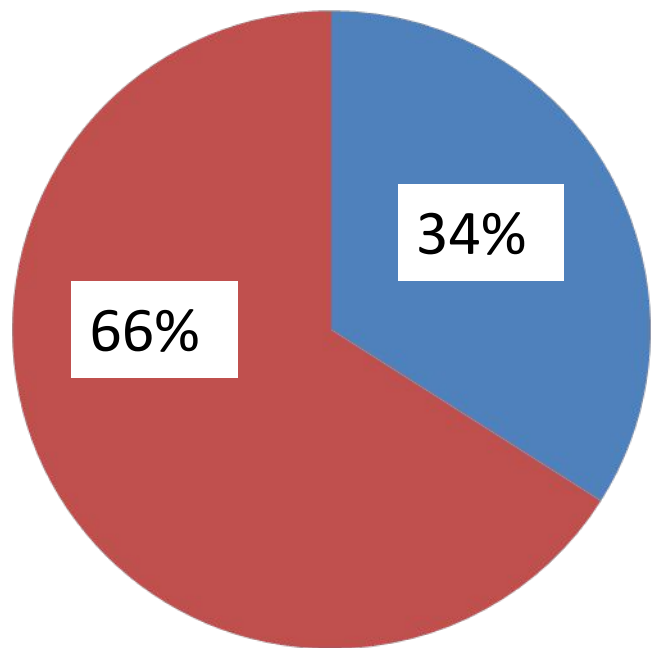


Рынок капитала

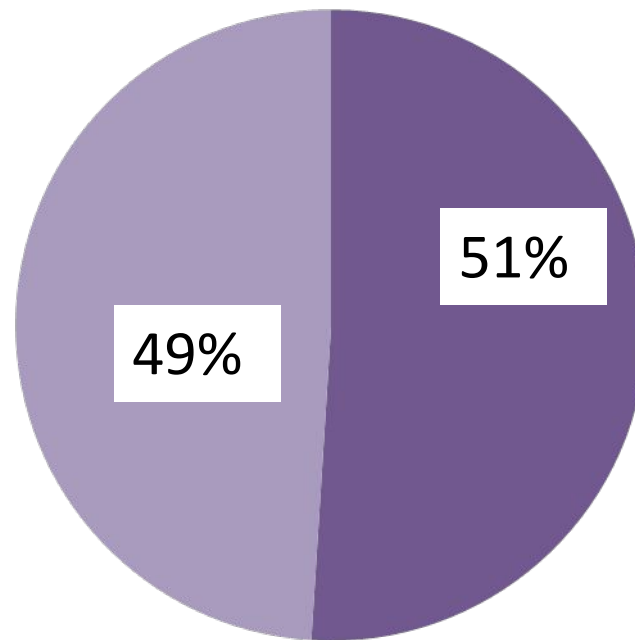


Модель общего экономического равновесия: числовой пример

Распределение национального дохода



■ Доля труда ■ Доля капитала



■ 1-й ИНДИВИД ■ 2-й ИНДИВИД

Функция общественного благосостояния (ФОБ).

$$W = W(U_1, U_2, \dots, U_l); \quad \partial W / \partial U_i > 0, \quad i = 1, \dots, l.$$

Бентама $W_B = \sum_{i=1}^l U_i.$

Нэша $W_N = \prod_{i=1}^l U_i.$

U_1	U_2	U_3	W_B	W_N
15	20	25	60	7500
10	20	30	60	6000
20	20	20	60	8000

Функция Бентама не учитывает дифференциацию благосостояний индивидов, функция Нэша – учитывает.

Экономическая эффективность и социальная

ФОБ Роулза: $W = \min\{U_1, U_2, \dots, U_j\}$ ^{справедливость} Обоснование:

$y_n = 10$ – доход бедных; $y_r = 33$ – доход богатых.

Пусть $U_i = \sqrt{y_i}$; вероятность оказаться бедным 0,4.

Бедным дотацию D ; с богатых налог T .

$$U_i^e = 0,4(10 + D)^{0,5} + 0,6(33 - T)^{0,5} \rightarrow \max \in 0,4D = 0,6T$$

$$U_i^e = 0,4(10 + D)^{0,5} + 0,6\left(33 - \frac{2}{3}D\right)^{0,5} \rightarrow \max$$

$$\frac{dU_i^e}{dD} = \frac{0,4 \cdot 0,5}{(10 + D)^{0,5}} - \frac{0,6 \cdot 0,5 \cdot 2}{3\left(33 - \frac{2}{3}D\right)^{0,5}} = 0 \rightarrow D = 13,8; T = 9,2.$$

Парадокс Кондорсе

- **Марі́ Жан Антуа́н
Николя́ де Карита́,
маркі́з де Кондорсе́**
- **(1743-1794)**



Пример

- Три студента решили провести вечер вместе и им нужно решить – где?
- В соответствии с гипотезой порядкового измерения полезности:

Иван : театр $\boxtimes$ дискотека $\boxtimes$ кино

Борис : дискотека $\boxtimes$ кино $\boxtimes$ театр

Семен : кино $\boxtimes$ театр $\boxtimes$ дискотека

- Если на основе этой информации построить функцию общественной полезности по принципу большинства, то при выборе между театром и дискотекой победит театр; при выборе между дискотекой и кино – победит дискотека, а при выборе между кино и театром – лучше будет кино, несмотря на то, что кино было признано хуже дискотеки, а последняя – хуже театра.
- Возник «порочный круг» выбора на основе большинства.

Выбор посредством голосования по простому большинству.

Варианты подоходного налогообложения

Группа населения с доходом	Ставка подоходного налога (%) по проекту		
	I	II	III
Низким	13	10	8
Средним	13	10	14
Высоким	13	20	18

I $\Leftrightarrow$ II $\rightarrow$ III

II $\Leftrightarrow$ III $\rightarrow$ I

III $\Leftrightarrow$ I $\rightarrow$ II

Парадокс Кондорсе.

Варианты подоходного налогообложения

Группа населения с доходом	Ставка подоходного налога (%), по проекту		
	I	II	III
Низким	13	10	8
Средним	14	12	13
Высоким	15	18	20

I $\Leftrightarrow$ II $\rightarrow$ II

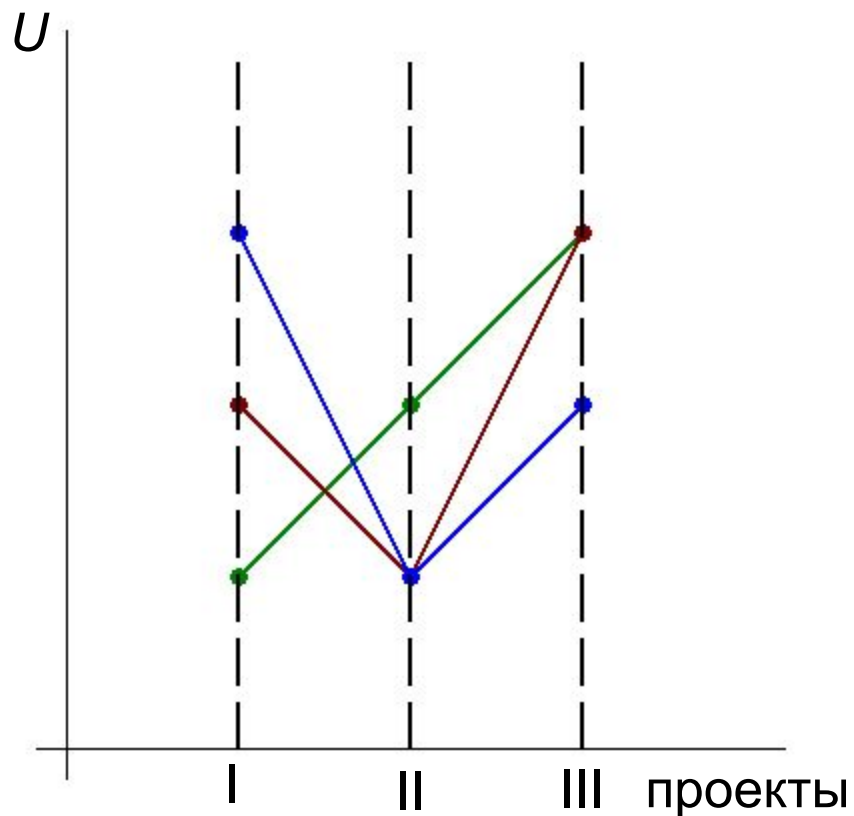
II $\Leftrightarrow$ III $\rightarrow$ II

III $\Leftrightarrow$ I $\rightarrow$ III

По большинству
проходит проект II

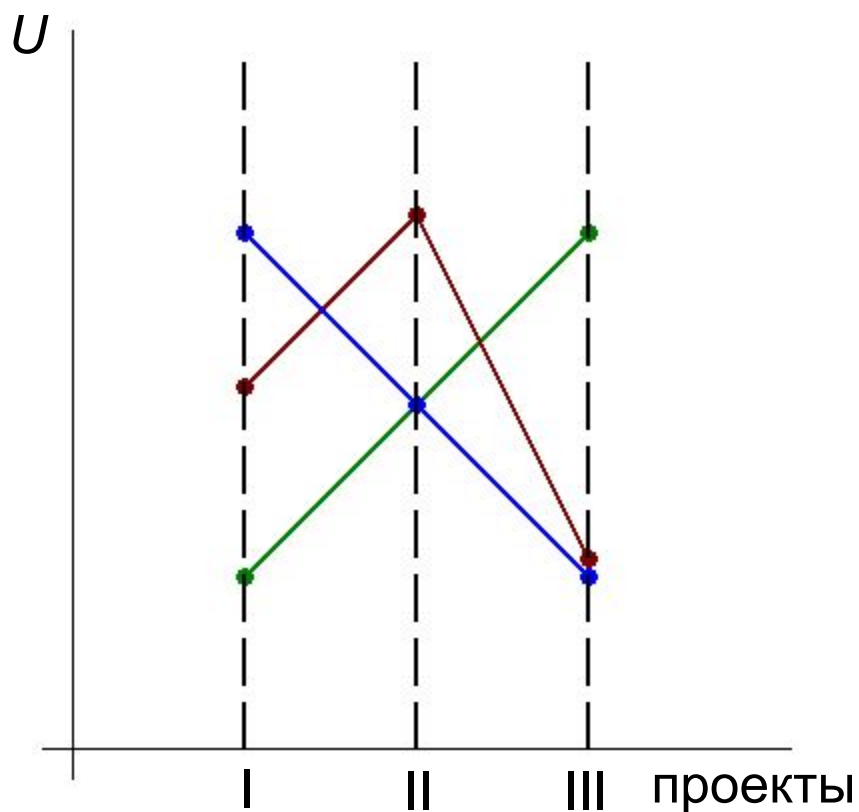
Выбор посредством голосования по простому большинству.

Многовершинные
предпочтения



Парадокс Кондорсе

Одновершинные
предпочтения



Отсутствие парадокса Кондорсе

— бедные

— средние

— богатые

Теорема невозможности. *Arrow K.* Social Choice and Individual Values. N.Y. 1951.

Необходимые свойства функции общественного благосостояния:

1. Область определения ФОБ должна включать все возможные комбинации индивидуальных предпочтений на множестве благ.
2. Если каждый член общества предпочитает альтернативу A альтернативе B , то и общество должно признать A лучше B .
3. Независимость от упорядочения двух альтернатив от третьей: если $A > B$ при $C < A$ и $C < B$, то и при $C > A$ и $C > B$ должно быть $A > B$.
4. Отсутствие диктатора: ни один индивид не может навязывать свои предпочтения всем другим.

Теорема: если существуют хотя бы 3 альтернативы, то не существует функции, которая бы отвечала одновременно всем 4 свойствам.

Доказывается, что свойства 1 – 3 гарантируют существование диктатора.

Geanakoplos J. Three Brief Proofs of Arrow's Impossibility Theorem//COWLES FOUNDATION PAPER NO. 1116. 1996. (Всего 5 страничек).

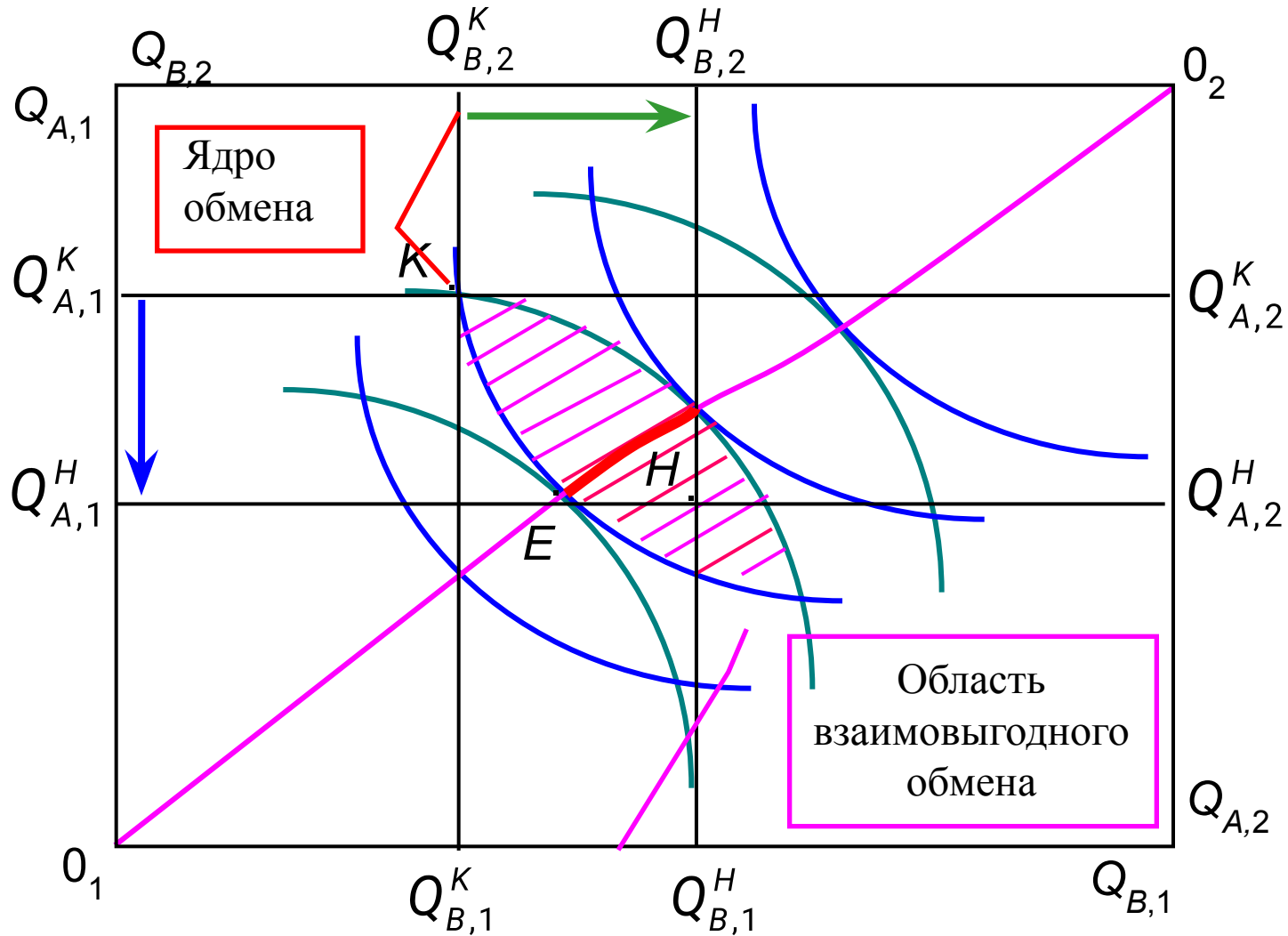
Саватеев В.А., Шварц Д.А. Теорема Эрроу о диктаторе. М. 2003.

Критерий Парето:

- а) благосостояние общества повышается, если растет благосостояние хотя бы одного члена общества и при этом благосостояние других не уменьшается;
- б) экономика достигла оптимума, если при имеющихся производственных возможностях больше нельзя повысить благосостояние хотя бы одного члена общества, не уменьшая благосостояния других его членов.

Оптимальность по Парето в обмене: если при имеющихся количествах благ посредством их обмена между индивидами нельзя увеличить благосостояние хотя бы одного из них без уменьшения благосостояния других, то достигнут оптимум по Парето в обмене.

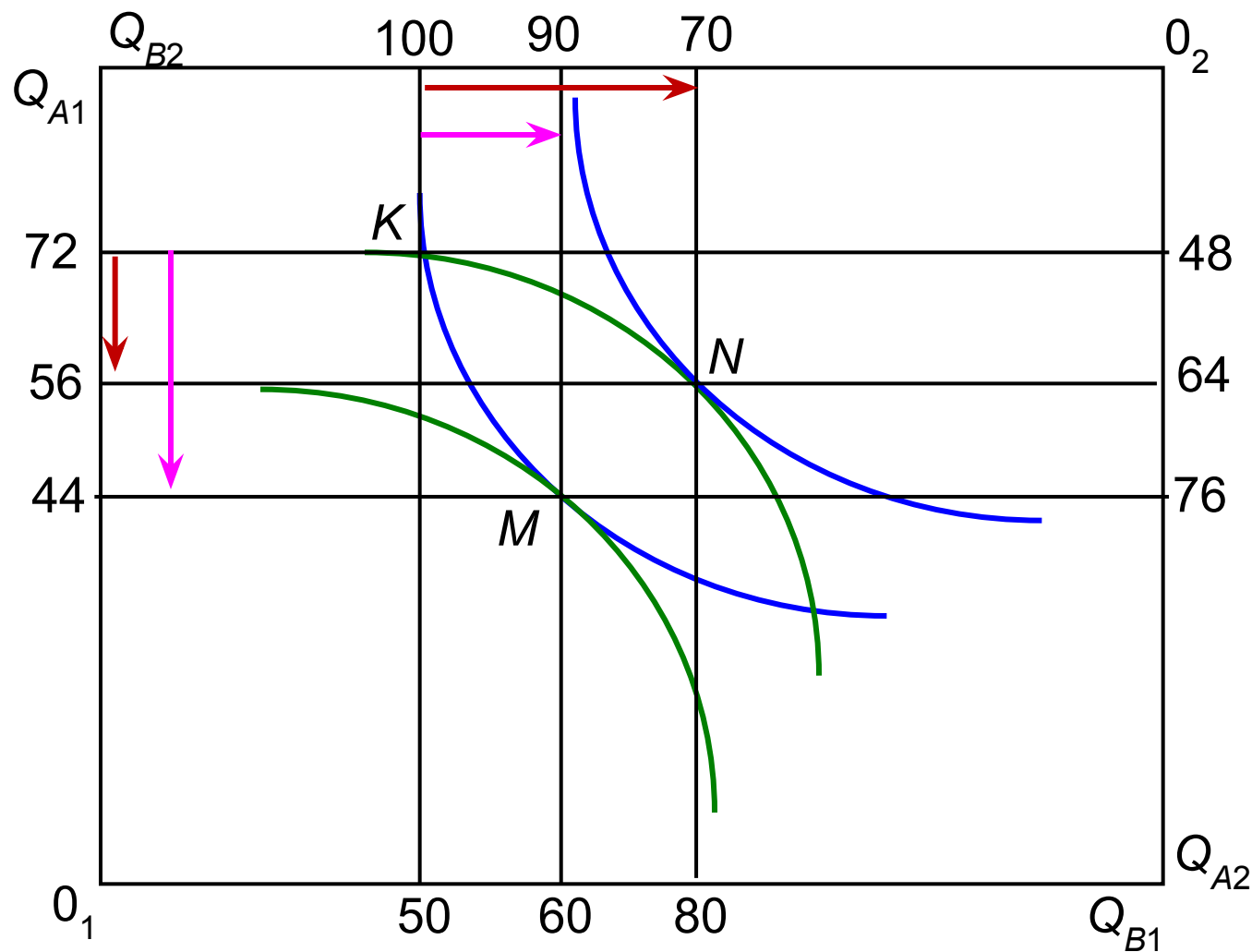
Экономическая эффективность и социальная справедливость



Коробка (диаграмма) Эджворта

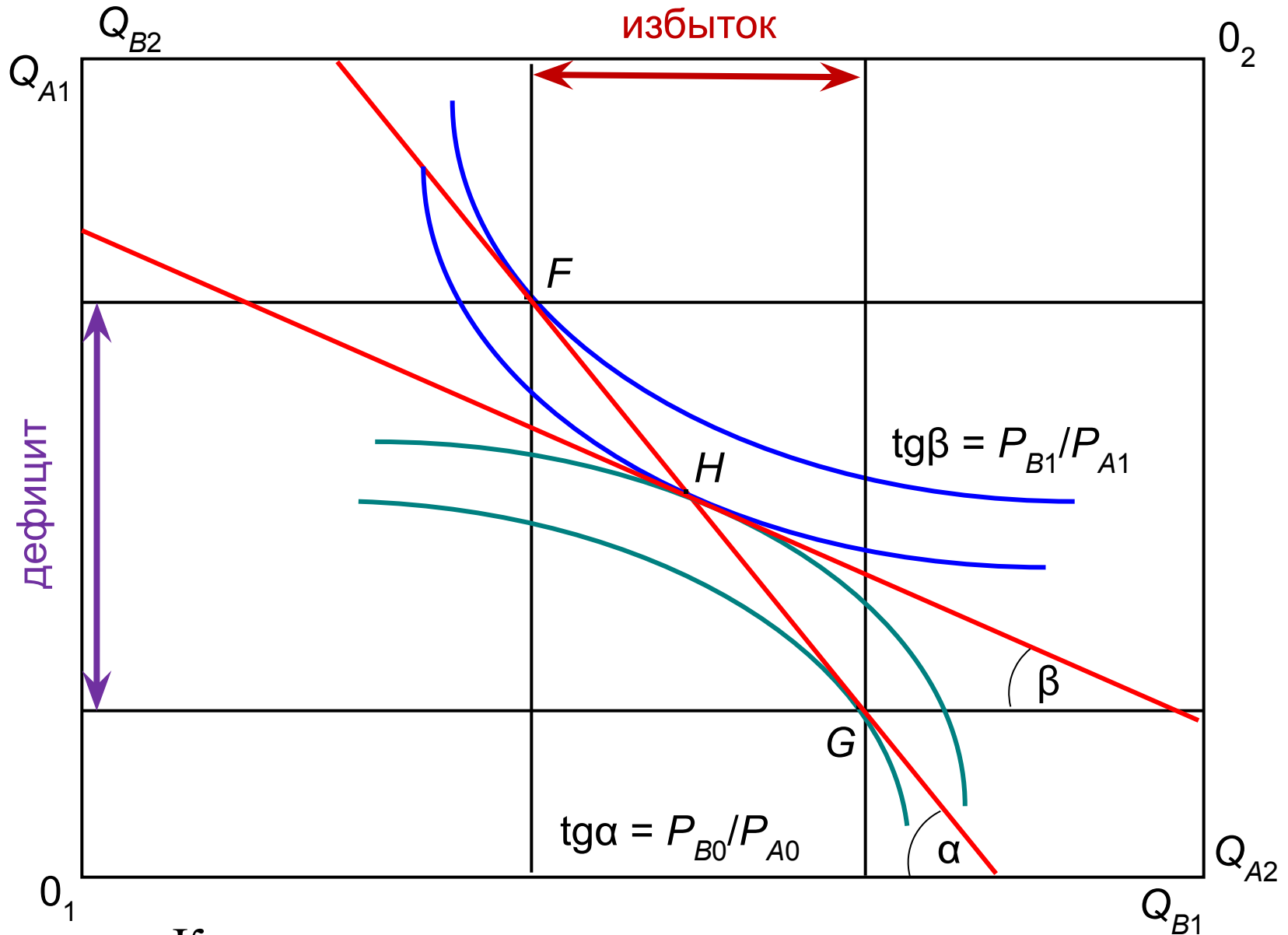
Оптимальность по Парето в обмене: $MRS_{A,B}^i = MRS_{A,B}^j$.

Экономическая эффективность и социальная справедливость



Бартер: многовариантность результата

Экономическая эффективность и социальная справедливость



Купля-продажа: однозначность результата